# NOVA EJA MODERNA

**Organizadora: Editora Moderna**
Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna.

**Editora responsável:**
Maria Cecília da Silva Veridiano

# MATEMÁTICA

## EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

**Área de conhecimento:**
Práticas em Matemática

**VOLUME II**

**2º segmento**
**Etapas 7 e 8**



MATERIAL DE DIVULGAÇÃO. VERSÃO SUBMETIDA À AVALIAÇÃO.
PNLD 2026 - EJA
Código da coleção:
0005 P26 01 02 213 000

## MANUAL DO PROFESSOR

MODERNA


MODERNA

NOVA EJA MODERNA

# MATEMÁTICA

## EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

VOLUME II

**2º segmento • Etapas 7 e 8**

**Área de conhecimento:** Práticas em Matemática


**Organizadora: Editora Moderna**

Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna.

**Editora responsável:**

**Maria Cecília da Silva Veridiano**

Especialista em Educação Matemática: Fundamentos Teóricos e Metodológicos pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editora.


# MANUAL DO PROFESSOR


1ª edição

São Paulo, 2024

MODERNA


MODERNA

**Elaboração dos originais:**

Maria Cecília da Silva Veridiano
Especialista em Educação Matemática: Fundamentos Teóricos e Metodológicos pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editora.

Carlos Eduardo Marques
Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editor.

Enrico Briese Casentini
Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editor.

João Alves de Souza Neto
Mestre em Educação pela Universidade Federal de São Carlos (SP). Editor.

Kátia Tiemy Sido
Licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editora.

Mara Regina Garcia Gay
Especialista em Educação Matemática: Fundamentos Teóricos e Metodológicos pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Editora.

Marilu Maranho Tassetto
Bacharela em Letras pela Universidade de São Paulo. Editora.

Mateus Coqueiro Daniel de Souza
Mestre em Ciências no Programa: Mestrado Profissional em Ensino de Matemática pela Universidade de São Paulo. Editor.

Paulo César Rodrigues dos Santos
Bacharel em Sistemas de Informação pela Universidade de São Paulo. Editor.

Tatiana Sousa Paim
Mestra em Matemática pela Universidade Federal do ABC (SP). Editora.

Aline Reissuy de Moraes
Mestra em Ensino de Ciências e Matemática – Área de Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade de Passo Fundo (RS). Professora.

Ana Carolina dos Santos
Mestra em Ciências, no Programa: História Social, pela Universidade de São Paulo. Professora.

Bruna Nitiele da Silva Anacleto
Licenciada em História pela Universidade de Passo Fundo (RS). Professora.

Diana Maia
Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Editora.

Gabriel Rath Kolyniak
Licenciado em Letras pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Editor.

Henrique Pavan Beiro de Souza
Doutor em Ciências Humanas e Sociais pela Universidade Federal do ABC (SP). Professor.

Luis Felipe Porto Mendes
Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editor.

Marianna Capani Dominguez
Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho". Editora.

Rafael da Ponta Vicente
Mestre em Geografia pela Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho". Professor.

Raphael Macedo de Oliveira
Bacharel em Ciências Sociais pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Professor.

Tais Saito Tavares
Doutora em Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (PR). Editora.

Tatiana Aleixo Bologna
Especialista em Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (PR). Editora e professora.

Val Rosa
Doutora em Educação Matemática, Área de Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos, pela Universidade Estadual "Júlio de Mesquita Filho". Professora.

Victor Hugo dos Santos Gois
Mestre em Ensino de Matemática pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Editor.

**Organizadora dos objetos digitais:** Maria Cecília da Silva Veridiano

**Elaboradores dos objetos digitais:** Carlos Eduardo Marques, Mateus Coqueiro Daniel de Souza, Paulo César Rodrigues dos Santos, Willian Raphael Silva

**Edição de texto:** Carlos Eduardo Marques, Enrico Briese Casentini, João Alves de Souza Neto, Kátia Tiemy Sido, Mara Regina Garcia Gay, Marilu Maranho Tassetto, Mateus Coqueiro Daniel de Souza, Paulo César Rodrigues dos Santos, Tatiana Sousa Paim

**Assistência editorial:** Ivan Kuvasney Lima, Tadashi Horita

**Preparação de texto:** Geuid Dib Jardim

**Gerência de planejamento editorial e revisão:** Maria de Lourdes Rodrigues

**Coordenação de revisão:** Elaine C. del Nero, Mônica Rodrigues de Lima

**Revisão:** Ana Cortazzo, Cecília Kinker, Salvine Maciel, Sirlene Prignolato, Tatiana Malheiro

**Gerência de *design*, produção gráfica e digital:** Patricia Costa

**Coordenação de *design* e projetos visuais:** Marta Cerqueira Leite

**Projeto gráfico:** Everson de Paula, Mariza de Souza Porto

**Capa:** Everson de Paula, Bruno Tonel, Mariza de Souza Porto
*Foto*: FG Trade/E+/Getty Images

**Coordenação de produção gráfica:** Aderson Oliveira

**Coordenação de arte:** Alexandre Lugó, Wilson Gazzoni Agostinho

**Edição de arte:** Elaine Cristina da Silva

**Editoração eletrônica:** Setup Bureau Editoração Eletrônica

**Coordenação de pesquisa iconográfica:** Flávia Aline de Morais, Sônia Oddi

**Pesquisa iconográfica:** Junior Rozzo

**Coordenação de *bureau*:** Rubens M. Rodrigues

**Tratamento de imagens:** Ademir Baptista, Ana Isabela Pithan Maraschin, Vânia Maia

**Pré-impressão:** Alexandre Petreca, Marcio H. Kamoto

**Coordenação de produção industrial:** Wendell Monteiro

**Impressão e acabamento:**

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**
**(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)**

Nova EJA Moderna matemática : volume II / organizadora Editora Moderna ; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna ; editora responsável Maria Cecília da Silva Veridiano. -- 1. ed. -- São Paulo : Moderna, 2024.

Área de conhecimento: Práticas em matemática.
ISBN 978-85-16-13926-1 (aluno)
ISBN 978-85-16-13928-5 (professor)

1. Educação de Jovens e Adultos (Ensino fundamental) 2. Matemática (Ensino fundamental) I. Veridiano, Maria Cecília da Silva.

24-205998 CDD-372.7

**Índices para catálogo sistemático:**

1. Educação de Jovens e Adultos : Matemática : Ensino fundamental 372.7

Cibele Maria Dias - Bibliotecária - CRB-8/9427

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.
Todos os direitos reservados

**EDITORA MODERNA LTDA.**
Rua Padre Adelino, 758 - Belenzinho
São Paulo - SP - Brasil - CEP 03303-904
Canal de atendimento: 0303 663 3762
www.moderna.com.br
2024
Impresso no Brasil

1 3 5 7 9 10 8 6 4 2

MODERNA

# APRESENTAÇÃO

Esta coleção apresenta vasto material para consulta do professor com o objetivo de apoiar seu trabalho com as turmas de EJA, caracterizadas pela sua diversidade e heterogeneidade. Os estudantes de EJA estão retomando os estudos, e é provável que sua expectativa em relação à escola seja alta, uma vez que estão investindo tempo e esforço para dar continuidade à sua formação.

Tendo em vista as características dessas turmas, o Manual do Professor desta coleção está organizado de maneira a oferecer ao docente subsídios suficientes e atuais para o desempenho de sua prática. Para atender a esse objetivo, este manual é composto de orientações gerais, orientações específicas sobre a coleção, orientações específicas para o desenvolvimento dos capítulos com as resoluções dos exercícios que compõem cada volume, além das referências bibliográficas que embasaram a elaboração da coleção e as referências bibliográficas complementares, para que o professor possa aprofundar seus conhecimentos. A reprodução completa das páginas do Livro do Estudante é apresentada com orientações em suas laterais.

Assim, este manual foi elaborado para contribuir com reflexões e sugestões de trabalho; no entanto, as orientações não devem ser entendidas como um modelo a ser seguido, mas como um complemento à formação e à experiência do professor.

Bom trabalho!

MODERNA

# SUMÁRIO


## Orientações gerais ..... MP006

**A construção da Educação de Jovens e Adultos** ..... MP006

Histórico da EJA no Brasil ..... MP007

**Os estudantes da EJA** ..... MP011

**O papel do professor e da comunidade** ..... MP013

Os professores como mediadores e a assembleia de classe ..... MP014

**Abordagens da violência no contexto da educação** ..... MP016

Mediação de conflitos e *bullying* ..... MP017

Violência de gênero e por orientação sexual ..... MP019

Educação e saúde mental ..... MP023

**Práticas pedagógicas da Educação de Jovens e Adultos** ..... MP026

Propostas de trabalho interdisciplinar ..... MP027

Estratégias de trabalho com estudantes-trabalhadores ..... MP028

Construção do pensamento científico ..... MP029

Análise, argumentação e inferência ..... MP030

Estudantes com dificuldade de aprendizagem ..... MP032

**Avaliação e planejamento** ..... MP035

Avaliação em Matemática ..... MP036

## Orientações específicas ..... MP038

**Princípios norteadores** ..... MP038

**Valorização dos conhecimentos prévios de Matemática** ..... MP039

**A coleção** ..... MP041

Descritivo da coleção ..... MP042

Sugestões de cronogramas para o Volume 2 da coleção ..... MP047

## Referências bibliográficas comentadas ..... MP049

## Referências bibliográficas complementares comentadas ..... MP055


MODERNA

**Orientações específicas para o desenvolvimento dos capítulos** ..... MP059

**Reprodução do Livro do Estudante** ..... 1

**Orientações para a Avaliação diagnóstica 1** ..... 12

**Orientações para a Unidade 1** ..... 18

Orientações para o Capítulo 1 ..... 20

Orientações para o Capítulo 2 ..... 46

**Orientações para a Unidade 2** ..... 76

Orientações para o Capítulo 3 ..... 78

Orientações para o Capítulo 4 ..... 104

**Orientações para a Prática integradora** ..... 131

**Orientações para a Avaliação diagnóstica 2** ..... 135

**Orientações para a Unidade 3** ..... 140

Orientações para o Capítulo 5 ..... 142

Orientações para o Capítulo 6 ..... 171

**Orientações para a Unidade 4** ..... 202

Orientações para o Capítulo 7 ..... 204

Orientações para o Capítulo 8 ..... 231

**Orientações para a Prática integradora** ..... 264

MODERNA

# Orientações gerais

## A construção da Educação de Jovens e Adultos

Desde 1949, a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (Unesco) organiza, aproximadamente de 12 em 12 anos, a Conferência Internacional de Educação de Adultos (Confintea), que dá visibilidade internacional às iniciativas voltadas à educação de adultos. Edições dessa conferência foram realizadas na Dinamarca (1949), no Canadá (1963), no Japão (1972), na França (1985), na Alemanha (1997), no Brasil (2009) e no Marrocos (2022).

A sexta Confintea, realizada no Brasil, em Belém (PA), em dezembro de 2009, foi a primeira em um país do hemisfério Sul. No documento resultante do encontro de delegações de 144 países, lê-se:

> [...] estamos convictos de que aprendizagem e educação de adultos preparam as pessoas com conhecimentos, capacidades, habilidades, competências e valores necessários para que exerçam e ampliem seus direitos e assumam o controle de seus destinos. Aprendizagem e educação de adultos são também imperativas para o alcance da equidade e da inclusão social, para a redução da pobreza e para a construção de sociedades justas, solidárias, sustentáveis e baseadas no conhecimento.

CONFERÊNCIA INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO DE ADULTOS. **Marco de Ação de Belém**. Brasília, DF: Unesco; Confintea VI; Ministério da Educação, 2010. p. 7.

Essa declaração expressa os princípios norteadores da Educação de Jovens e Adultos (EJA) e sua importância para a construção de uma sociedade mais justa, que ofereça a todos, sobretudo àquelas pessoas que, por diferentes motivos, não frequentaram ou abandonaram a escola, a oportunidade de iniciar ou retomar seus estudos, independentemente da fase da vida em que se encontram, para que atinjam seus objetivos.

Em junho de 2022, a sétima Confintea, realizada em Marrakech, no Marrocos, referendou os princípios da Conferência Internacional de 2009, ratificando o conceito de **aprendizagem ao longo da vida**, visto como parte essencial da garantia do direito à educação. O documento *Confintea VII Marco de Ação de Marrakech: aproveitar o poder transformador da aprendizagem e educação de adultos*, assinado pelos 142 países participantes da Confintea VII, deve atender a três áreas fundamentais de aprendizagem:

- alfabetização e habilidades básicas;
- educação continuada e habilidades profissionais;
- habilidades para a cidadania.

MODERNA

O documento ressalta a importância da aprendizagem ao longo da vida como um caminho para a transformação da sociedade e manutenção da democracia.

De acordo com o Marco de Ação de Marrakech, a Educação de Jovens e Adultos, que no Brasil é ofertada pela EJA, é essencial para a promoção dos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável da Agenda 2030 da Organização das Nações Unidas. Abrem-se, assim, novas perspectivas para a continuidade da construção da EJA, envolvendo a sociedade em um esforço de promoção da sustentabilidade social, econômica e ambiental.

## Histórico da EJA no Brasil

A história da Educação de Jovens e Adultos no Brasil perpassa por diferentes concepções pedagógicas e políticas públicas que, ao longo dos anos, buscaram aplicá-las na prática educativa.

As primeiras escolas brasileiras para adultos datam dos anos 1920. Foram criadas com o objetivo de formar mão de obra que atendesse aos imperativos da urbanização e da industrialização crescentes. Com a Constituição Federal de 1934, o ensino primário de adultos tornou-se dever do Estado, ao qual cabia assegurar a educação de adultos no sistema público.

De acordo com dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), divulgados no Anuário Estatístico do Brasil 1979, o índice de analfabetismo da população do Brasil, nos anos 1940, era de 54,5%, ou seja, mais da metade da população brasileira era analfabeta.

Em resposta aos altos índices de analfabetismo, o Governo Federal lançou, em 1947, a primeira Campanha Nacional de Educação de Adultos, cujas metas eram ambiciosas. Esperava-se alfabetizar os estudantes em um tempo médio de três meses, por meio de uma cartilha que foi o primeiro material didático para adultos produzido no país.



UTCON COLLECTION /ALAMY / FOTOARENA

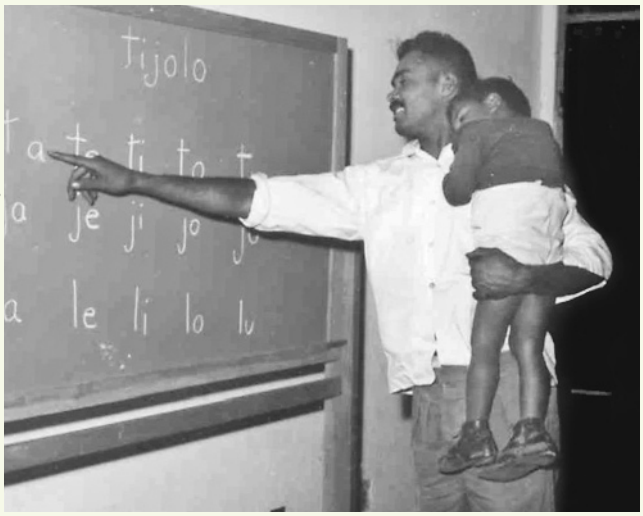
Selo comemorativo, de 1949, da Campanha Nacional de Educação de Adultos.

Apesar da sua importância histórica, principalmente pelo esforço inédito de promover a alfabetização em massa, essa campanha foi extinta no final dos anos 1950. As críticas apontavam, entre outros aspectos, o fato de não levar em consideração a diversidade cultural brasileira e de suas propostas se mostrarem inadequadas ao público adulto.

Na época em que a campanha foi posta em prática, o analfabetismo era visto como fator decorrente de uma suposta "incapacidade" do adulto, que o levaria à condição de pobreza. Nesse contexto, o objetivo da alfabetização e escolarização de adultos era a ampliação do contingente supostamente apto ao trabalho e à vida cívica.

O trabalho do professor e educador Paulo Freire apresentou uma nova visão sobre a abordagem da alfabetização de adultos. Seu método de alfabetização presumia que o professor estabelecesse um diálogo inicial com os estudantes, a fim de conhecer sua realidade cultural e identificar os vocábulos que empregavam para expressá-la. O professor deveria então selecionar palavras que seriam a base de um exame crítico da realidade dessas pessoas e do estudo da escrita e da leitura. Essas palavras eram designadas como **palavras geradoras**.

MODERNA




ACERVO DO MUSEU DA EDUCAÇÃO DO DISTRITO FEDERAL

Alfabetização de trabalhador que participou da construção de Brasília, no Círculo de Cultura de Gama (DF), em 1963, durante o programa de alfabetização de Paulo Freire. Na lousa, lê-se a palavra geradora "tijolo".

Em 1963, a Secretaria de Educação do Rio Grande do Norte convidou Paulo Freire para testar suas ideias sobre alfabetização de adultos em um programa de larga escala (Lyra,1996, p. 15). A cidade escolhida para a primeira experiência foi Angicos. Ali, Paulo Freire coordenou um grupo de professores para aplicar na prática o método que prometia, por meio de um curso de 40 horas de duração, alfabetizar adultos e promover discussões sobre sua realidade social.

Nas experiências iniciais feitas pelo grupo de professores, as palavras geradoras eram apresentadas com a projeção de *slides* e elementos visuais relacionados ao local em que os estudantes viviam. Durante a análise das palavras escritas, as palavras geradoras eram decompostas em sílabas, e as sílabas eram apresentadas agrupadas, associadas às diferentes vogais, com a solicitação de que os estudantes apontassem a forma empregada em cada palavra.

A ideia de que a leitura do mundo deveria preceder a leitura da palavra atribuía um lugar central à ação educativa, à produção cultural e aos recursos expressivos de grupos sociais não letrados, até então marginalizados. Por meio desse exame crítico da realidade dos estudantes, a educação se converteria em instrumento formador de consciência e contribuiria para transformar a estrutura social que produzia o analfabetismo. A partir da obra de Paulo Freire, o analfabetismo passou a ser compreendido como consequência, e não como causa, da pobreza e da desigualdade social.

Dos anos 1960 aos dias atuais, o modelo pedagógico freiriano tem inspirado professores e especialistas em Educação de Jovens e Adultos, afirmando o ideal de transformação de sua condição de vida.

Com a repercussão das experiências iniciais e da nova comprovação da eficácia, dessa vez no Distrito Federal, o método Paulo Freire seria adotado no Programa Nacional de Alfabetização, de acordo com o Decreto nº 53.465, de 21 de janeiro de 1964, assinado pelo então presidente João Goulart. É importante ressaltar o modo como os grupos de alfabetização seriam criados, com intensa participação de diversos setores da sociedade, abrangendo desde grêmios estudantis até as Forças Armadas, conforme dispõe o artigo 4º do Decreto:

> Art. 4º A Comissão do Programa Nacional de Alfabetização convocará e utilizará a cooperação e os serviços de: agremiações estudantis e profissionais, associações esportivas, sociedades de bairro e municipalistas, entidades religiosas, organizações governamentais, civis e militares, associações patronais, empresas privadas, órgãos de difusão, o magistério e todos os setores mobilizáveis.

BRASIL. Decreto nº 53.465, de 21 de janeiro de 1964. **Institui o Programa Nacional de Alfabetização do Ministério da Educação e Cultura e dá outras providências**. Brasília, DF: Senado Federal, [1964]. Disponível em: https://legis.senado.leg.br/norma/476127/publicacao/15666486. Acesso em: 6 mar. 2024.

MODERNA

Com a deposição do governo João Goulart e a instauração do regime civil-militar, o Decreto que instituía esse programa foi totalmente revogado pelo Decreto nº 53.886, de 14 de abril de 1964. Posteriormente, o regime civil-militar instituiu o Movimento Brasileiro de Alfabetização (Mobral), por meio da Lei nº 5.379, de 15 de dezembro de 1967, cujo artigo 2º dispõe:

> Art. 2º Nos programas de alfabetização funcional e educação continuada de adolescentes e adultos, cooperarão as autoridades e órgãos civis e militares de todas as áreas administrativas, nos termos que forem fixados em decreto, bem como, em caráter voluntário, os estudantes de níveis universitário e secundário que possam fazê-lo sem prejuízo de sua própria formação.

BRASIL. Lei nº 5.379, de 15 de dezembro de 1967. **Provê sobre a alfabetização funcional e a educação continuada a adolescentes e adultos**. Brasília, DF: Presidência da República, [1969]. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/1950-1969/l5379.htm. Acesso em: 6 mar. 2024.

Dessa forma, as organizações sociais e religiosas, cuja participação no Programa Nacional de Alfabetização era prevista pelo Decreto nº 53.465, não foram chamadas a participar do Sistema Mobral.

Nesse mesmo cenário, em 1971, ocorreu a regulamentação do chamado Ensino Supletivo, cujo objetivo era repor a escolaridade que não havia ocorrido na faixa etária considerada, na época, "apropriada à aprendizagem", um ponto de vista defendido pela psicologia evolucionista, que era um dos paradigmas da área educacional nesse período.

Com o fim do regime civil-militar, em 1985, o Mobral foi extinto, e os princípios da educação popular voltaram a pautar propostas para a Educação de Jovens e Adultos. A participação dos movimentos sociais no debate sobre as políticas públicas para a educação de adultos foi decisiva para que a Constituição de 1988 garantisse o ensino gratuito a todos os brasileiros, inclusive aos jovens e adultos. Com esse propósito, o atendimento da rede pública foi ampliado, embora a questão dos recursos destinados ao setor jamais tenha abandonado a pauta dos debates.

Nos anos 1990, o conceito de reposição, no que se refere ao ensino de adultos, seria superado pela perspectiva da educação continuada. O marco histórico dessa tendência foi a Confintea V, realizada em Hamburgo (Alemanha), em 1997, que proclamou o direito de acesso à educação ao longo da vida para todas as pessoas. Desde os anos 1970, os estudos em psicologia evolutiva já demonstravam que a aprendizagem poderia ocorrer em qualquer idade (Baltes, 1979).

A importância da oferta da educação permanente viria a ser reforçada pelo fato de que a escolarização na infância e na juventude deixara de garantir uma participação social plena, diante da aceleração das transformações no mundo do trabalho, da ciência e da tecnologia. A aprendizagem ao longo da vida passou a constituir fator de desenvolvimento pessoal e condição para a participação dos sujeitos na construção social. Como afirma Maria Clara Di Pierro:

MODERNA

A educação capaz de responder a esse desafio não é aquela voltada para as carências e o passado (tal qual a tradição do ensino supletivo), mas aquela que, reconhecendo nos jovens e adultos sujeitos plenos de direito e de cultura, pergunta quais são suas necessidades de aprendizagem no presente, para que possam transformá-lo coletivamente.

DI PIERRO, Maria Clara. Notas sobre a redefinição da identidade e das políticas públicas de Educação de Jovens e Adultos no Brasil. **Educação e Sociedade**, Campinas, v. 26, n. 92, p. 1.115-1.139, 2005.

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), de 1996, adotou a denominação Educação de Jovens e Adultos, estabelecendo a EJA como modalidade da Educação Básica do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Desde então, o reconhecimento da EJA como modalidade de ensino, com suas especificidades, vem se traduzindo em documentos que orientam as ações educativas no setor, como as Diretrizes Curriculares Nacionais e a Proposta Curricular para o primeiro e o segundo segmentos do Ensino Fundamental.

Além disso, ampliaram-se as políticas públicas voltadas para a Educação de Jovens e Adultos, frequentemente produto de debates entre o Estado e a sociedade civil. Essas discussões ocorrem, por exemplo, nos fóruns de EJA, que reúnem gestores, pesquisadores, professores e estudantes de estados e diversos municípios brasileiros e se articulam nos Encontros Nacionais de EJA (Enejas).

O Parecer CNE/CBE nº 11/2000 — Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação de Jovens e Adultos, do Conselho Nacional de Educação, aprovado em 10 de maio de 2000, é um importante marco legal para a função desempenhada pela Educação de Jovens e Adultos no Brasil.

O documento foi elaborado em um contexto de debate sobre as políticas educacionais brasileiras, tendo em vista a necessidade de cumprimento da Constituição Federal de 1988 e, mais especificamente, de implementação da LDB. Nesse sentido, o Parecer nº 11/2000 aprofunda alguns direcionamentos orientados para a EJA, trazendo à tona suas principais funções: **função permanente** ou **qualificadora**, **função reparadora** e **função equalizadora**.

**Funções da Educação de Jovens e Adultos (EJA)**

| Função permanente ou qualificadora | Função reparadora | Função equalizadora |
|---|---|---|
| "Tem como base o caráter incompleto do ser humano, cujo potencial de desenvolvimento e de adequação pode se atualizar em quadros escolares ou não escolares. Mais do que nunca, ela é um apelo para a educação permanente e criação de uma sociedade educada para o universalismo, a solidariedade, a igualdade e a diversidade." | "Significa [para o estudante da EJA] não só a entrada no circuito dos direitos civis pela restauração de um direito negado: o direito a uma escola de qualidade, mas também o reconhecimento daquela igualdade ontológica de todo e qualquer ser humano. Desta negação, evidente na história brasileira, resulta uma perda: o acesso a um bem real, social e simbolicamente importante. Logo, não se deve confundir a noção de reparação com a de suprimento." | Visa "dar cobertura a trabalhadores e a tantos outros segmentos sociais como donas de casa, migrantes, aposentados e encarcerados. A reentrada no sistema educacional dos que tiveram uma interrupção forçada seja pela repetência ou pela evasão, seja pelas desiguais oportunidades de permanência ou outras condições adversas, deve ser saudada como uma reparação corretiva, ainda que tardia, de estruturas arcaicas, possibilitando aos indivíduos novas inserções no mundo do trabalho, na vida social, nos espaços da estética e na abertura dos canais de participação". |

**Fonte:** BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Básica. **Parecer CNE/CEB 11/2000**. Brasília, DF: MEC; CNE; CEB, 2000.

MODELO

Em 2003, o Ministério da Educação lançou o Programa Brasil Alfabetizado (PBA). Seu objetivo, assim como o de outras campanhas e programas anteriores, era superar as desigualdades na educação e oferecer a alfabetização como porta de entrada para a promoção social, priorizando regiões com altos índices de analfabetismo.

Sua criação foi uma resposta à alta taxa de analfabetismo no Brasil, inferior àquela verificada nos anos de 1940, mas ainda alta. Em 2001, de acordo com o IBGE, 13% da população economicamente ativa era analfabeta. Portanto, o objetivo era alfabetizar essa população, oferecendo-lhe a oportunidade de continuar seus estudos na rede pública de ensino. Projetado de forma flexível, o programa oferece bolsas para voluntários que querem se dedicar à alfabetização de jovens e adultos (Biondi, 2018).

No entanto, ainda há muito a ser feito. A lenta redução dos índices de analfabetismo, a pouca articulação com o Ensino Fundamental e a queda nas matrículas na EJA exigem que as estratégias sejam repensadas. O analfabetismo ainda é um problema persistente, que gera exclusão social e impede o desenvolvimento individual e coletivo.

Atualmente, a articulação entre políticas de alfabetização e outras dimensões estruturantes da EJA se faz necessária, tendo sido objeto de constantes reflexões e proposições de políticas.

Neste ponto, cumpre resgatar o Parecer CNE/CEB nº 1/2021, aprovado pelo Conselho Nacional de Educação (CNE), em 18 de março de 2021, que dialoga com os desdobramentos relacionados às transformações socioeconômicas, culturais e tecnológicas ocorridas nos últimos anos, propondo uma atualização da política da EJA, ainda que embasada na LDB de 1996.

O Parecer nº 1/2021 reforça o conceito de educação e aprendizagem ao longo da vida, o qual ocupa espaço central na EJA, enfatizando a obrigação que o poder público tem de garantir a aprendizagem continuada sem se prender a marcos etários relacionados ao Ensino Fundamental e ao Ensino Médio. Isso converge para as propostas de flexibilização da oferta educacional, viabilizando as modalidades semipresencial ou a distância, com opções de horários alternativos.

O documento abre caminhos para a viabilização de novas formas de certificação que considerem o conjunto das competências e habilidades adquiridas pelos estudantes em suas trajetórias de vida. Isso significa que o currículo da EJA deve ser flexível e adaptável às necessidades individuais dos estudantes, considerando fatores como acesso aos recursos educacionais, locomoção e condições materiais.

## Os estudantes da EJA

Muitos jovens e adultos encontram na escola não apenas um espaço de educação formal, mas também de socialização. Esse aspecto deve ser considerado no planejamento pedagógico, pois a função da escola como espaço de convivência, de formação de vínculos afetivos e de lazer está relacionada a uma de suas funções essenciais: a educação para o exercício da cidadania. Assim, a escola deve manter seu propósito educativo por meio do planejamento de atividades de cultura e lazer que promovam a convivência amistosa, e da articulação dos projetos pedagógicos à vida comunitária.

Essa dimensão do trabalho pedagógico é essencial e não pode ser desvinculada do ensino propriamente dito, pois é preciso considerar que a convivência saudável entre estudantes, professores e funcionários favorece o aprendizado, na medida em que contribui para elevar a autoestima, a autoconfiança dos estudantes, a criação de laços afetivos e o prazer de estar no ambiente escolar. Na Educação de Jovens e Adultos, esse aspecto é fundamental, pois os índices de evasão e abandono da escola nessa modalidade são bem maiores do que no ensino regular.

Muitos estudantes da EJA já estão no mercado de trabalho e não é fácil para eles trabalhar e frequentar a escola diariamente. A pesquisa IBGE Educação 2023 divulgou que, em 2022, jovens de 15 a 29 anos que não haviam concluído o Ensino Médio relataram ter desistido de frequentar a escola por diversas razões, entre elas: necessidade de trabalhar para se sustentar ou contribuir com a renda familiar (40,3%) e falta de interesse em estudar (24,8%). Considerando apenas as respostas de mulheres, a gravidez é mencionada por 22,5% das entrevistadas como motivo para desistir de estudar.

De acordo com a Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua (PNAD), do IBGE, a média de anos de estudo entre adultos de 18 a 39 anos no Brasil era de 11,7 anos em 2022, indicando que muitos não chegaram a concluir o Ensino Médio. Esses números eram menores para as faixas etárias entre 40 e 59 anos e 60 anos ou mais, com 9,8 e 7 anos, respectivamente.

Dados da PNAD Contínua 2022 citados pelo Censo Escolar 2023 indicam que, em 2023, a população de 18 anos ou mais que não frequentava a escola e não concluiu a Educação Básica estava dividida da seguinte maneira:

**População de 18 anos ou mais que não frequenta a escola e não concluiu a Educação Básica**

| Faixa etária | Número de pessoas |
|---|---|
| 18 a 24 anos | 4.636.176 |
| 25 a 29 anos | 4.259.251 |
| 30 a 49 anos | 22.435.225 |
| Acima de 50 anos | 36.705.678 |
| **Total** | **68.036.330** |

**Fonte:** INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). **Censo Escolar 2023**: divulgação dos resultados. Brasília, DF: Inep, 2023.

Os dados mostram que, entre os adultos, mais de 68 milhões de pessoas não concluíram a Educação Básica e poderiam frequentar a EJA. Além disso, a desigualdade entre brancos e negros (grupo formado por pessoas que se autodeclaram pretas ou pardas) é acentuada no Brasil, como evidenciam os resultados da PNAD Contínua 2022. A dificuldade de acesso à escolarização é um dos componentes dessa desigualdade.

De acordo com os dados do Censo Escolar 2023, de 2020 a 2021, 107,4 mil estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental e 90 mil do Ensino Médio deixaram o ensino regular e passaram a frequentar a EJA. Eles contavam com retenções em seu histórico escolar e, por isso, atingiam a idade mínima requerida para se matricularem na EJA, ou seja, 15 anos para o Ensino Fundamental e 18 anos para o Ensino Médio. Esse fato mostra que algumas características do público-alvo da EJA estão se transformando, pois as turmas podem ser compostas de estudantes de diversas faixas etárias, dos mais jovens aos mais velhos, com diferentes vivências, objetivos e expectativas em relação à retomada dos estudos. Enquanto muitos pretendem avançar nos estudos para promover uma mudança em sua vida, outros voltam à escola por exigência da família ou por outras razões. Independentemente da situação, todos devem ser igualmente acolhidos e valorizados pelo retorno aos estudos. Ao receber esses estudantes, atitudes acolhedoras por parte da equipe escolar e, principalmente, dos professores, fará diferença na maneira como eles enfrentarão a rotina de estudos.

## O papel do professor e da comunidade

Na EJA, o desafio de professores, gestores e funcionários consiste em procurar refazer o vínculo desses estudantes com a escola, oferecendo a eles um espaço de convivência, de escuta e de expressão, favorável à aprendizagem. A condição para o exercício de uma ação educativa dessa natureza deve ser a consciência de que a escola atende a um direito que só será cumprido com um planejamento coerente com a responsabilidade social. É fundamental que todos os estudantes da EJA sejam continuamente incentivados e valorizados por retornar à escola. Cabe aos professores enfatizar aos estudantes a importância de retomar os estudos, pois, por meio da aprendizagem, eles terão a oportunidade de resgatar a autoestima, de desenvolver habilidades intelectuais pelo acesso à cultura letrada e de cultivar a consciência de si mesmos e de seu papel na sociedade, ampliando sua participação no mundo do trabalho e em outras esferas, como seres políticos inclusive.

A importância de promover a adesão aos estudos para esse público também tem finalidade econômica, pois, com a taxa de fecundidade por mulher diminuindo ano a ano, o país necessita de mão de obra especializada, essas pessoas precisam de trabalho digno. A par disso, a pirâmide populacional também vem se alterando, pois o Censo 2022, do IBGE, projeta para as próximas décadas o aumento da população idosa no topo da pirâmide e a redução de nascimentos e da população jovem na base. Isso significa que o atual cenário traz desafios para a economia, já que a parcela da população em idade de trabalhar tende a diminuir, enquanto a de aposentados aumenta, resultando em diminuição dos recursos financeiros para que os jovens de hoje possam usufruir de benefícios e de aposentadoria e pensões no futuro.

Nesse contexto, é papel dos professores e da comunidade escolar o combate à evasão escolar e a busca ativa para a formação de turmas na EJA. Todos os membros da comunidade escolar e até mesmo familiares e estudantes podem se mobilizar para comunicar à população do entorno da escola a possibilidade de formação de novas turmas de EJA. Isso pode ser feito por meio da distribuição de panfletos e fôlderes, da afixação de faixas ou cartazes nos arredores da escola ou do compartilhamento de publicações em redes sociais, entre outras maneiras. Essas são ações importantes porque, muitas vezes, pessoas que seriam beneficiadas pelas turmas de EJA desconhecem a oferta dessa oportunidade de retorno aos estudos.

MODERNA

JOÃO PRUDENTE/PULSAR IMAGENS




Faixa anunciando a abertura de matrículas na EJA na Escola Municipal de Ensino Fundamental Professora Iracema de Souza Freitas, em Lindóia (SP). Foto de 2023.

O trabalho dos professores em qualquer segmento de ensino é desafiador, e na EJA não é diferente. Os docentes precisam lidar com turmas heterogêneas, compostas de estudantes de diversas origens, credos, etnias, gêneros, vivências e faixas etárias, com diferentes vivências, saberes e expectativas em relação aos estudos. O convívio com a diversidade é importante para o aprendizado e a formação para a cidadania, pois leva à compreensão de que há diferentes maneiras de ser e de estar no mundo. Esse entendimento é essencial para a formação de indivíduos mais empáticos e, consequentemente, para a construção de uma sociedade mais democrática e menos violenta.

## Os professores como mediadores e a assembleia de classe

Na EJA, assim como em qualquer espaço social, há conflitos que podem se transformar em atitudes agressivas, se não houver uma mediação efetiva da equipe escolar. São situações que precisam ser enfrentadas e que afloram em razão da convivência entre grupos de diferentes idades e interesses, com expectativas diversas em relação à escola.

Note-se que um conflito não é, necessariamente, sinônimo de agressividade, mas uma divergência de posturas ou de opiniões que, se não trabalhada por meio do diálogo, para gerar respeito mútuo às diferenças, pode acabar em violência, envolvendo o uso da força ou ameaça e resultando em dano físico ou psicológico (Assis, 2010).

É papel dos professores, como mediadores do aprendizado, convidar os estudantes a refletirem sobre as diferenças presentes no ambiente escolar, de modo a promover o bom convívio e desenvolver a empatia e o respeito mútuo entre os vários grupos que compõem cada turma. Por esse motivo, tanto a equipe gestora quanto os professores precisam estar preparados para tratar de preconceito e discriminação racial, etária, de gênero, entre outras, pois essas manifestações, além de criminosas, contribuem para o abandono da escola em razão de danos emocionais e psicológicos e estão presentes nas relações de violência e desigualdade no Brasil.

MODERNA

A fim de garantir a inclusão e o aprendizado de grupos frequentemente excluídos, há outras medidas essenciais, como a promoção do sentimento de pertencer ao universo escolar por meio de ações de integração entre estudantes e membros da comunidade escolar, ações de valorização das culturas juvenis, dos saberes que todos trazem de suas vivências, especialmente os mais velhos, e das identidades culturais negras e indígenas. Assim, é importante que a escola promova o resgate das experiências de vida dos estudantes, das suas origens e memórias, ou seja, da diversidade da população brasileira. A construção de relações de respeito, de empatia e de cultura de paz é um dos caminhos para que diferenças culturais, religiosas, étnicas e regionais possam conviver igualmente no ambiente escolar e na sociedade.

Mediar os conflitos em sala de aula a fim de viabilizar o diálogo entre os diferentes grupos faz parte das atribuições do professor, embora não caiba a ele tentar resolver todos os conflitos que ocorrem na sala de aula, uma vez que o nível de violência pode escalar, exigindo outro tipo de interferência. Porém, como a educação acontece, na prática, por meio da relação professor-estudante, uma ação factível para trabalhar a mediação de conflitos e rever atitudes que melhorem a dinâmica das aulas é a realização de assembleias de classe periódicas, por exemplo, a cada semana ou quinzena. De acordo com Tordin e Mendonça (2022, p. 3):

> O desenvolvimento do trabalho pedagógico por meio das assembleias de classe tem por finalidade, em primeiro lugar, proporcionar aos discentes e aos docentes a construção de um ambiente escolar dialógico e democrático; em segundo, promover um olhar para si mesmo e para o outro; e, em terceiro, fortalecer as relações entre os sujeitos no âmbito escolar, refletindo sobre as tomadas de decisão em situações de conflito.

Assim, para preparar os estudantes para as assembleias de classe, é preciso explicar a eles que o objetivo da assembleia é tratar de questões de convivência, de respeito, de reivindicações e de atitudes que devem ser discutidas, para que as aulas sejam proveitosas tanto para os estudantes quanto para o professor. É importante enfatizar que a discussão envolve apenas situações e atitudes, sem citar o nome de ninguém, pois a ação visa ao grupo e não aos indivíduos em si, embora seja esperado que as reflexões pessoais também ocorram por meio do colocar-se no lugar do outro e exercitar a compreensão. Por exemplo, um estudante pode apontar a seguinte situação: "Gostaria que os colegas que não participam dos trabalhos em grupo, e ficam atrapalhando quem trabalha, passassem a contribuir e a se comprometer, para ninguém fazer o trabalho sozinho e o grupo ficar prejudicado". Nesse caso, o professor poderá propor uma discussão para a turma e solicitar aos estudantes que opinem sobre como resolver a situação. Se achar conveniente, pode propor uma votação e pedir a um dos estudantes que conte os votos de quem concorda com a reivindicação e registre a quantidade de votos na ata da assembleia, uma vez que esse será um compromisso assumido por todos, ou pela maioria. Para definir as pautas da assembleia, os estudantes podem registrar as questões que pretendem discutir em um cartaz na sala de aula ou levá-las por escrito ao professor. Se for possível, pode-se formar um grupo composto pelo professor e pelos estudantes em um aplicativo de mensagens de celular para o registro das reivindicações. É importante enfatizar aos estudantes que não devem mencionar nomes, mas situações.

MODERNA

A assembleia deve ter um tempo de duração predeterminado, por exemplo, 40 minutos. Para ser produtiva, quem quiser falar deve levantar a mão e esperar a vez, respeitar a fala do colega e se ater às pautas predefinidas.

O artigo indicado a seguir pode auxiliar o professor na realização de assembleias de classe: TORDIN, Denise C.; MENDONÇA, Samuel. Assembleias de classe e a autoética pela perspectiva de Edgar Morin. **Pro-Posições**, Campinas, v. 33, 2022. Disponível em: https://www.scielo.br/j/pp/a/WrvpHn8F6nQZ7mnNK5Wyj8K/. Acesso em: 23 abr. 2024.

## Abordagens da violência no contexto da educação

Os casos de violência no ambiente escolar vêm ocorrendo com frequência no Brasil. São situações que envolvem agressões verbais, físicas, *bullying*, *cyberbullying* e ataques com armas, que vitimam profissionais, estudantes e seus familiares, atingindo toda a comunidade escolar. As causas desses eventos são múltiplas e complexas, mas, de maneira geral, estão relacionadas à violência, à desigualdade e à intolerância que existem na sociedade. Construir uma sociedade mais justa, que ofereça oportunidades iguais de estudo, de moradia, de saúde e de emprego para todos, independentemente do local ou do grupo social de origem, é uma tarefa de todos os segmentos da sociedade e de todas as instâncias governamentais. No entanto, é preciso destacar que a escola também tem uma função social a cumprir, uma vez que deve ser o lugar onde se pratica a convivência, o respeito e a cultura de paz. Com base nesse princípio, o ambiente escolar deve priorizar o diálogo, a integração entre os estudantes, entre eles e os profissionais que atuam na escola, e a construção de regras coletivas com a participação de todos os envolvidos para que elas sejam cumpridas.

O início do semestre letivo é o momento em que acontecem o acolhimento dos estudantes, as atividades iniciais de integração e os contatos com a equipe pedagógica. Por isso, é recomendável que faça parte dessas atividades a elaboração de um **contrato pedagógico** estabelecendo as regras, os direitos e os limites, que valem tanto para os estudantes como para os professores e demais membros da equipe escolar. O contrato pedagógico é especialmente indicado aos estudantes da EJA, pois favorece o desenvolvimento da autonomia, oferecendo aos estudantes um canal de comunicação para interagir criticamente com diferentes fontes de informação e conhecimento. Como o próprio nome indica, em um contrato, as regras não são impostas, mas construídas pelas partes envolvidas. A participação dos estudantes na sua elaboração é fundamental para que o contrato funcione, pois a via democrática reflete respeito pelos estudantes, considerando suas decisões tão importantes quanto as dos demais membros da comunidade escolar. Entretanto, para que o contrato cumpra sua função, é preciso retomá-lo periodicamente, principalmente com aquelas turmas em que os estudantes testam os limites mais pontualmente. Essa retomada implica questionar se o contrato vem sendo ou não cumprido, quem não o está cumprindo e por que, com a finalidade de resgatar tanto os direitos como o comprometimento de cada um na construção de um ambiente escolar democrático e não violento.

## Mediação de conflitos e *bullying*

Situações que envolvem conflitos são comuns tanto na sociedade quanto na escola. Os conflitos, em si, fazem parte do debate de ideias, não representando um problema, mas, quando o descontrole emocional gera agressões, as atitudes devem ser repensadas. Lidar com conflitos e diferenças, sejam quais forem, é condição necessária para o crescimento e o amadurecimento de todos; o fundamental é a forma como a resolução de um conflito é direcionada. As turmas da EJA reúnem grupos de faixas etárias, vivências, interesses e propósitos pessoais diferentes, compondo uma multiplicidade de pensamentos e culturas. Em vista disso, a escola acaba se tornando um lugar propício para as divergências acarretadas pela falta de cooperação, de solidariedade e, principalmente, de diálogo.

O diálogo é a melhor forma de mediar e resolver os conflitos de modo pacífico, mas, para isso, é necessário que os envolvidos adquiram alteridade, ou seja, aprendam a se colocar no lugar do outro para analisar a situação sob diferentes pontos de vista. O exercício de reflexão e de autoconhecimento, o desenvolvimento de habilidades socioemocionais, os questionamentos pelo professor para que os envolvidos tentem compreender determinadas atitudes podem auxiliar os estudantes na prática diária do convívio, tanto com seus pares quanto com os professores e a comunidade.

Nesse sentido:

> A mediação [de conflitos] possibilita a transformação da cultura do conflito em cultura do diálogo na medida em que estimula a resolução dos problemas pelas próprias partes. A valorização das pessoas é um ponto importante, uma vez que são elas os atores principais e responsáveis pela resolução da divergência.
>
> [...]
>
> A mediação de conflitos propicia a retomada do diálogo franco, a escuta e o entendimento do outro. A visão positiva do conflito é considerada um ponto importante. O conflito, normalmente, é compreendido como algo negativo, que coloca as partes umas contra as outras. A mediação tenta mostrar que as divergências são naturais e necessárias, pois possibilitam o crescimento e as mudanças. O que será negativo é a má administração do conflito.
>
> [...]
>
> A mediação escolar se caracteriza por possibilitar, dentro da escola, a educação em valores, a educação para a paz e uma nova visão acerca dos conflitos.
>
> A violência, tão presente no meio escolar na atualidade, acaba destruindo os vínculos existentes entre as pessoas, tornando-as cada vez mais individualistas e indiferentes à existência do próximo. A mediação praticada nas escolas possibilita a todos os seus atores uma educação em valores. Ela desenvolve entre as partes a tolerância, o respeito às diferenças, a solidariedade, colaborando ainda para o surgimento da igualdade, da justiça, do desenvolvimento humano, contribuindo para a construção de uma democracia mais participativa.
>
> [...]

MODERNA

A mediação também possibilita a educação para a paz. A violência geralmente ocorre quando não existem meios para canalizar a agressividade que resulta em conflito mal administrado.

Sobre esse ponto, interessante a colocação de Marcelo Rezende Guimarães (2004, p. 3) quando diz que: "a violência, tanto na educação como no conjunto da sociedade, constitui-se como uma forma de expressão dos que não têm acesso à palavra [...]. Quando a palavra não é possível, a violência se afirma e a condição humana é negada. Neste sentido, a reversão e a alternativa à violência passam pelo resgate e devolução do direito à palavra, pela oportunidade de expressão das necessidades e reivindicações dos sujeitos, pela criação de espaços coletivos de discussão, pela sadia busca do dissenso e da diferença, enfim, pela mudança das relações educacionais, ainda estruturadas no mandar e obedecer, para uma forma mais democrática e dialógica".

SALES, Lilia M. M.; ALENCAR, Emanuela C. O. Mediação de conflitos escolares: uma proposta para a construção de uma nova mentalidade nas escolas. **Pensar**, Fortaleza, v. 9, n. 9, p. 89-96, fev. 2004.

Como as autoras afirmam, o caminho para a resolução dos conflitos é o diálogo. No cotidiano da sala de aula, é provável que o professor tenha de auxiliar na resolução de situações conflituosas. Nesses casos, sugere-se ouvir os estudantes fora da sala de aula, para evitar que os demais colegas se envolvam. O professor, que deve se mostrar neutro, pode pedir a cada um dos envolvidos que exponha seu ponto de vista, enquanto o outro escuta sem interrompê-lo. Após a exposição do problema, o professor pode propor questões que provoquem a reflexão dos estudantes sobre o conflito e sua solução, tais como: "Vocês pensaram sobre o que cada um expôs?"; "Vocês imaginam por que o colega tomou essa atitude?"; "Qual é a justificativa para vocês tomarem essas atitudes?"; "Agora que cada um ouviu o outro, por que vocês não tentam reavaliar o motivo que desencadeou a discussão? Ele ainda existe?"; "O que vocês sugerem fazer para resolver essa situação e a aula prosseguir em paz e assim todos ganharem?". É fundamental que a mediação tenha como base o respeito, a tolerância e a solidariedade, para que os envolvidos percebam que controlar as emoções e repensar as atitudes é um caminho possível para a resolução dos conflitos.

Já os casos de *bullying* e *cyberbullying*, ou seja, o *bullying* virtual, demandam ações contínuas de esclarecimento e prevenção. A Lei nº 13.185, de 6 de novembro de 2015, classifica o *bullying* como intimidação sistemática, quando há violência física ou psicológica, em atos de humilhação ou discriminação, podendo resultar em ações judiciais, pois é crime.

É comum que as agressões ocorram por racismo, pela orientação sexual, por gênero, por atributos físicos, ou por qualquer outra razão que o agressor escolha para atingir a pessoa, para inferiorizá-la. O *bullying* e o *cyberbullying* podem causar abalo emocional, psicológico e físico, havendo até mesmo casos que levam a pessoa agredida ao suicídio.

MODERNA

A observação sistemática pelo professor da dinâmica das turmas, dos grupos formados e das relações entre eles e os demais grupos e estudantes pode auxiliar na identificação de agressores e de vítimas de *bullying*. O estudante que se isola e evita se relacionar com os demais ou reage defensivamente a qualquer contato pode estar sofrendo *bullying*.

As assembleias de classe, propostas rotineiramente, oferecem as condições ideais para que esses casos sejam expostos e discutidos por todos os estudantes, uma vez que, na assembleia, o foco são as situações e não as pessoas. Trabalhar preventivamente atividades que discutam *bullying* e *cyberbullying* é um ato educativo. Além da assembleia, outros exemplos dessas atividades são leitura e discussão de textos informativos e literários sobre *bullying* e *cyberbullying*, assim como exibição de filmes e documentários sobre esses temas, seguida de roda de conversa sobre o conteúdo visto.

## Violência de gênero e por orientação sexual

A violência de gênero ou por orientação sexual é aquela cometida contra uma pessoa em situação de vulnerabilidade por causa de seu gênero ou de sua orientação sexual. Entre as vítimas desse tipo de violência estão as mulheres e as pessoas LGBTQIAPN+ (acrônimo para pessoas lésbicas, *gays*, bissexuais, transgêneros, *queer*, intersexuais, assexuais, pansexuais/polissexuais e não binárias, com um sinal "+" para reconhecer as orientações sexuais ilimitadas e identidades de gênero usadas pelos membros dessa comunidade).

Além da violência e da discriminação que geralmente se perpetuam desde a infância, pessoas LGBTQIAPN+ podem sofrer exclusão da educação, do mercado de trabalho e de diversos outros direitos, como acesso aos serviços de saúde, já que, muitas vezes, têm atendimento médico negado porque seu nome social não corresponde ao sexo biológico que os serviços de saúde consideram para o cadastro, ou, ainda, pela maneira como se vestem e se portam, numa reprodução da homofobia e transfobia de que são vítimas. Essas situações impedem ou dificultam a pessoa LGBTQIAPN+ de usufruir direitos básicos garantidos por lei, potencializando processos de marginalização.

Ao retornar aos estudos e integrar uma turma de EJA, essas pessoas devem ser acolhidas, valorizadas e receber o mesmo respeito que todos os demais. Esse trabalho deve ser sistematizado com os estudantes da EJA, porque só praticando a empatia, o respeito e a solidariedade é que esses valores serão incorporados. Estudar é um direito garantido por lei, não importando a idade, o gênero ou a orientação sexual com que a pessoa se identifica, a maneira como se veste ou suas características físicas. A escola tem o dever de receber e de tratar todos igualmente, sem distinção e sem discriminação.

Para combater a violência e a intolerância é importante propor aos estudantes textos e atividades que discutam o direito de cada pessoa ser como é, sem sofrer preconceito ou discriminação.

Em se tratando de violência, os casos de violência contra a mulher vêm aumentando no Brasil. Suas manifestações envolvem assédio sexual e moral, exploração sexual, estupro, feminicídio, abuso físico, patrimonial, psicológico, entre outras formas de violência. São situações que, com frequência, impedem as adolescentes e

MODERNA

as mulheres de voltar a estudar e, assim, tentar mudar sua trajetória de vida para ter um futuro melhor. Essas jovens, muitas vezes, são carentes de políticas públicas amplas, de informação sobre seus direitos, de educação sexual e acesso a meios de contracepção e de acolhimento.

Viver na insegurança dos trabalhos informais e sofrer proibição de pais e companheiros também estão entre as causas de abandono dos estudos por adolescentes e mulheres. Para saber mais sobre a violência contra a mulher, consulte: CERQUEIRA, Daniel; BUENO, Samira (org.). **Atlas da violência 2023**. Disponível em: https://www.ipea.gov.br/portal/publicacao-item?id=262d546c-1a85-43b2-88f1-8c8f1473e0e6&highlight=WyJhdGxhcyIsIidhdGxhcyIsInZpb2xcdTAwZWFuY2lhIiwiJ3Zpb2xcdTAwZWFuY2lhIl0=. Acesso em: 5 abr. 2024.

Propor às turmas da EJA discussões sobre essas questões torna a escola mais inclusiva, na medida em que leva essas reflexões para além dos portões da escola, para a família dos estudantes e para a comunidade em que vivem. Muitas pessoas não têm sequer noção de que sofrem algum tipo de violência ou de abuso, pois algumas situações, de tão frequentes e não questionadas pela sociedade, são consideradas normais. Cabe ao professor desenvolver uma cultura de desconstrução desses padrões nocivos de comportamento, nomeando qualquer tipo de violência de gênero como inaceitável, dentro ou fora da escola.

O espaço escolar deve ser de acolhimento, proteção e desenvolvimento de habilidades para lidar com esse contexto. Por se tratar de um assunto delicado e doloroso, é preciso manter sigilo se algum estudante procurar a ajuda do professor, que deve ouvi-lo com atenção, sem emitir juízo de valor, e sugerir que procure os centros de atendimento do município ou serviços gratuitos de universidades, ou até mesmo as delegacias da mulher, se for o caso. Dependendo da situação relatada, a escola não pode se omitir. O assunto deve ser tratado no coletivo, mas exemplos de situações não devem ser induzidos nem solicitados diretamente. Perguntar o que é e como acontece, é diferente de perguntar à pessoa se já aconteceu com ela.

Caso o estudante traga voluntariamente sua história, ela deve ser ouvida com muito respeito por todos. Ao professor cabe o acolhimento e a orientação e, se necessário, não permitir que a pessoa se exponha diante da turma para evitar constrangimento para si.

## Sugestões de atividades de reflexão

Nestas atividades, a solidariedade e o respeito são continuamente estimulados, encorajando o diálogo e a empatia, para que os estudantes pensem em como seria estar no lugar do outro.

Antes de iniciar a atividade, explique seu objetivo aos estudantes e sempre faça o fechamento coletivo. Além disso, certifique-se de que as atividades são pertinentes a cada turma. Apesar de não ser solicitada a identificação do estudante, como se trata, em alguns casos, da exposição de histórias pessoais, é necessário ter certeza de que a turma está à vontade para participar.

## Atividade: Somos diferentes, somos parecidos

**Objetivo**

Mediar conflitos e pensar em recursos para enfrentá-los.

**Material**

- Papel *kraft* ou cartolina
- Material para desenho à escolha dos estudantes
- Revistas para recorte
- Tesoura, cola, fita-crepe

Se considerar pertinente, lembre os estudantes de usar a tesoura com cuidado.

**Orientações**

Peça aos estudantes que escrevam situações de constrangimento que tenham vivenciado ou presenciado, envolvendo preconceito e discriminação — na família, no trabalho, no transporte, na escola ou em outro local.

Solicite que entreguem as histórias por escrito sem identificação, ou seja, sem o nome do autor. Reúna a turma em uma roda de conversa, escolha algumas dessas histórias aleatoriamente e leia em voz alta para a turma. A seguir, proponha aos estudantes que pensem sobre os relatos e discutam como se sentiriam e o que fariam se tivessem vivenciado algumas daquelas situações.

No final, pode-se propor aos estudantes as seguintes reflexões:

1. Como vocês entendem esta frase: "Somos diferentes, somos parecidos"?
2. Qual seria um primeiro passo em direção à transformação das pessoas que provocaram essas situações?
3. O que cada um conclui dessa conversa?

**Fechamento**

Para concluir a atividade, convide os estudantes a elaborarem cartazes em que respondam criativamente à última questão, utilizando os materiais sugeridos. Os cartazes poderão ser afixados na sala de aula, em painéis na escola ou fotografados e trocados nos grupos de mensagens da turma.

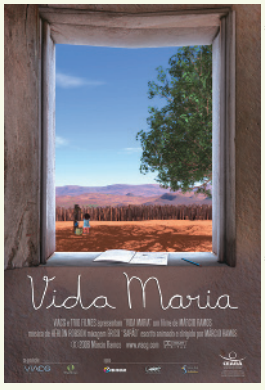
## Atividade: Vidas Marias, vida da gente

**Objetivo**

Sensibilizar os estudantes quanto à violência contra as mulheres.

**Material**

**VIDA Maria**. Direção: Márcio Ramos. Produção: Márcio Ramos, Joelma Ramos. Brasil: Trio Filmes, 2006 (8 minutos 35 segundos).




REPRODUÇÃO/VIACG/TRIO FILMES PRODUÇÕES ARTÍSTICAS LTDA

**Orientações**

O curta-metragem *Vida Maria* se passa no sertão do Ceará, no Nordeste do Brasil. Narra a história de Maria José, uma menina de 5 anos que é obrigada a largar os estudos para trabalhar. Ela cresce, se casa, tem filhos, envelhece e, posteriormente, o ciclo se reproduz com suas filhas, netas e bisnetas.

MODERNA

Peça aos estudantes que pesquisem e assistam ao filme em casa ou, se possível, exiba-o para eles na sala de aula. O filme está disponível gratuitamente e é localizável pesquisando-se na internet.

Reúna os estudantes em uma roda de conversa e apresente as seguintes questões sobre a história de Maria, para que eles reflitam e discutam.

1. Por que Maria teve de parar de estudar?
2. De que forma a violência está presente na história de Maria?
3. Você conhece pessoas com histórias parecidas com a de Maria?

Acompanhe a discussão e complemente propondo outras questões: "Vocês conhecem mulheres que, além de trabalhar para obter o sustento da família, acumulam as tarefas domésticas, o cuidado com os filhos e/ou familiares idosos?"; "Vocês acham natural as tarefas domésticas e o trabalho de cuidar serem obrigações femininas? Por quê?". É importante solicitar o posicionamento dos estudantes, sobre esse tema e observar como as mulheres reagem, uma vez que a Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílio Contínua 2022 (PNAD) apontou que, em média, as mulheres dedicaram 21,3 horas por semana aos cuidados domésticos e familiares contra 11,7 horas dos homens. Essas questões têm o propósito de provocar reflexões e desconstruir ideias que normalizam o trabalho doméstico e o de cuidar como responsabilidade exclusiva das mulheres.

Após a discussão, oriente os estudantes a escreverem um texto coletivo sobre as situações elencadas. Auxilie-os, se for preciso. O texto finalizado poderá ser afixado no mural da escola ou compartilhado pelo aplicativo de mensagens da turma.

**Fechamento**

Para concluir a atividade, proponha à turma a leitura compartilhada do texto e solicite aos estudantes, que sugiram como poderiam agir para apoiar Maria ou uma mulher da convivência deles que gostaria de voltar a estudar.

## Atividade: É uma escolha?

**Objetivo**

Sensibilizar os estudantes em relação à violência contra homossexuais e pessoas transgêneros, entre outros.

**Material**

Notícia sobre casos envolvendo discriminação e agressões contra homossexuais e pessoas transgêneros, entre outros.

**Orientações**

Reúna os estudantes em uma roda de conversa e leia para eles o seguinte trecho de uma notícia:

> O Brasil teve 257 mortes violentas de pessoas LGBTQIA+ no ano de 2023, uma a mais que o registrado em 2022. O dado é de um levantamento feito pelo Grupo Gay Bahia (GGB), a mais antiga Organização Não Governamental (ONG) LGBT da América Latina. O número mantém o país no posto do mais homotransfóbico em todo o mundo.

MODERNA

As conclusões são baseadas em informações coletadas na mídia, nos *sites* de pesquisa da internet e correspondências enviadas ao GGB, "já que não existem estatísticas governamentais sobre esses crimes de ódio contra a população LGBT". O trabalho é realizado sem recursos governamentais, por voluntários.

[...]

Com relação à faixa etária, o estudo informa que 67% das vítimas tinham entre 19-45 anos. O mais jovem tinha apenas 13 anos [...].

BRASIL registra 257 mortes violentas de pessoas LGBTQIA+ em 2023, uma a mais que 2022, e segue como país mais homotransfóbico do mundo. **G1**, 20 jan. 2024. Disponível em: https://g1.globo.com/ba/bahia/noticia/2024/01/20/mortes-violentas-de-pessoas-lgbtqia-na-ba-2023.ghtml. Acesso em: 23 abr. 2024.

Depois de ler a notícia, você pode propor questões como: "O que significa homotransfobia?"; "Por que essas pessoas são tão discriminadas?"; "Por que é negligenciado o direito de existir dessas pessoas tornando-as vítimas de crimes violentos?"; "É possível mudar essa situação? Como?". Esse tema pode dar origem a um conflito de opiniões e até mesmo de posicionamentos religiosos. Nesse caso, é preciso dirigir a discussão para o direito à vida, que é garantido por lei. As questões religiosas são de foro pessoal e devem ficar fora da discussão, mesmo porque, de acordo com a Constituição Federal de 1988, o Brasil é um país laico, não tem religião oficial. Acompanhe a discussão e, sempre que necessário, retome com os estudantes os valores da educação e da cultura de paz: respeito, tolerância e solidariedade. Solicite que pensem como é possível reduzir a violência contra homossexuais e pessoas trans, entre outros grupos, e se há ações individuais e coletivas que possam contribuir para essa mudança. A seguir, peça-lhes que escrevam, individualmente, uma frase que possa ser usada no combate a todos os tipos de discriminação. Solicite a eles que escrevam as frases na lousa, uma abaixo da outra, e votem naquela que considerarem mais significativa. A frase escolhida será o tema de uma redação que cada estudante vai escrever em uma folha avulsa. A atividade de escrita permite a reflexão sobre as próprias ideias.

**Fechamento**

Para concluir a atividade, proponha aos estudantes que leiam os textos produzidos pelos colegas. A seguir, reúna-os em uma roda de conversa e convide-os a opinar sobre como se sentiram ao elaborar as redações e ao ler as redações dos colegas e se essa atividade causou alguma mudança em sua maneira de pensar e por quê.

## Educação e saúde mental

De acordo com a Organização Mundial da Saúde (OMS), "saúde é um estado de completo bem-estar físico, mental e social e não apenas a ausência de doença". O ideal é que as pessoas se mantenham nesse estado, no entanto, isso nem sempre é possível, principalmente porque situações que causam estresse são comuns no dia a dia e esse é um dos fatores que interferem na saúde mental.

Os problemas que muitos estudantes da EJA enfrentam no seu cotidiano e aqueles decorrentes de suas condições de vida podem abalar a saúde mental e dificultar a reorganização da própria vida na nova rotina de estudar. Além disso, pode haver casos de uso de álcool e de drogas, que comprometem a saúde física e também a mental. Entretanto, o fato de retomarem os estudos é positivo e empoderador para essas pessoas, contribuindo para o resgate da autoestima e da autoconfiança e para a melhora da saúde mental, à medida que avançam em suas conquistas escolares.

A influência da educação na saúde mental dos estudantes da EJA é relevante, na medida em que reduz a condição de vulnerabilidade a doenças mentais, desenvolvendo a autoestima e fortalecendo as relações com a comunidade. Voltar à escola oferece benefícios que vão além da aquisição de conhecimentos e da busca de melhores oportunidades de trabalho, pois promove a convivência e as trocas entre estudantes que frequentemente têm em seu histórico situações relativas a preconceito, vergonha, marginalização e estigmatização, tanto na vida em sociedade como na vida familiar. Portanto, ao falar em saúde mental na EJA, devemos levar em conta o contexto desses estudantes, que têm necessidades próprias.

Criar oportunidades para que eles desenvolvam habilidades ligadas a competências socioemocionais facilita o trabalho com questões relacionadas à saúde mental e o encaminhamento da resolução de conflitos. Alguns exemplos de competências socioemocionais são a inteligência emocional, para compreender as diferentes emoções, a capacidade de resolução de conflitos, a comunicação eficaz e a empatia.

A observação das relações entre os estudantes na sala de aula e dos tipos de conflito que ocorrem pode auxiliar o professor a identificar aqueles que talvez precisem de ajuda especializada. Esses casos talvez exijam uma conversa privada entre o estudante, o professor e a equipe de coordenação. Nessa conversa, pode-se convidar o estudante a, voluntariamente, abordar suas dificuldades de relacionamento e sugerir que procure atendimento em um dos Centros de Atenção Psicossocial (CAPS). A escola pode fornecer o endereço desses centros ou de outras instituições que prestem esse serviço gratuitamente.

Uma iniciativa interessante é promover alguns eventos sobre o tema *saúde mental* durante o semestre letivo. A equipe pedagógica, com a participação dos estudantes, pode propor a organização desses eventos convidando especialistas, como psicólogos, terapeutas físicos, entre outros, para dar palestras para a comunidade escolar, familiares e amigos dos estudantes que quiserem participar.

Os estudantes podem pesquisar sobre o assunto e criar apresentações para o público. O envolvimento de toda a comunidade escolar, ao tratar de um tema fundamental para melhorar a qualidade de vida de todos, costuma ser muito enriquecedor e proveitoso.

MODERNA

## Sugestão de atividade

### Atividade: Fale com música

**Objetivo**

Abordar a expressão de emoções por meio das músicas escolhidas pelos estudantes.

**Material**

Músicas que os estudantes selecionarem.

Tinta guache de cores variadas, aquarelas, lápis de cor, argila, recortes de revista para colagem, folhas de papel em branco, cartolina ou qualquer outro material à escolha dos estudantes.

**Orientações**

Explique aos estudantes que eles farão uma atividade envolvendo músicas escolhidas por eles e, caso queiram, uma produção artística que represente em imagens as emoções despertadas pelas músicas. Solicite que selecionem músicas que, para eles, expressem emoções como alegria, tristeza, lembranças de momentos da vida ou de pessoas ou de situações que vivenciaram e que foram significativas, ou ainda de lugares onde viveram ou que conheceram. Enfatize que músicas com letras que inferiorizem as mulheres ou que contenham termos que discriminem determinados grupos não poderão fazer parte da atividade. Se houver estudantes que saibam tocar algum instrumento musical, sugira que apresentem algumas músicas, se quiserem e se for possível transportar o instrumento para a sala de aula. Da mesma maneira, se houver estudantes que queiram cantar, deixe-os à vontade. Se eles desejarem formar grupos para cantar ou tocar, incentive-os nessa iniciativa.

Na aula agendada, solicite aos estudantes que indiquem quais músicas escolheram e por que eles as associam com determinada emoção ou lembrança. Promova a escuta das músicas escolhidas. Os estudantes podem reproduzi-las no celular ou apresentá-las tocando algum instrumento ou cantando. Se eles quiserem acompanhar as músicas dançando ou batendo palmas, deixe que se expressem como quiserem, desde que o som não atrapalhe as aulas de outras turmas. Se houver um espaço na escola onde a atividade possa ser realizada sem a interferência de outras pessoas, os estudantes poderão se sentir mais à vontade.

Após a realização da atividade, você pode propor aos estudantes as questões a seguir.

1. Durante a audição das músicas, que emoção ou lembrança veio à mente de vocês? Vocês associariam essa emoção ou lembrança a uma imagem? Se quiserem, representem a imagem gerada fazendo um desenho, uma pintura, uma colagem ou uma escultura.
2. É mais fácil expressar as emoções por meio da música, da arte ou conversando? Por quê?
3. Para vocês, a música ajuda a melhorar a saúde mental? Como?
4. Quais outras atividades podem contribuir para melhorar a saúde mental?

MODERNA

**Fechamento**

Para concluir a atividade, reúna a turma em uma roda de conversa e convide os estudantes a falarem sobre o que acharam da atividade. Peça-lhes que indiquem quais ações e atitudes podem auxiliar a expressar as emoções, a controlar o estresse e a melhorar a saúde mental. Incentive a participação de todos na conversa, pois esse momento de reflexão é importante para o autoconhecimento.

## Práticas pedagógicas da Educação de Jovens e Adultos

Como já foi mencionado, as turmas de EJA compõem um grupo diversificado, reunindo pessoas que diferem entre si quanto ao lugar de origem, à faixa etária, à experiência escolar e ao tipo de trabalho que exercem, entre outros aspectos. Essa diversidade de histórias de vida representa a riqueza de conhecimentos e habilidades que caracteriza as turmas de EJA e precisa ser aproveitada pedagogicamente em suas potencialidades. Desse ponto de vista, conforme Arroyo:

> Os adolescentes, jovens, adultos trabalhadores que vêm do trabalho para a educação não carregam apenas os valores, saberes, identidades de suas vivências pessoais de lutas por trabalho. Desde crianças são herdeiros dos valores, da consciência, das identidades da classe trabalhadora. Das famílias trabalhadoras.
>
> ARROYO, Miguel G. **Passageiros da noite**: do trabalho para a EJA, itinerário pelo direito a uma vida justa. Petrópolis: Vozes, 2017. p. 69.

A base do projeto de ampliação da escolaridade assume, assim, uma dimensão sociocultural e econômica. Nesse cenário, a EJA assume papel importante na formação de um estudante que, já independente e autônomo na vida social, busca o espaço escolar para seu aprimoramento, sua educação e sua atualização. Para isso, entretanto, é necessário reimaginar o espaço e a prática escolar.

A organização espacial da sala de aula permite diferentes configurações. Por exemplo, no lugar do arranjo enfileirado de estudantes, há outras possibilidades de organização, que podem ser associadas a diferentes objetivos pedagógicos.

A disposição da sala em semicírculo proporciona aos estudantes um espaço adequado para o debate de opiniões e o compartilhamento de experiências, de visões de mundo e de hipóteses sobre um problema, ao mesmo tempo que favorece a escuta ativa do outro.

O trabalho em pequenos grupos possibilita as trocas de conhecimento e a experiência de trabalhar em equipe, cujo resultado depende do comprometimento e da participação de todos.

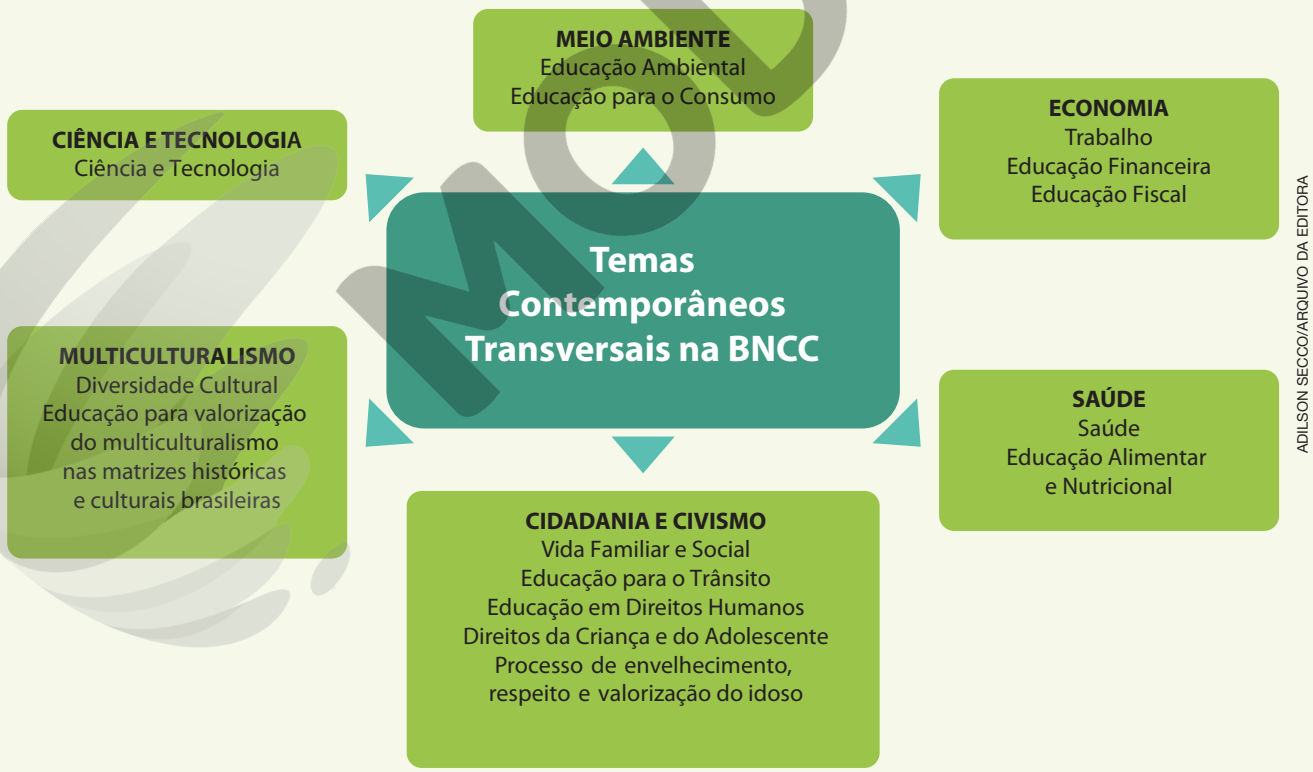
## Propostas de trabalho interdisciplinar

As propostas de trabalho interdisciplinar permitem relacionar diferentes componentes curriculares e áreas do conhecimento "com o objetivo de proporcionar olhares distintos sobre o mesmo problema, visando criar soluções que integrem teoria e prática, de modo a romper com a fragmentação no processo de construção do conhecimento" (Inep, 2017).

Nesta coleção, as propostas interdisciplinares estão presentes nas aberturas de unidades, nas aberturas de capítulos, nas abordagens que favorecem o trabalho com temas diversificados presentes em textos, boxes e atividades e nas seções criadas especificamente com esse objetivo.

As propostas de trabalho interdisciplinar possibilitam relacionar os conhecimentos de mundo que compõem o repertório dos estudantes aos Temas Contemporâneos Transversais (TCTs), aos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS) e a outros assuntos, a fim de provocar a compreensão de que os conhecimentos escolares podem ser integrados aos conhecimentos obtidos pelas experiências vividas. Esse trabalho valoriza a capacidade de articulação de conhecimentos dos estudantes como também os aproxima dos conhecimentos obtidos na escola, integrando prática e teoria, como preconizado pelo Inep.

O trabalho com os Temas Contemporâneos Transversais é desenvolvido no Manual do Professor por meio de orientações e sugestões de atividades específicas e de discussões realizadas em sala de aula, promovendo abordagens dos temas indicados no esquema a seguir.




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Temas Contemporâneos Transversais da BNCC por macroáreas.

**Fonte:** BRASIL. Ministério da Educação. **Temas Contemporâneos Transversais na BNCC**. Brasília, DF: MEC, 2019a.

MODERNA

A coleção também desenvolve o trabalho com os ODS, ao indicar no Livro do Estudante e no Manual do Professor textos e atividades em que essas temáticas podem ser abordadas. São atividades que favorecem o contato dos estudantes com diversos aspectos relacionados ao desenvolvimento sustentável, fundamentais tanto para o momento atual quanto para as gerações futuras, uma vez que já estamos sofrendo consequências das mudanças climáticas. Dessa maneira, a preservação do meio ambiente é cada vez mais necessária, assim como o investimento em fontes de energia limpa e renovável, entre outros.

Há ainda, na coleção, seções interdisciplinares que exploram temas fundamentais para os estudantes da EJA, como Educação financeira, Tratamento da informação e Mundo digital.

A seção Educação financeira aborda diferentes temáticas relacionadas ao uso do dinheiro, com o objetivo de fazer pensar em como lidar com valores e a tomar uma decisão a esse respeito com base no conhecimento e nas vivências. Há propostas que tratam de juros, de benefícios sociais, como aposentadoria, de maneiras de não cair em golpes financeiros etc.

A seção Tratamento da informação traz diferentes assuntos, relacionados à saúde, ao consumo consciente e ao descarte adequado de resíduos, às minorias, à população aprisionada, por exemplo, que possibilitem a mobilização e assimilação de conhecimentos matemáticos, por meio da organização e da interpretação de informações em tabelas e gráficos. Saber interpretar e analisar informações de modo crítico e reflexivo evita conclusões equivocadas.

A seção Mundo digital trata de temas emergentes relacionados ao acesso e à divulgação de informações, principalmente aquelas veiculadas na internet e por meio de redes sociais. A ênfase está na instrumentalização do estudante, para que ele conheça tanto os benefícios da internet quanto o uso antiético por grupos que aplicam golpes financeiros, ou de outra natureza, e por aqueles que replicam discursos de ódio, e disseminam *fake news*. O uso ético e democrático das redes sociais é um dos focos dessa seção.

A seção Prática integradora propõe um trabalho integrado com outros componentes curriculares, possibilitando a parceria entre o professor de Matemática e docentes de outras áreas, a fim de aprofundar os conhecimentos dos estudantes, favorecer sua competência leitora e promover a reflexão sobre a inter-relação entre conteúdos de diferentes áreas.

## Estratégias de trabalho com estudantes-trabalhadores

Os estudantes em geral têm diferentes relações com o tempo de aprendizagem, sendo importante adotar abordagens flexíveis que permitam adaptar o ritmo e o nível de complexidade das atividades, de acordo com as necessidades individuais. A autonomia dos estudantes deve ser desenvolvida com atividades que os convidem a expressar opiniões, fazer escolhas e assumir responsabilidades.

Muitas vezes, os estudantes da EJA, que ingressam ou voltam para a escola, esperam encontrar um modelo de ensino tradicional, em que o professor detém o saber e o transfere à turma por meio de exposições orais e cópias da lousa. Espera-se que o professor desconstrua essa representação e demonstre que a aprendizagem requer a participação ativa dos estudantes. Situações em que eles são convidados a interpretar, investigar e refletir, podem colaborar na compreensão de que o conhecimento é uma construção coletiva.

MODELO

É necessário enfatizar que a valorização das vivências e dos conhecimentos prévios deve permear todo o processo de ensino e aprendizagem, da mesma forma que deve ser incentivada a troca de experiências e saberes entre os estudantes. O debate de ideias instiga o pensamento crítico e a reflexão, ao mesmo tempo que promove o respeito à diversidade e propicia o desenvolvimento de um ambiente colaborativo e de inclusão.

É importante relembrar que o estudante-trabalhador da EJA se propõe ao desafio de frequentar a escola, apesar de inúmeras barreiras. É fundamental que a escola e o corpo docente reconheçam o desafio assumido por aqueles que optam por se aprimorar numa sociedade que estigmatiza as pessoas que não estão na escola "na idade correta". Há, ainda, um elemento da vida prática e cotidiana que precisa ser valorizado: os deslocamentos diários realizados por um indivíduo que interrompe, na escola, seu trajeto de volta do trabalho para casa; nesse sentido, o acolhimento das histórias de vida e dos obstáculos que os estudantes enfrentam pode proporcionar um enriquecimento para o aprendizado do grupo por meio da identificação com os pares.

Começar o período letivo com uma ação coletiva de acolhimento, apresentação e diálogo, que envolva o corpo docente e os gestores, pode ajudar a formar vínculos e a criar o sentido de pertencimento ao lugar e ao grupo de estudantes.

As primeiras etapas do trabalho de acolhimento do estudante podem explicitar as regras de funcionamento da instituição de ensino e abordar as normas que permitem a construção de combinados adultos e maduros, como mencionado quando tratamos do contrato pedagógico. O objetivo, além de construir um ambiente de segurança e de respeito, é envolver o estudante-trabalhador na dinâmica da rotina da sala de aula.

## Construção do pensamento científico

A promoção de uma cultura de valorização do pensamento científico é um desafio na sociedade. Estimular os estudantes ao questionamento, à investigação, à aproximação sistemática e metódica do objeto e ao pensamento crítico não são objetivos triviais diante da fluidez das informações e do imediatismo das formulações que, em lugar de compreenderem os eventos do mundo, reproduzem lugares-comuns e até mesmo preconceitos.

Desenvolver o pensamento crítico a fim de construir o pensamento científico pode exigir, em primeiro lugar, a identificação das trajetórias de vida dos estudantes. Alguns podem, por exemplo, apresentar maior familiaridade com a formulação de questões de pesquisa relacionadas às suas vivências no mundo do trabalho, como as contradições relativas à produção e à economia de forma geral, mas podem apresentar dificuldade de apreensão de conceitos que expliquem essas problematizações.

Outros estudantes podem ser mais familiarizados com a leitura, o que exige atenção especial na formulação de problemáticas e na identificação de questões de pesquisa. Pode ocorrer, por exemplo, que estudantes menos familiarizados com os propósitos teóricos da pesquisa científica não compreendam a falta de aplicação prática dos resultados obtidos. Um bom exemplo para abordar essa ideia são os estudos para desenvolver vacinas, que têm uma base científica consolidada há décadas, mas ainda são motivo de dúvida de muitas pessoas, que,

MODERNA

ao não aderirem ao Programa Nacional de Imunização, colocam em risco a própria vida, a dos filhos e familiares e das pessoas com quem têm contato no dia a dia, uma vez que as vacinas só atuam como controle de epidemias ou até erradicação de doenças se aplicadas a certo percentual da população, geralmente acima de 90% da população-alvo. Apresentar aos estudantes artigos científicos e reportagens de órgãos da mídia confiáveis poderá desencadear discussões sobre o assunto e a reflexão sobre a importância da ciência na vida das pessoas, incentivando os estudantes a desconstruírem ideias preconcebidas, com base em fontes suspeitas, que divulgam *fake news*, como certos grupos de mensagem e redes sociais.

Para trabalhar com essa multiplicidade de posturas em relação ao conhecimento científico, a turma pode ser dividida em grupos de trabalho que reúnam estudantes de diferentes perfis e organizar um debate entre sujeitos que apresentam diferentes experiências de vida e visões de mundo. Para mediar o debate, o professor pode convidar dois estudantes ou ele mesmo atuar como mediador. É possível pedir aos estudantes que ilustrem conceitos, teorias e formulações com base em seu próprio repertório cultural, mas orientá-los a buscar outras fontes é fundamental.

Quando o estudante apresenta uma referência e explica o porquê de sua escolha, o professor dispõe de um instrumento que permite verificar a compreensão e o aprendizado de conceitos que, de outra forma, dependeriam de uma conversa firmada em abstrações e formulações teóricas, o que pode representar um obstáculo mais atrelado à comunicação do que ao aprendizado.

As avaliações formativas podem colaborar para o desenvolvimento do raciocínio científico. Nessa modalidade de avaliação, o estudante também aprende. Fornecer materiais diversos, como reportagens, representações gráficas e cartográficas, fotografias, trechos de textos, materiais audiovisuais e *links* de pesquisa de instituições confiáveis, permite que o estudante avalie as melhores formas de entrada nos temas e nas análises.

Quando o professor propõe que as atividades sejam elaboradas, corrigidas e reelaboradas, o estudante consegue avaliar sua produção e escolher novos caminhos para sua formulação. A revisão e o aprimoramento são parte do pensamento científico e precisam ser postos em prática com a turma.

Fornecer *feedbacks* durante as etapas de elaboração da atividade também é parte do processo de pesquisa acadêmica e precisa estar presente no cotidiano escolar, se o objetivo é desenvolver as habilidades de raciocínio científico. Agendar pontos de verificação, criar momentos de diálogo com os sujeitos ou com os grupos e promover a reelaboração das atividades são estratégias fundamentais que permitem o aguçamento do senso crítico e da autoavaliação.

## Análise, argumentação e inferência

Um dos atributos da linguagem é promover a interação entre os sujeitos. Por meio da linguagem, os seres humanos comunicam-se, transmitem e buscam informações, expressam seus pensamentos e sentimentos, argumentam e produzem conhecimento. O desenvolvimento da linguagem é fundamental para ampliar o acesso à cidadania plena e à construção de uma sociedade democrática.

A compreensão atual, alinhada às práticas de letramento, é a de que a aprendizagem da escrita alfabética, a leitura e a produção de textos devem ocorrer conjuntamente. A formação de leitores autônomos depende da capacidade de análise crítica e de interpretação do texto escrito. Entretanto, embora a alfabetização seja a base para situações continuadas de aprendizagem formal e informal, a apropriação da língua escrita pelo estudante integra um processo mais amplo de convívio com textos orais e escritos que circulam em situações sociais, culturais e políticas.

As capacidades de leitura e de escrita envolvem compreender o texto como um sistema simbólico que permite atribuir significado a diferentes contextos. Assim, todos os componentes curriculares devem contribuir para o desenvolvimento do trabalho com leitura e escrita. Esse processo deve abranger diversidade de textos e de situações em que os estudantes também interajam com fotos, diagramas, mapas, tabelas e gráficos, entre outros recursos didáticos.

Como sujeitos inseridos na sociedade da informação, é possível que os estudantes da EJA já tenham uma relação estabelecida com várias mídias, inclusive as jornalísticas, o que pode oferecer oportunidades para o trabalho escolar. A escola tem o papel de promover o pensamento crítico e a investigação científica na avaliação e análise dos produtos midiáticos, de forma a valorizar a informação e o pluralismo de ideias. Propor estratégias que utilizam informações de mídias diversas auxilia tanto o estudante que lê notícias como um grupo que produz informação.

No primeiro caso, os debates estruturados em torno de produtos midiáticos podem exigir que o estudante passe por pontos obrigatórios de conversa, para que ele próprio avalie a qualidade daquele veículo ou daquela notícia, da mesma forma que a análise crítica de reportagens e de outros textos jornalísticos proporciona a investigação da informação a partir de dados e estatísticas que coloquem em perspectiva o material apresentado.

Considera-se, ainda, que a formação de leitores ativos pressupõe atividades de interpretação, questionamento, reflexão e discussão que contribuam para uma postura crítica diante do texto.

Nesse sentido, algumas estratégias de ensino e aprendizagem podem colaborar para o desenvolvimento da capacidade crítica do estudante. As propostas de trabalho que utilizam fontes diversas, como textos, vídeos, artigos científicos e notícias, estimulam os estudantes a identificarem os vieses e a credibilidade dessas fontes, promovendo criticidade.

Comparar notícias de veículos distintos, por exemplo, que portem diferentes discursos, colabora para a formação de um leitor que deve selecionar suas fontes de informação. Somam-se a essa estratégia atividades que comparem dados e informações de fontes oficiais ao discurso jornalístico, pois contribuem para a capacidade de argumentação e de leitura crítica.

O trabalho com a argumentação envolve diferentes dimensões; uma delas é a construção de ideias coerentes que lhe darão sustentação, para não haver contradição. Esse trabalho envolve exercícios orais e escritos, a fim de que os estudantes se habituem a construir argumentos, a refletir sobre eles e a expô-los, oralmente ou por escrito, ao grupo, para que sejam analisados pelos colegas. Esses momentos devem ser mediados pelo professor, que poderá auxiliar os estudantes a refletirem por meio de questionamentos, enfatizando que a riqueza dessas discussões está na construção e na reconstrução da argumentação para

MODERNA

torná-la válida e coerente, e que todos devem seguir as regras de aguardar a vez de falar e respeitar os colegas. Em discussões em sala de aula, é comum que os argumentos expostos pelos estudantes para defender seus pontos de vista sejam contraditórios entre si. Incentive-os a anotarem seus argumentos quando se prepararem para uma atividade que envolva debates e exposições orais, para que analisem a consistência da sequência argumentativa que vão apresentar.

A repetição dessa prática favorecerá a análise de sua argumentação ao escrever, pois, com base nessa experiência, os estudantes poderão verificar se seus argumentos se contradizem.

O estímulo à análise crítica pode ser complementado com a formulação criativa de formas de se expressar. Para isso, é fundamental trabalhar linguagens diversas por meio de vídeos, *podcasts* ou painéis. A escrita pode estar presente na forma de roteiros ou textos dissertativos, mas a utilização de novas ferramentas proporciona desafios à criação do próprio estudante.

Com o objetivo de produzir informação e conteúdo, pode-se propor aos estudantes a criação de campanhas sobre temas relevantes para a comunidade escolar, como o combate às *fake news*, o uso responsável das redes sociais, a desconstrução de discriminações e de todas as formas de preconceito e a promoção da diversidade. Essas estratégias incentivam a análise criativa e a aplicação prática dos conhecimentos adquiridos pelo estudante.

A capacidade de realizar inferências com base em informações e contextos diversos é uma parte importante do desenvolvimento de qualquer estudante. Explorar o trabalho com textos de várias fontes, dados e gráficos é uma estratégia que lhe permite compreender as possibilidades e os limites dessas inferências.

Entretanto, é relevante avançar para a análise e avaliação da linguagem oral ou escrita utilizando textos narrativos, para que o estudante se habitue a inferir sentimentos, desejos e conflitos das personagens. Essa prática permite realizar uma transição interessante entre a objetividade dos dados numéricos e a subjetividade do texto autoral. Esse tipo de atividade pedagógica possibilita criar discussões em grupo, em que o lugar de fala de cada estudante é confrontado com o do autor, levando à distinção entre as inferências possíveis e as projeções que o leitor realiza sobre a obra.

Outros trabalhos podem dar sequência ao desenvolvimento dessa capacidade. A leitura de um texto em que o estudante dirige sua atenção a elementos preestabelecidos pelo professor, como a identidade do autor, sua formação ou o viés político-ideológico do veículo para o qual escreve, permite que os estudantes façam inferências quanto à menor ou maior parcialidade dos argumentos apresentados.

## Estudantes com dificuldade de aprendizagem

Em qualquer sala de aula, os sujeitos apresentam diferentes formas e ritmos de aprendizado. A expressão "dificuldade de aprendizagem" refere-se a qualquer obstáculo que entrave a aquisição de conhecimento pelos estudantes. Essas dificuldades podem ter como causa bloqueios emocionais — que provocam o sentimento de ser incapaz —, fatores sociais, afetivos, fisiológicos, intelectuais e econômicos e até mesmo uma inadequação das estratégias e metodologias de ensino para aquele grupo ou indivíduo.

MODELO

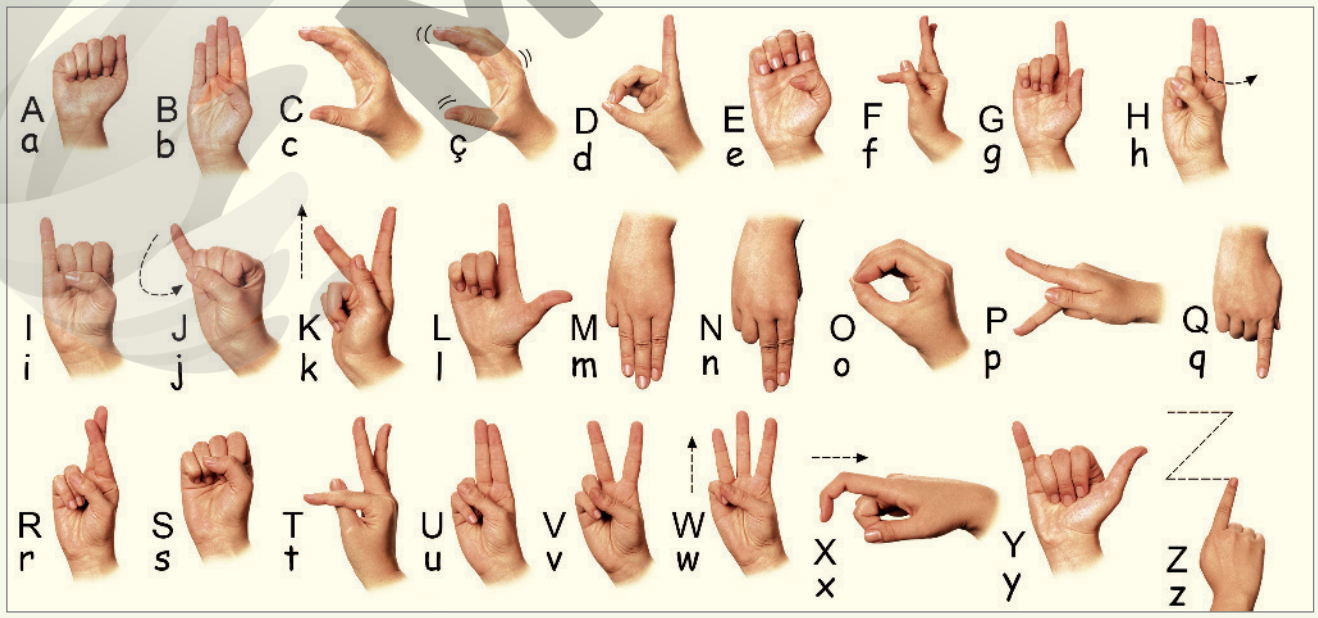
Vale reiterar que, em geral, os estudantes matriculados na Educação de Jovens e Adultos possuem trajetórias de vida complexas, que os afastaram dos estudos, e experiências escolares geralmente descontinuadas, malsucedidas e que geraram frustração em vez de satisfação.

Por essas razões, para garantir um ambiente de aprendizado acolhedor e inclusivo, é essencial adotar práticas pedagógicas que valorizem a singularidade de cada estudante e promovam seu progresso escolar e pessoal. Para isso, é recomendável manter a sala de aula como um espaço de escuta e de trocas de conhecimento, para que o estudante se sinta seguro ao expor suas dúvidas e incertezas. Nesse contexto, a observação atenta do professor no dia a dia, o incentivo à participação dos estudantes nas correções coletivas, as atividades em grupo reunindo estudantes com diferentes níveis de aprendizagem, a utilização de monitorias com estudantes sob a supervisão do professor e o atendimento individualizado, quando necessário, podem contribuir para que o estudante supere suas dificuldades e avance na aquisição de conhecimentos.

No entanto, pode haver estudantes que apresentam deficiências específicas, demandando atendimento especializado. Nesse caso, as dificuldades de aprendizagem podem ser consequência direta de deficiências intelectuais, físicas, de mobilidade, ou de transtornos, como o déficit de atenção com hiperatividade estimulante (TDAH) e o espectro autista (TEA), entre outras. Nesse cenário, a adaptação dos materiais, das aulas, das estratégias e metodologias de ensino precisa ser acompanhada por profissionais especializados, como psicopedagogos ou outros terapeutas. O desenvolvimento de planos individualizados de aprendizagem para esses estudantes deve ter como ponto de partida diagnósticos especializados. Em um trabalho conjunto, a comunidade escolar deve estabelecer as expectativas de aprendizagem reais para esses estudantes.

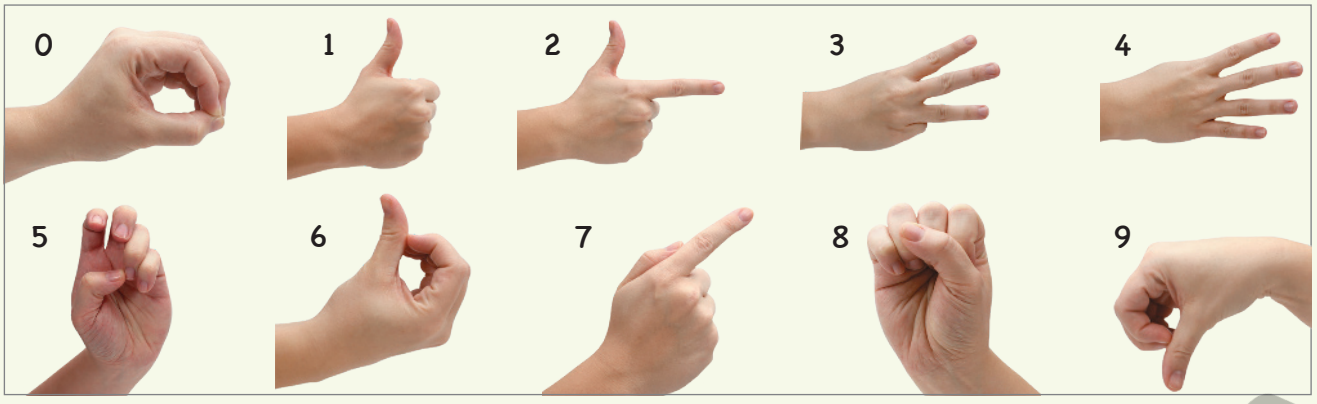
Em se tratando de deficiência auditiva, é possível utilizar a representação gestual das letras e dos números, que é um dos recursos da Língua Brasileira de Sinais (Libras), instituída pela Lei nº 10.436/2002. Esse recurso pode ser usado, por exemplo, para soletrar nomes próprios ou palavras que não existem na Libras, como indicado a seguir.

Representação gestual das letras maiúsculas e minúsculas do alfabeto na Língua Brasileira de Sinais (Libras).




PAULO MANZI/ARQUIVO DA EDITORA

MODERNA




RICARDO SIWIEC/ARQUIVO DA EDITORA

Representação gestual dos números de 0 a 9 na Língua Brasileira de Sinais (Libras).

O ideal seria que todo estudante com deficiência auditiva tivesse aprendido a fazer leitura labial ou contasse com um intérprete de Libras que pudesse traduzir as aulas. Outra possibilidade para incluir esses estudantes é a utilização de vídeos relativos aos conteúdos que contenham legendas ou um intérprete de Libras.

Quando se trata de deficiência visual, pode-se utilizar o Braille, sistema de sinalização ou de comunicação tátil, que é obrigatório por lei em vários estabelecimentos, no transporte público, em elevadores, entre outros locais. Esse sistema possibilita escrever as atividades e complementar as explicações. Para tanto, é necessário o uso da máquina de escrever em Braille, inacessível para a maioria dos estudantes. Mas vale lembrar que atualmente, com os celulares, *notebooks* e *tablets*, as pessoas com deficiência visual podem utilizar caracteres ampliados, programas específicos de leitura e os meios de voz digitalizados por computador.

Considerando as dificuldades de aprendizado relativas à escrita, à leitura e ao raciocínio matemático, é possível promover algumas estratégias pedagógicas integradas. Desenvolver atividades que exigem que o estudante transite entre os textos, tal como trabalhados pela área de Linguagens, e a representação matemática desses textos, como no caso dos problemas matemáticos, pode favorecer o aprendizado de uma dessas frentes e auxiliar o aprendizado em outra. Outra sugestão é propor atividades coletivas como a elaboração de sequências coerentes de uma história iniciada pelo professor ou por um dos estudantes e convidá-los a participar com suas ideias, para que a história tenha continuação e final. Durante a atividade, o professor pode questionar se a ideia proposta é coerente com o início da história ou com a sequência anterior. Essa prática também pode ser aplicada à construção de situações-problema de Matemática e de sua resolução. Essas atividades de construção, reflexão e retomada contribuem para o desenvolvimento da competência leitora e da interpretação de textos de problemas matemáticos, favorecendo a construção de estratégias de resolução.

É possível, ainda, realizar leituras guiadas com os estudantes, em momentos em que o professor lê e decodifica termos, expressões e palavras menos conhecidas pelos estudantes. Exercícios de transcrição também permitem que o estudante amplie seu vocabulário e crie um repertório próprio de palavras.

Para o trabalho com estudantes com dificuldades de aprendizagem ligadas ao raciocínio matemático, a concretização dos conceitos é importante. Utilizar materiais que possam ser manipulados pelos estudantes, criar situações concretas que demandem raciocínio lógico e abstrato e apresentar recursos visuais que ilustrem procedimentos próprios da Matemática auxiliam os estudantes a superarem limitações nessa área do conhecimento.

MODELO

Da mesma forma, a abordagem que evolui gradualmente para níveis de complexidade maiores precisa estar entre as estratégias que o professor assume com sua turma. Essa evolução de complexidade pode ser pactuada e discutida com o grupo de estudantes, em um processo de autoavaliação dialógico. Exercícios que possibilitam ao professor ser o guia na resolução de problemas matemáticos também colaboram para que o estudante com dificuldades encontre orientação e ajuda antes de resolver os problemas de forma independente.

Outra sugestão relevante para encaminhar a compreensão dos conteúdos é trabalhar o passo a passo das atividades, desmembrando-as em etapas menores e mais acessíveis. Isso permite que os estudantes processem as informações de forma gradual e construtiva, aumentando sua confiança e autonomia no processo de aprendizado.

## Avaliação e planejamento

Avaliar é prática constitutiva do trabalho pedagógico. No entanto, sua efetivação nem sempre se dá sem insegurança e incerteza. Por essa razão, é preciso ter em vista que a avaliação da aprendizagem está intrinsecamente associada ao processo pedagógico como um todo; assim, as práticas de avaliação devem ser diversificadas e frequentes para que os estudantes tenham oportunidade de mostrar o que já sabem, o que ainda precisa ser atingido e se estão aptos a avançar para a próxima etapa.

É por meio das avaliações que o professor obterá informações sobre o desenvolvimento dos estudantes, diagnosticará problemas e dificuldades de aprendizagem e, com base nisso, poderá repensar sua ação sobre o planejamento e os encaminhamentos pedagógicos.

A avaliação deve, por isso, fornecer informações relevantes e essenciais sobre os distintos momentos de aprendizagem dos estudantes, a fim de auxiliar o professor a organizar e reorganizar o processo de ensino-aprendizagem. Portanto, a avaliação tem de se integrar a esse processo em uma perspectiva contínua e dinâmica, abrangendo situações formais e informais e conteúdos procedimentais e atitudinais, por meio de instrumentos diversificados.

Durante muito tempo, a avaliação escolar foi considerada apenas uma ferramenta para medir acertos e erros dos estudantes, e para quantificar, a partir de notas e conceitos, seu nível de conhecimento. Diversas pesquisas nas áreas de psicolinguística e sociolinguística, especialmente as de Emilia Ferreiro e Ana Teberosky (1986), trouxeram novas perspectivas ao estudo e entendimento da avaliação. Hoje, sabemos que, no processo da aprendizagem, é por meio da análise do erro que o professor pode compreender o percurso e as estratégias de pensamento do estudante e, com isso, estimulá-lo a refletir e a criar hipóteses, possibilitando a revisão de metas e a correção de rumos.

A análise sistemática e coletiva dos erros propicia momentos importantes de aprendizagem, pois auxilia o professor na retomada de conteúdos e ajuda o estudante a refletir sobre suas dúvidas e a esclarecê-las, inclusive ao perceber que tem o apoio do grupo e não está sozinho em suas dificuldades. As correções coletivas ou em grupo favorecem esse trabalho.

As formas de avaliar os estudantes são diversas, incluindo a observação atenta do professor às atitudes em sala de aula, tanto em relação ao interesse pelas explicações e à realização de atividades e tarefas, quanto à participação durante as aulas e à colaboração nos trabalhos em grupo, que demandam organização e comprometimento. Essas observações são fundamentais para o professor conhecer

MODERNA

o estudante e traçar seu perfil, possibilitando uma atenção mais pontual àqueles estudantes mais dispersos e que demonstram falta de interesse e de participação. Muitas vezes, conversas individuais podem ajudar esse estudante a compreender que sua atuação é essencial à aprendizagem e a manter o foco nos estudos.

Além dessas, há as avaliações voltadas aos conteúdos, como exemplificado a seguir, mas, seja qual for o tipo de avaliação aplicado, o objetivo é sempre orientar o trabalho docente na perspectiva de favorecer a aprendizagem, situando o estudante no estágio de desenvolvimento em que ele está, as mudanças que precisam ocorrer e o que pode ser alcançado por ele.

**Modalidades, funções e objetivos das avaliações**

| Modalidade (tipo) | Função | Propósito (para que usar) | Época (quando aplicar) |
|---|---|---|---|
| Diagnóstica | Mobilizar conhecimentos prévios | Levantar os conhecimentos prévios dos estudantes no início do período letivo; determinar se adquiriram os requisitos necessários para alcançar os objetivos de um novo conteúdo a ser estudado. | Início do período letivo, quando os estudantes vão começar seus estudos e, no decorrer do processo de aprendizagem, sempre que for necessário aferir os pré-requisitos para alcançar um novo objetivo. Permite adequar o planejamento pedagógico com foco na preparação dos estudantes para o objetivo almejado. |
| Formativa ou de processo | Controlar e interagir | Fornecer informações sobre a evolução do estudante e suas dificuldades nas etapas de estudo dos conteúdos considerados fundamentais na unidade de aprendizagem. Auxiliar os envolvidos com informações acerca dos objetivos alcançados e os esforços necessários para desenvolver o que ainda não foi atingido. | Durante o processo de aprendizagem, após uma sequência de conteúdos correlacionados, para acompanhar a evolução dos estudantes e identificar suas dificuldades. Por meio da comunicação entre professor e estudantes, permite a redefinição de estratégias didáticas e de outras decisões que apoiem a turma em suas necessidades. |
| Somativa ou de resultado | Classificar | Julgar o programa de conteúdos desenvolvido durante determinado período. Avaliar de modo geral em que grau os objetivos preestabelecidos foram atingidos pelos estudantes. | As notas, indicadas por letras, números ou conceitos, demonstram o resultado obtido pelo estudante ao término de um ciclo de ensino, classificando-o em termos de quantidade ou nível de aprendizagem atingido em relação aos demais estudantes e em relação a ele mesmo. |

## Avaliação em Matemática

A avaliação diagnóstica pode ser realizada em uma sondagem inicial, por meio da qual o educador, conversando com a turma, propõe questões sobre o conteúdo, conduzindo o momento de maneira interativa e dialogada. As respostas e impressões dos estudantes podem ser anotadas na lousa pelo próprio professor.

MODERNA

Para auxiliar a condução do trabalho do professor com os estudantes que retomam os estudos, esta coleção apresenta, antes da abertura de cada unidade, uma proposta de avaliação diagnóstica composta de questões diversificadas que abrangem conteúdos dos campos da Matemática entendidos como necessários para avançar no estudo dos conteúdos apresentados nos capítulos.

Com base no desempenho dos estudantes em cada avaliação diagnóstica, o professor poderá readequar seu planejamento, optando por priorizar determinados conteúdos que considerar relevantes, em vez de seguir a ordem apresentada no livro, de maneira a atender as necessidades dos estudantes. Além disso, atividades de leitura e de interpretação de enunciados de atividades e de situações-problema também podem ser aplicadas complementarmente às propostas de avaliação diagnóstica, pois fornecem informações que auxiliam a construção do perfil da turma.

A avaliação formativa é constante e deve permear diversos momentos de aprendizagem durante o ciclo letivo, servindo como orientação para as retomadas de conteúdo e ajustes no planejamento. Aplicá-las ora individualmente ora em grupos, tanto por escrito quanto oralmente, pode ser bastante produtivo. As propostas de autoavaliação e de trabalhos em grupo, com apresentação dos estudantes, bem como as abordagens que ajudem a entender o perfil de cada um e de que forma o estudante aprende, podem ser utilizadas como avaliações formativas.

Para o acompanhamento das aprendizagens, esta coleção traz seções de atividades diversificadas, ficando a critério do professor utilizá-las como avaliação formativa e de comparação do estudante consigo mesmo, permitindo que o professor obtenha informações sobre o entendimento e o avanço de cada um. A comunicação é parte fundamental dessa modalidade de avaliação, pois, por meio de correções individuais e coletivas, o professor poderá identificar se o problema é pontual ou se vários estudantes apresentam a mesma dificuldade, o que indica a necessidade de propor novas estratégias, a fim de que todos aprendam aquele conteúdo e superem os obstáculos.

O efetivo preparo e a realização dos diversos momentos e instrumentos de avaliação diagnóstica e formativa se entrelaçam com as características da avaliação somativa ou de resultado.

A avaliação somativa entra em cena principalmente pelas necessidades de organização e sequenciamento do sistema escolar. Nesse caso, as situações e os instrumentos sugeridos para os outros tipos de avaliação também podem ser utilizados para a avaliação somativa, pois ela é resultado do percurso percorrido. Cumpre ressaltar que, uma vez bem realizado o trajeto das avaliações diagnóstica e formativa, o professor consegue identificar pontos específicos que possam ser considerados nesse "momento final". Eventuais falhas no processo avaliativo ou lacunas de aprendizagem que tenham sido identificadas ao longo do período escolar podem ser corrigidas e retomadas.

Esta coleção também apresenta, para cada capítulo, uma seção de atividades finais e uma seção de avaliação do capítulo, composta de um resumo e de atividades para que o próprio estudante reflita sobre sua aprendizagem e seus avanços.

MODERNA

# Orientações específicas

## Princípios norteadores

Esta coleção foi elaborada com o objetivo de apoiar ações educativas afinadas com as diversas funções da EJA, possibilitar a construção de conhecimentos e a inclusão de todos os estudantes. Ela está pautada nos documentos oficiais que orientam a prática docente, como o Parecer Técnico CNE/CEB nº 11/2000, que instituiu as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação de Jovens e Adultos; a Lei nº 9.394/1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional; e as Matrizes de Referência do Exame Nacional para Certificação de Competência de Jovens e Adultos (Encceja). Ambos os volumes da coleção foram elaborados com múltiplos objetivos, entre eles o de favorecer práticas educativas de Matemática para que os estudantes assumam uma postura reflexiva diante da produção do conhecimento e possam interagir com o texto escrito, as imagens e as propostas de atividades.

Entendemos que o livro didático admite diversas formas de utilização; desse modo, a relação do estudante com o livro deve ser mediada pelo professor, uma ação fundamental para o desenvolvimento da competência leitora, que envolve ler, interpretar e refletir sobre o que é tratado no texto. No entanto, o livro didático não deve ser o único recurso a ser utilizado. Sempre que houver oportunidade e for pertinente, proponha aos estudantes atividades complementares de pesquisa na internet, de uso de *softwares* de Geometria dinâmica, de planilhas e gráficos digitais, entre outras, para que eles desenvolvam e/ou aprimorem suas habilidades tecnológicas na utilização de *smartphones*, *notebooks* ou *tablets*. Vivemos na era da informação, e o letramento digital é imprescindível tanto no mundo do trabalho quanto em atividades políticas, sociais e culturais; portanto, o uso desses dispositivos não deve se restringir às redes sociais e aos aplicativos de mensagens.

Em razão da sua diversidade, é possível que a turma reúna estudantes com diferentes níveis de conhecimento e de habilidades de uso desses dispositivos, havendo, talvez, quem fique constrangido por não ser tão proficiente quanto os colegas. Para evitar que as pessoas resistam a participar das propostas, promova atividades em dupla ou em trio reunindo estudantes com diferentes níveis de habilidades e orientando-os a trocar seus conhecimentos com os colegas, como uma monitoria. Nesse caso, é preciso acompanhar o desenvolvimento da atividade e verificar se todos estão participando e sendo tratados com respeito. A colaboração e a cooperação são atitudes importantes que devem estar sempre presentes nas ações didáticas que ocorrem nas vivências escolares.

MODERNA

Esta coleção contém recursos didáticos que fornecem ao professor subsídios para a gestão e a intencionalidade educativa voltada ao desenvolvimento de situações de aprendizagem que visem promover o letramento matemático dos estudantes, de modo que desenvolvam e aprimorem o raciocínio lógico matemático e a capacidade de representação, de comunicação e de argumentação.

Sabemos que, muitas vezes, promover esse letramento é uma tarefa árdua tendo em vista as dificuldades enfrentadas na escola. Estas podem estar relacionadas à infraestrutura da escola — como a falta de saneamento básico e de recursos didático-pedagógicos, como bibliotecas, laboratórios etc. —, à realidade socioeconômica da região, aos diferentes perfis dos estudantes, entre outras.

Nesse sentido, o professor precisa planejar estratégias que acolham todos os estudantes, tanto individual quanto coletivamente. Uma das formas de trabalhar com grupos grandes de modo mais eficaz é pensar nas tarefas matemáticas propostas. A professora Jo Boaler, autora do livro *Mentalidades Matemáticas*, propõe o uso de tarefas abertas, ou seja, coletivas e discutidas pelos estudantes, pois permitem a participação de toda a turma. Segundo a autora, toda tarefa pode ser transformada em uma tarefa aberta, desde que se proponha aos estudantes a discussão "sobre suas diferentes maneiras de ver e resolver questões matemáticas, encorajando a discussão dos diversos modos de ver os problemas" (2018, p. 83). Outro ponto é oferecer diferentes opções de tarefas complementares envolvendo distintos níveis e áreas da Matemática, que podem ser escolhidas pelo estudante e não pelo professor. É uma mudança de ponto de vista que possibilitará ao estudante escolher as próprias rotas de aprendizagem, "encontrando conteúdo individualizado, acompanhado por oportunidades para o trabalho em grupo e a colaboração" (Boaler, 2018, p. 104).

A autora também sugere o uso das estratégias equitativas com o objetivo de tornar a Matemática mais inclusiva. Como forma de melhorar o desempenho coletivo, ela propõe que se ofereçam conteúdos matemáticos de diferentes níveis, tanto os mais fáceis quanto os mais complexos, a todos os estudantes e não somente àqueles que sempre tiram as notas mais altas. Isso está relacionado a outra ideia que precisa ser mudada: a de que somente alguns podem ter êxito em Matemática. Nesse sentido, o trabalho do professor é fundamental para desmistificar o conceito, muito comum, de que Matemática é "difícil". O trabalho voltado ao desenvolvimento da competência leitora com textos e situações-problema diversificados, à discussão dos erros mais frequentes e à diversidade de propostas pode ser valioso para aproximar os estudantes de um componente curricular que permeia inúmeras ações do cotidiano, até mesmo sem que as pessoas se deem conta disso.

## Valorização dos conhecimentos prévios de Matemática

Ao retomar os estudos ou passar de um ano para outro de escolaridade, o estudante traz experiências pessoais, interpretações e conhecimentos acumulados pela vivência e/ou pelo aprendizado dos conteúdos e temas tratados no ano anterior. Por isso, é relevante considerar essa bagagem e valorizar seus conhecimentos no processo de aprendizagem. Tomar os conhecimentos prévios como ponto de partida torna a aprendizagem mais significativa.

MODERNA

Para o desenvolvimento das habilidades de Matemática, é imprescindível considerar as experiências e os conhecimentos matemáticos adquiridos pelos estudantes em suas experiências escolares anteriores (se houver) e os aplicados nas atividades do cotidiano, no trabalho, formal ou informal, e no convívio social. Por exemplo, suas práticas de cálculo mental ao fazer compras e conferir o troco, ao utilizar cartões de débito, crédito ou de benefícios sociais, ao organizar os gastos pessoais e familiares de acordo com o que dispõem etc. Assim, é preciso criar situações em que os estudantes possam fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles e desenvolvendo ideias mais complexas.

Uma das dificuldades dos estudantes ao resolver problemas está ligada à ausência de um trabalho específico com o texto do problema. O estilo com que os problemas de Matemática geralmente são escritos, a falta de compreensão de um conceito envolvido no problema, o uso de termos específicos da Matemática, que, portanto, não fazem parte do cotidiano do estudante, e até mesmo de palavras que têm significados diferentes na Matemática e fora dela — como "total", "diferença", "ímpar", "fração", "média", "volume", "produto" — podem constituir obstáculos à compreensão de um problema. É fundamental que o professor esteja atento a isso e ciente de que uma de suas tarefas mais importantes é ajudar os estudantes a compreenderem e resolverem um problema, o que demanda tempo e dedicação. Os estudantes devem adquirir experiência em trabalhar de forma autônoma, mas, se forem deixados sozinhos para resolver um problema, sem a ajuda do professor, talvez não progridam.

Os professores que atuam na EJA precisam estar cientes de que "saber ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção" (Freire, 2002, p. 37). Com base nessa premissa, sugere-se que o trabalho em sala de aula se desenvolva por meio da apresentação das situações matemáticas, da leitura pelos estudantes na língua materna, seguida da sua interpretação sobre os conceitos apresentados com base no próprio repertório de saberes, do levantamento de suas ideias para a transposição da proposta em simbolização matemática, passando à argumentação matemática para justificar suas interpretações e, em seguida, à conclusão para a sistematização dos conhecimentos. Esse processo não é imediato, uma vez que a transição da linguagem materna para a simbólica é um percurso longo e repleto de dificuldades e limitações, que envolvem obstáculos culturais e da rotina escolar. Por essa razão, deve ser um trabalho sistemático da sala de aula.

Os conhecimentos dos estudantes, ainda que pouco elaborados cientificamente, são construídos a partir do nascimento, acompanhando-os na vida escolar, na qual os conceitos científicos são inseridos sistematicamente em sala de aula. Ausubel (2003) refere-se aos conhecimentos prévios como ideias, percepções ou explicações funcionais para os objetos e fenômenos, muitas vezes pouco elaboradas, que diferem dos saberes científicos estudados na escola.

MODERNA

No entanto, apesar da dificuldade que os estudantes possam apresentar em assimilar os conteúdos matemáticos dentro da sala de aula, a aplicação prática da Matemática na rotina diária da maioria das pessoas que estão no mercado de trabalho, formal ou informalmente, é realizada de maneira correta, racional, pois se dá pelo desenvolvimento de métodos próprios para a resolução das diversas situações cotidianas. Para o estudante, porém, esse conhecimento e essa habilidade parecem totalmente dissociados do conhecimento transmitido na sala de aula (Pardim; Calado, 2016, p. 108).

Nesse sentido, Freire (2014) evidencia que os conhecimentos prévios são a base inicial para a progressão, considerando-se as interpretações e representações do senso comum os motores da curiosidade ingênua que poderá vir a ser a curiosidade gnosiológica (ou seja, relativa à teoria geral do conhecimento humano) e a base de sustentação e progressão para o conhecimento apurado, científico. Embora a ideia de identificar os conhecimentos prévios dos estudantes possa parecer simples, suas implicações são complexas. O que um ser humano sabe pertence à sua estrutura cognitiva e é de natureza idiossincrática. Isso significa que não é um processo simples descobrir as percepções dos estudantes e aproveitá-las. No entanto, é possível encontrar indícios. Para isso, faz-se necessário buscar o conhecimento prévio em forma de linguagem falada, escrita ou por meio de símbolos ou imagens. O fato é que subestimar as experiências pessoais dos estudantes é um erro, uma vez que a educação ocorre a partir e através da própria experiência (Ujiie, 2020). Em diferentes momentos desta coleção, apresentam-se propostas para esse levantamento, por exemplo, na abertura de cada unidade e de cada capítulo, em que, por meio da análise do texto, da imagem e da resolução das questões, é possível fazer com que os estudantes compartilhem as experiências pessoais e os conhecimentos relacionados ao conteúdo que será estudado, tornando a aprendizagem significativa. Além disso, há as propostas e as seções interdisciplinares, que têm o objetivo de relacionar a Matemática a outras áreas, possibilitando ao estudante utilizar seus saberes para interpretar outras visões de mundo.

## A coleção

Esta coleção é composta de dois volumes, que correspondem, respectivamente, às etapas 5 e 6 e às etapas 7 e 8 dos Anos Finais do Ensino Fundamental. A coleção está estruturada em unidades, cada uma norteada por um eixo temático, subdivididas em capítulos. Cada abertura de unidade apresenta uma ou mais imagens, texto e questões para mobilizar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre o tema proposto. De acordo com esse propósito, os capítulos também apresentam, na abertura, uma foto, um infográfico ou uma ilustração que se relacionam ao tema da unidade, contemplado também em seções, boxes, atividades e na seção interdisciplinar Prática integradora. O objetivo do trabalho com eixos temáticos é oferecer ao estudante o estudo de um tema sob diferentes pontos de vista.

MODERNA

Os temas que perpassam as unidades e capítulos das etapas 5 e 6, que compõem este volume, estão diretamente relacionados às práticas socioculturais da maioria dos estudantes jovens e adultos, como identidade e pluralidade cultural, alimento e cultura, direitos e deveres do cidadão, saúde e qualidade de vida. Com essas abordagens interdisciplinares, pretende-se que os estudantes desenvolvam o conhecimento global, dinâmico e histórico da realidade. O trabalho proposto objetiva, em diferentes momentos, o protagonismo e a participação ativa dos estudantes em seu processo de aprendizagem.

## Descritivo da coleção

Cada etapa da coleção do estudante apresenta os itens indicados a seguir.

| | |
|---|---|
| **Avaliação diagnóstica** | Apresenta questões para aferir os conhecimentos necessários ou previstos para o início do trabalho com os estudantes, possibilitando retomadas e ajustes no planejamento. |
| **Abertura de unidade** | Página dupla que apresenta o eixo temático, imagens, texto e questões mobilizadoras dos conhecimentos prévios dos estudantes sobre o tema. |
| **Abertura de capítulo** | Traz uma imagem que se relaciona ao eixo temático da unidade, um texto sobre a imagem, uma ou mais questões mobilizadoras e um boxe com os conteúdos trabalhados no capítulo. |
| **Teoria** | Apresentação do conteúdo matemático específico por meio de situações-problema, exemplos e textos contextualizados. |
| **Atividades** | Seção de atividades a fim de aplicar os conhecimentos e conteúdos desenvolvidos por meio da teoria. |
| **Educação financeira** | Seção informativa e/ou formativa que aborda assuntos relacionados à vida financeira, oferecendo textos informativos, entre outros recursos, atividades práticas e de reflexão. |
| **Mundo digital** | Seção que discute os diferentes usos da internet, seus benefícios e riscos, propondo atividades de compreensão leitora e práticas. |
| **Tratamento da informação** | Explora conteúdos relacionados à Estatística por meio de textos e de atividades sobre apresentação de dados em tabelas e gráficos. |
| **Avaliação do capítulo** | Apresenta um resumo, uma lista, um esquema ou um mapa conceitual com os conteúdos trabalhados no capítulo, além de atividades diversificadas, no formato de testes, para o estudante verificar sua aprendizagem. |
| **Prática integradora** | Seção que propõe um estudo interdisciplinar sobre o tema da unidade, por meio de textos informativos, pesquisas e atividades relacionadas. |
| **Atividades resolvidas** | Apresenta uma atividade da Encceja, do Enem ou de concursos, que explora conteúdos estudados no capítulo, seguida da resolução comentada. |
| **Boxes** | Abordam assuntos variados como História da Matemática, Etnomatemática, trabalho, entre outros, para ampliar os conhecimentos dos estudantes. |

MODERNA

As unidades e os capítulos do volume correspondente às etapas 7 e 8 do estudante apresentam os eixos temáticos e os objetos de conhecimento elencados a seguir.

**Unidade 1: Brasil em foco**

| Capítulo | Objetos de conhecimento |
|---|---|
| **Capítulo 1 – Equações do 1º grau** | • Noções de expressões algébricas.<br>• Valor numérico de expressões algébricas.<br>• Noções de equações.<br>• Raiz de uma equação.<br>• Equações equivalentes.<br>• Princípios aditivo e multiplicativo das igualdades.<br>• Equações do 1º grau com uma incógnita.<br>• Resolução de problemas com o emprego de equações.<br>• Noções de possibilidade e de probabilidade.<br>• Princípio fundamental da contagem.<br>• Diversidade e inclusão empresarial.<br>• Conteúdos virais. |
| **Capítulo 2 – Números reais** | • Números naturais, inteiros e racionais.<br>• Noções de dízima periódica.<br>• Fração geratriz de uma dízima periódica.<br>• Números irracionais.<br>• Valor da raiz quadrada de 2.<br>• Estudo da circunferência e do círculo.<br>• Cálculo da medida do comprimento da circunferência.<br>• Valor do número pi ($\pi$).<br>• Números reais.<br>• Estudo da reta real.<br>• Noções de raiz quadrada.<br>• Noções de raiz cúbica.<br>• Noções de raiz enésima.<br>• Noções de gráficos de setores.<br>• Dados sobre LGBTI+fobia no Brasil.<br>• Aposentadoria. |

MODERNA

**Unidade 2: Sociedade em movimento**

| Capítulo | Objetos de conhecimento |
|---|---|
| **Capítulo 3 – Grandezas e regra de três** | • Noções de grandezas e medidas.<br>• Ideia de proporcionalidade.<br>• Propriedade fundamental das proporções.<br>• Grandezas diretamente proporcionais.<br>• Grandezas inversamente proporcionais.<br>• Situações em que não há proporção.<br>• Regra de três simples.<br>• Construção de gráfico de setores.<br>• Prevenção de golpes financeiros. |
| **Capítulo 4 – Sólidos geométricos e volumes** | • Sólidos geométricos.<br>• Poliedros e corpos redondos.<br>• Noções de poliedros.<br>• Classificação dos poliedros: prismas e pirâmides.<br>• Medida do volume de prismas.<br>• Medida do volume de paralelepípedos.<br>• Unidades de medida de volume: metro cúbico e centímetro cúbico.<br>• Relação entre unidades de medida de volume e de capacidade.<br>• Medida do volume de um prisma qualquer.<br>• Medida do volume de um cilindro.<br>• Construção de gráficos em planilha eletrônica.<br>• Representatividade na internet. |

MODERNA

**Unidade 3: Trabalho e tecnologia**

| Capítulo | Objetos de conhecimento |
|---|---|
| **Capítulo 5 – Matemática Financeira e Estatística** | • Noções de porcentagem.<br>• Juro simples.<br>• Situações envolvendo aplicação financeira.<br>• Situações envolvendo empréstimo.<br>• Juro composto.<br>• Moda.<br>• Média aritmética.<br>• Média aritmética ponderada.<br>• Mediana.<br>• Amplitude total e ponto médio.<br>• Noções de pesquisa estatística: tema, variável, população e amostra.<br>• Microempreendedor Individual (MEI). |
| **Capítulo 6 – Equações** | • Equações do 1º grau com duas incógnitas.<br>• Plano cartesiano.<br>• Resolução de sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas: método da substituição e método da adição.<br>• Análise da solução de um sistema de equações por meio da representação gráfica.<br>• Equação do 2º grau com uma incógnita.<br>• Resolução de uma equação do 2º grau incompleta.<br>• Produtos notáveis.<br>• Quadrado da soma de dois termos.<br>• Quadrado da diferença de dois termos.<br>• Produto da soma pela diferença de dois termos.<br>• Resolução de uma equação do 2º grau completa.<br>• Fórmula de resolução de uma equação do 2º grau.<br>• Análise das raízes de uma equação do 2º grau.<br>• Coleta de dados para uma pesquisa estatística.<br>• A tecnologia e as mudanças no mercado de trabalho. |

MODERNA

**Unidade 4: Desenvolvimento e sustentabilidade**

| Capítulo | Objetos de conhecimento |
|---|---|
| **Capítulo 7 – Funções** | • Noção intuitiva de função.<br>• Lei de formação de uma função.<br>• Variáveis dependentes e independentes.<br>• Valor numérico de uma função.<br>• Representação gráfica de uma função no plano cartesiano.<br>• Função afim.<br>• Análise do gráfico de uma função.<br>• Organização dos dados de uma pesquisa estatística.<br>• Redução da violência doméstica. |
| **Capítulo 8 – Geometria** | • Figuras semelhantes.<br>• Teorema de Tales.<br>• Triângulos semelhantes.<br>• Teorema fundamental de semelhança de triângulos.<br>• Casos de semelhança de triângulos: ângulo-ângulo (AA), lado-ângulo-lado (LAL) e lado-lado-lado (LLL).<br>• Aplicações da semelhança de triângulos.<br>• Teorema de Pitágoras.<br>• Demonstração do teorema de Pitágoras.<br>• Aplicações do teorema de Pitágoras: medida do comprimento da diagonal de um quadrado e medida do comprimento da altura de um triângulo equilátero.<br>• Análise de gráficos para tirar conclusões.<br>• Bolha informacional. |

MODERNA

# Sugestões de cronogramas para o Volume 2 da coleção

Os quadros a seguir apresentam possibilidades de trabalho com as etapas 7 e 8, referentes ao Volume 2 da coleção. O professor pode adaptar as sugestões indicadas de acordo com a realidade e as necessidades das turmas de EJA.

Foram considerados três tipos de organização para as sugestões de cronogramas: bimestral, trimestral e semestral.

Nos **cronogramas bimestrais**, sugerimos que seja trabalhada uma unidade, composta de dois capítulos em cada bimestre.

Para **cronogramas trimestrais**, os capítulos que integram as unidades podem ser distribuídos em cada trimestre de maneira a contemplar uma unidade e alguns capítulos de outra.

Já na proposta de organização de **cronogramas semestrais**, os capítulos das duas primeiras unidades são distribuídos em um semestre, e os das demais unidades, em outro, de maneira a contemplar um ou dois capítulos a cada mês, de acordo com o ritmo da turma.

É importante lembrar que é preciso organizar o tempo para o trabalho com as seções **Prática integradora**, que ocorrem ao final das unidades 2 e 4. Você pode desenvolvê-la ao longo de um bimestre, de um trimestre ou de um semestre ou trabalhá-la com o último capítulo da unidade.

**Sugestão de cronograma bimestral - Etapas 7 e 8**

| Bimestre | Tópicos do Livro do Estudante |
|---|---|
| 1º | **Avaliação diagnóstica 1**<br>**Unidade 1: Brasil em foco**<br>Capítulo 1: Equações do 1º grau<br>Capítulo 2: Números reais |
| 2º | **Unidade 2: Sociedade em movimento**<br>Capítulo 3: Grandezas e regra de três<br>Capítulo 4: Sólidos geométricos e volumes<br>**Prática integradora: Mudanças climáticas** |
| 3º | **Avaliação diagnóstica 2**<br>**Unidade 3: Trabalho e tecnologia**<br>Capítulo 5: Matemática Financeira e Estatística<br>Capítulo 6: Equações |
| 4º | **Unidade 4: Desenvolvimento e sustentabilidade**<br>Capítulo 7: Funções<br>Capítulo 8: Geometria<br>**Prática integradora: Para onde vai o lixo?** |

MODERNA

**Sugestão de cronograma trimestral - Etapas 7 e 8**

| Trimestre | Tópicos do Livro do Estudante |
|---|---|
| 1º | **Avaliação diagnóstica 1**<br>**Unidade 1: Brasil em foco**<br>Capítulo 1: Equações do 1º grau<br>Capítulo 2: Números reais |
| 2º | **Unidade 2: Sociedade em movimento**<br>Capítulo 3: Grandezas e regra de três<br>Capítulo 4: Sólidos geométricos e volumes<br>**Prática integradora: Mudanças climáticas**<br>**Avaliação diagnóstica 2**<br>**Unidade 3: Trabalho e tecnologia**<br>Capítulo 5: Matemática Financeira e Estatística |
| 3º | Capítulo 6: Equações<br>**Unidade 4: Desenvolvimento e sustentabilidade**<br>Capítulo 7: Funções<br>Capítulo 8: Geometria<br>**Prática integradora: Para onde vai o lixo?** |

**Sugestão de cronograma semestral - Etapas 7 e 8**

| Semestre | Tópicos do Livro do Estudante |
|---|---|
| 1º | **Avaliação diagnóstica 1**<br>**Unidade 1: Brasil em foco**<br>Capítulo 1: Equações do 1º grau<br>Capítulo 2: Números reais<br>**Unidade 2: Sociedade em movimento**<br>Capítulo 3: Grandezas e regra de três<br>Capítulo 4: Sólidos geométricos e volumes<br>**Prática integradora: Mudanças climáticas** |
| 2º | **Avaliação diagnóstica 2**<br>**Unidade 3: Trabalho e tecnologia**<br>Capítulo 5: Matemática Financeira e Estatística<br>Capítulo 6: Equações<br>**Unidade 4: Desenvolvimento e sustentabilidade**<br>Capítulo 7: Funções<br>Capítulo 8: Geometria<br>**Prática integradora: Para onde vai o lixo?** |

MODERNA

# Referências bibliográficas comentadas


AMARAL, D. E. L.; RAMOS, J. F. P. Mediação de conflitos no ambiente escolar para promover a cultura de paz. **Conhecer:** debate entre o público e o privado, Fortaleza, v. 8, n. 21, 2018. Disponível em: https://revistas.uece.br/index.php/revistaconhecer/article/view/1072/969. Acesso em: 24 maio 2024.

O artigo aborda a aplicação de técnicas de mediação para resolver conflitos e promover a cultura de paz em uma Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio que está situada em uma região considerada violenta.

AQUINO, Julio G. (org.). **Indisciplina na escola**: alternativas teóricas e práticas. 17. ed. São Paulo: Summus, 1996.

A obra reúne artigos de pesquisadores de diversas áreas oferecendo um panorama complexo e abrangente sobre a indisciplina e sua relação com o sentimento de vergonha, as relações de poder e a violência, entre outros.

ARROYO, Miguel G. Formar educadoras e educadores de jovens e adultos. *In*: SOARES, Leôncio (org.). **Formação de educadores de jovens e adultos**. Belo Horizonte: Autêntica; Brasília, DF: Secad-MEC; Unesco, 2006.

A obra aborda exigências da EJA para a formação do professor, que deve estar preparado para enfrentar situações novas, impasses e especificidades dos estudantes desse público.

ASSIS, Simone G. (org.). **Impactos da violência na escola**: um diálogo com professores. 2. ed. Rio de Janeiro: Fiocruz, 2023.

A obra analisa a violência na escola sob diversos olhares e suas consequências sobre os direitos e a saúde de professores e alunos. A nova edição aborda casos de *bullying* e as ações voltadas a esse tipo de agressão.

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos**: uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano, 2003.

Os estudos de Ausubel estão entre as primeiras propostas voltadas à psicopedagogia com o objetivo de explicar o processo de aprendizagem significativa, que está relacionado ao contexto social, cultural e econômico em que o sujeito está inserido.

BALTES, P. B.; BRIM JR., O. G. **Life-span**: development and behavior. Nova York: Academic, 1979. v. 2.

Os autores são referência no estudo da psicologia cognitiva e da dinâmica do envelhecimento. Seus estudos se contrapõem à ideia de que há uma idade limite para a aprendizagem.

BIONDI, Silvana O. **Programas Brasil Alfabetizado e Encuentro**: princípios teóricos metodológicos para alfabetização de jovens e adultos. 2018. Tese (Doutorado) — Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2018.

O texto apresenta um estudo qualitativo, rigoroso e amparado em análise documental. Faz ainda um balanço crítico e propositivo dos principais programas de alfabetização de jovens e adultos no Brasil e na Argentina.

BOALER, Jo. **Mentalidades matemáticas**: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Porto Alegre: Penso, 2018.

Os textos desse livro contribuem para a aplicação em sala de aula de uma matemática mais significativa e conectada com o cotidiano dos estudantes, permitindo que ela seja acessível para todos.


MODERNA

BRANCO, A. M. C. U. A.; MANZINI, R. G. P.; PALMIERI, M. W. A. R. Cooperação e promoção da paz: valores e práticas sociais em contextos educativos. *In*: BRANCO, A. M. C. U. A.; OLIVEIRA, M. C. S. L. (org.). **Diversidade e cultura da paz na escola**: contribuições da perspectiva sociocultural. Porto Alegre: Mediação, 2012.

O livro contempla temas como preconceito e discriminação, questões de gênero e sexualidade, atendimento educacional a adolescentes em conflito com a lei, *bullying*, entre outros. Salienta a importância do desenvolvimento de uma cultura de paz nas escolas.

BRASIL. **Decreto nº 53.465, de 21 de janeiro de 1964**. Institui o Programa Nacional de Alfabetização do Ministério da Educação e Cultura e dá outras providências. Brasília, DF: Senado Federal, [1964]. Disponível em: https://legis.senado.leg.br/norma/476127/publicacao/15666486. Acesso em: 6 mar. 2024.

O decreto do então presidente João Goulart apresenta as principais diretrizes do programa de alfabetização para aquele momento, que não chegou a se materializar, devido à sua revogação após a instauração do regime civil-militar no Brasil.

BRASIL. **Lei nº 5.379, de 15 de dezembro de 1967**. Provê sobre a alfabetização funcional e a educação continuada a adolescentes e adultos. Brasília, DF: Presidência da República, [1969]. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/1950-1969/l5379.htm. Acesso em: 6 mar. 2024.

Sancionada durante o mandato do então presidente Artur da Costa e Silva, estabelece as bases de funcionamento do Sistema Mobral, que oferecia alfabetização e educação continuada para um público de adolescentes e adultos durante o regime civil-militar no Brasil.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Básica. **Parecer CNE/CEB 11/2000**. Brasília, DF: MEC/CNE/CEB, 2000.

Parecer que apresenta e aprofunda orientações voltadas à EJA, apontando suas principais funções: função permanente ou qualificadora, função reparadora e função equalizadora.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Resolução CNE/CEB nº 1, de 5 de julho de 2000. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação de Jovens e Adultos**. Brasília, DF: Conselho Nacional de Educação; Câmara de Educação Básica, 2000.

O documento estabelece as diretrizes a serem obrigatoriamente observadas na oferta e na estrutura dos componentes curriculares de Ensino Fundamental e Médio dos cursos que se desenvolvem em instituições próprias e integrantes da organização da educação nacional nos diversos sistemas de ensino, à luz do caráter próprio dessa modalidade de educação.

BRASIL. Ministério da Educação. **Temas Contemporâneos Transversais na BNCC**. Brasília, DF: MEC, 2019.

O documento apresenta os Temas Contemporâneos Transversais, que explicitam a relação entre os diversos componentes curriculares.

CERQUEIRA, Daniel; BUENO, Samira (org.). **Atlas da violência 2023**. Brasília, DF: Ipea; FBSP, 2023. Disponível em: https://www.ipea.gov.br/atlasviolencia/publicacoes. Acesso em: 8 abr. 2024.

A obra apresenta os resultados da pesquisa feita pelo Ipea sobre a violência no Brasil, informando sobre o tema sob diversos aspectos (gênero, raça, região etc.) e suas consequências.

CHARRET, Heloize C.; CONCEIÇÃO, Welton M. N. A sala de aula, uma arena argumentativa: o debate entre alunos como veículo da construção coletiva de conhecimentos. *In*: **VII Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências**, 7., Florianópolis, 2009. Disponível em: https://fep.if.usp.br/~profis/arquivos/viienpec/VII%20ENPEC%20-%202009/www.foco.fae.ufmg.br/cd/pdfs/929.pdf. Acesso em: 13 maio 2024.

O trabalho aborda as interações discursivas e o engajamento dos estudantes em atividades que despertem seu interesse e os desafiam a solucioná-las. Os autores explanam sobre o papel das interações discursivas no processo de construção de significados nas salas de aula.

CONFERÊNCIA INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO DE ADULTOS (Confintea). Marco de Ação de Belém. **Documento da Confintea VI**. Brasília, DF: Unesco; Confintea VI; Ministério da Educação, 2010.

O documento é assinado pelos 144 Estados-membros da Unesco reunidos em 2009, na Confintea de Belém (Pará), e identifica os principais desafios a serem enfrentados naquele momento, entre eles, as dificuldades em superar a permanência de altos índices de analfabetismo, apesar da oferta de políticas públicas para reduzi-lo.

CONFERÊNCIA INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO DE ADULTOS (Confintea). Marco de Ação de Marrakech: aproveitar o poder transformador da aprendizagem e educação de adultos. **Documento da Confintea VII**. Hamburgo: Instituto da Unesco para a Aprendizagem ao Longo da Vida, 2022.

O documento, assinado pelos 142 Estados-membros da Unesco reunidos em 2022, na Confintea de Marrakech (Marrocos), é marcado pela reflexão sobre o impacto da pandemia da covid-19 na educação de adultos e sobre o papel político da modalidade para a proteção da democracia e promoção de um futuro sustentável em nível mundial.

DI PIERRO, Maria Clara. Notas sobre a redefinição da identidade e das políticas públicas de Educação de Jovens e Adultos no Brasil. **Educação e Sociedade**, Campinas, Cedes, v. 26, n. 92, p. 1115-1139, 2005.

O artigo busca identificar temas emergentes e mapear as principais polêmicas relacionadas às políticas públicas de Educação de Jovens e Adultos no Brasil, tomando por base, de um lado, os resultados de pesquisas sobre o assunto e, de outro, as pautas prioritárias da interlocução entre as redes e organizações da sociedade civil e as instâncias governamentais nesse campo de ação educativa.

FIORESE, Sabrina *et al.* A musicoterapia no ensino regular: uma revisão integrativa. **Criar Educação**, Unesc, Criciúma, v. 9, n. 2, Edição Especial 2020.

Os autores abordam a musicoterapia como uma ferramenta que pode ser utilizada em diversas faixas etárias. A música, com seus elementos e possibilidades, pode favorecer o desenvolvimento do raciocínio, da criatividade e potenciais aptidões dos alunos.

FONSECA, Maria C. T. **Educação Matemática de jovens e adultos**: especificidades, desafios e contribuições. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

Nesta obra, a autora indica o que é a Educação de Adultos e sua relação com a Educação Matemática apresentando, a partir de uma perspectiva social e política, reflexões acerca da EJA feitas por ela e por outros educadores da área.

FREIRE, Paulo. **Educação como prática da liberdade**. 53. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2019.

O autor discorre sobre a educação como questão emancipatória na transformação de seres humanos em cidadãos agentes de transformação social. Cita exemplos de situações nas quais se dá a apreensão do conceito de cultura.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. 25. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2002.

Nesse livro, os textos sintetizam os princípios éticos fundamentais da visão de mundo de Paulo Freire para a formação de professores, com base nos valores de uma educação emancipadora e promotora da liberdade.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da esperança**: um reencontro com a pedagogia do oprimido. 26. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2012.

O autor faz uma reflexão sobre a Pedagogia do oprimido e enaltece uma pedagogia que promova uma nova forma da relação entre professor, aluno e sociedade.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido**. 56. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2014.

O autor considera a educação libertadora e problematizadora, cuja finalidade é construir uma sociedade mais crítica, mais igualitária e menos opressora, em oposição à educação bancária, que objetiva manter a hegemonia de determinada classe.

FREITAS, Adriano Vargas (org.). **Questões curriculares e Educação Matemática na EJA**: desafios e propostas. Jundiaí: Paco Editorial, 2018.

O livro apresenta reflexões a respeito do currículo e destaca a constante disputa por significações defendidas por diferentes grupos e atores sociais. Além disso, apresenta um panorama acerca do currículo na Educação Matemática e da Educação Matemática na EJA.

HERNÁNDEZ, Fernando. **Transgressão e mudança**: os projetos de trabalho. Porto Alegre: Artmed, 2007.

O livro é um convite à transgressão das amarras que impedem o indivíduo de pensar por si mesmo, de construir uma nova relação educativa baseada na colaboração em sala de aula, na escola e com a comunidade.

MODERNA

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **Anuário Estatístico do Brasil**. Rio de Janeiro: IBGE, 1916 [ano 1, 1908/1912]. Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/periodicos/20/aeb_1979.pdf. Acesso em: 30 abr. 2024.

O documento é o quadragésimo volume da série Anuário Estatístico do Brasil, que divulga estatísticas brasileiras, apresentando uma visão geral do país no que diz respeito a seus aspectos demográficos, territoriais, ambientais e socioeconômicos.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua 2022**. Rio de Janeiro: IBGE, 2023. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/trabalho/17270-pnad-continua.html. Acesso em: 27 mar. 2024.

Nesse portal, é possível acessar informações sobre educação, renda, violência, gênero, além de estatísticas experimentais sobre trabalho infantil.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). **Censo Escolar 2023**: divulgação dos resultados. Brasília, DF: Inep, 2023.

O documento traz os resultados do Censo Escolar 2023, pesquisa que apresenta dados sobre escolas, gestores, professores, turmas e alunos da Educação Básica.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). **Instrumento de avaliação de cursos de graduação presencial e a distância**. Brasília, DF: MEC/Inep, 2017.

O documento apresenta diversos indicadores e abordagens pedagógicas e um glossário sobre temas tratados em educação, como a interdisciplinaridade.

KRUG, Etienne G. *et al*. (org.). **Relatório mundial sobre violência e saúde**. Genebra: Organização Mundial da Saúde, 2002. Disponível em: https://portaldeboaspraticas.iff.fiocruz.br/biblioteca/relatorio-mundial-sobre-violencia-e-saude. Acesso em: 7 mar. 2024.

O relatório da OMS sobre violência apresenta dados sobre o tema em nível mundial, aborda fatores de risco e apresenta propostas de ações e intervenções, em termos de políticas públicas.

LYRA, Carlos. **As quarenta horas de Angicos**: uma experiência pioneira de educação. São Paulo: Cortez, 1996.

Carlos Lyra foi um dos professores alfabetizadores do grupo coordenado por Paulo Freire no começo dos anos 1960. A obra apresenta, entre outros documentos, a compilação das suas anotações durante a execução do projeto experimental de alfabetização de adultos na cidade de Angicos (RN).

MANRIQUE, Ana Lucia; MARANHÃO, Maria Cristina S. A.; MOREIRA, Geraldo Estáquio (org.). **Desafios da Educação Matemática Inclusiva**: Formação de Professores. v. 1, São Paulo: Livraria da Física, 2016.

A obra reúne diferentes textos que abordam a Educação Inclusiva na formação de professores, sobretudo acerca dos processos de domínio da Matemática nos anos iniciais da Educação Básica.

MANZINI, Eduardo J. (org.). **Inclusão do aluno com deficiência na escola**: os desafios continuam. Marília: ABPEE; Fapesp, 2007.

As pesquisas relatadas pelo autor indicam que a escola ainda carece de uma prática pedagógica para que a inclusão dos estudantes com deficiência possa se concretizar. A obra pode auxiliar o trabalho de professores e demais integrantes da comunidade escolar a acolher estudantes com deficiência e a encaminhá-los para um bom processo de aprendizagem e socialização.

MENDES, J. R. Matemática e práticas sociais: uma discussão na perspectiva do numeramento. *In:* MENDES, Jackeline R.; GRANDO, Regina C. (org.). **Múltiplos olhares**: Matemática e produção de conhecimento. São Paulo: Musa, 2007.

A obra traz contribuições importantes à área de Matemática, sobretudo novas compreensões sobre o processo de produção e significação de saberes matemáticos em contextos escolarizados e não escolarizados.

MIDDELTON-MOZ, Jane; ZAWADSKI, Mary L. ***Bullying***: estratégias de sobrevivência para crianças e adultos. Porto Alegre: Artmed, 2007.

O livro trata do fenômeno do *bullying* da infância até a vida adulta por meio de estudos de caso que narram situações de violência do ponto de vista das vítimas, as consequências em suas vidas e estratégias de sobrevivência.

NASCIMENTO, Sandra R. A musicoterapia no contexto escolar: uma "escuta diferenciada". *In*: XVII CONGRESSO DA ANPPOM, 2007, São Paulo. **Anais eletrônicos** [...]. Belo Horizonte: ANPPOM, 2007. Disponível em: https://anppom.org.br/anais/anaiscongresso_anppom_2007/musicoterapia/musicoterap_SRNascimento.pdf. Acesso em: 5 abr. 2024.

Apesar de o artigo não ser voltado especificamente para o público de EJA, as atividades que envolvem musicoterapia podem favorecer o autoconhecimento, a reflexão sobre atitudes que geram conflitos e momentos de interação e de identificação através da música.

OLIVEIRA, Ricardo G.; MOTA, Amôna A.; SOUSA, Jayne A. Avaliação educacional: uma breve análise das modalidades diagnóstica, formativa e somativa. **Cadernos de Pedagogia**, São Carlos, v. 16, n. 34, p. 21-28, jan./abr./2022. Disponível em: https://www.cadernosdapedagogia.ufscar.br/index.php/cp/article/view/1814/745. Acesso em: 24 abr. 2024.

O objetivo dos autores é analisar as práticas pedagógicas de avaliação tanto para os discentes como para os docentes, pois ajuda a rever se os conteúdos e as metodologias empregados estão de fato colaborando para uma aprendizagem significativa dos estudantes, e se os métodos são eficazes e estão auxiliando nesse processo.

PALACIOS, Jesús. O desenvolvimento após a adolescência. *In:* COLL, César; MARCHESI, Álvaro; PALÁCIOS, Jesús. **Desenvolvimento psicológico e educação**: psicologia evolutiva. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2004. v. 1.

O artigo apresenta pesquisas da área da psicologia sobre a capacidade de desenvolvimento e aprendizagem na fase adulta.

PARDIM, Cristiane M. C.; CALADO, Moacyr C. O ensino da Matemática na EJA: um estudo sobre as dificuldades e desafios do professor. **Revista Ifes Ciência**, v. 2, n. 1, 2016.

Os autores abordam as dificuldades inerentes ao ensino de estudantes da EJA com foco na questão específica do ensino da Matemática e a necessidade de ampliar o apoio aos professores que se dedicam a esse componente curricular.

PIVA, Anderson; BORGES, Pedro A. P. Construção, sistematização e contextualização do conhecimento matemático na Educação Básica. **IX Jornada de Iniciação Científica e Tecnológica da UFFS**, v. 1 n. 9, 2019.

Os autores tratam da importância da pesquisa sobre as formas de construção do conhecimento e da elaboração de materiais e métodos de ensino adequados para o desenvolvimento do pensamento matemático.

PUIG, Josep M. *et al*. **Democracia e participação escolar**: propostas de atividades. São Paulo: Moderna, 2000.

Esse livro pretende atingir dois objetivos: refletir sobre a participação de estudantes na vida escolar e propor a eles ideias e recursos para atingir essa finalidade. A participação do estudante é um dos pilares da formação humana. Por meio dela, são trabalhados atitudes e valores, como autonomia, cooperação, sentimento de justiça e diálogo.

RODRIGUES, Maria E. C.; MACHADO, Maria M. (org.). **Educação de jovens e adultos trabalhadores**: produção de conhecimentos em rede. 1. ed. Curitiba: Appris, 2018.

A obra traz reflexões para repensar a realidade da Educação de Jovens e Adultos integrada à Educação Profissional, com compromisso pela formação integral dos trabalhadores e das trabalhadoras do nosso país.

ROSENBERG, Marshall B. **Comunicação não violenta**: técnicas para aprimorar relacionamentos pessoais e profissionais. 5. ed. São Paulo: Ágora, 2021.

A obra apresenta recomendações práticas para a mediação de conflitos que podem ser aproveitadas em diferentes contextos, inclusive o da educação.

SALES, Lilia M. M.; ALENCAR, Emanuela C. O. Mediação de conflitos escolares: uma proposta para a construção de uma nova mentalidade nas escolas. **Pensar**, Fortaleza, v. 9, n. 9, p. 89-96, fev. 2004.

O trabalho aborda pontos relevantes da mediação de conflitos escolares como instrumento de construção da cultura de paz, discorrendo sobre seus objetivos e benefícios. Apresenta também um breve histórico da mediação nas escolas e algumas experiências realizadas no exterior e no Brasil.

SALLES FILHO, N. A. **Cultura de paz e educação para a paz**: olhares a partir da teoria de Edgar Morin. 2016. Tese (Doutorado em Educação) — Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2016.

O trabalho apresenta como objeto de pesquisa a educação para a paz como componente educacional de uma cultura de paz, sob a perspectiva da teoria da complexidade de Edgar Morin. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, exploratória, de caráter teórico, baseada em procedimentos bibliográficos.

SANCHES, Teresa. Saúde cerebral ainda que tardia. **Boletim UFMG**, nº 2.061, ano 45, 3 jun. 2019. Disponível em: https://ufmg.br/comunicacao/publicacoes/boletim/edicao/2061/saude-cerebral-ainda-que-tardia. Acesso em: 8 abr. 2024.

O artigo apresenta informações sobre pesquisa neurológica realizada com idosos que estão cursando a Educação de Jovens e Adultos, indicando que a alfabetização nessa fase da vida é capaz de propiciar ganhos cognitivos para esse público.

SANTOS, Carlos C. R. **Andragogia**: aprendendo a ensinar adultos. Disponível em: https://www.aedb.br/seget/arquivos/artigos10/402_ArtigoAndragogia.pdf. Acesso em: 8 abr. 2024.

Nesse artigo, o autor discorre sobre as diferenças de enfoque entre o ensino de crianças e o de adultos, discutindo como o estudante adulto deve ser tratado para não se sentir infantilizado.

SILVA NETO, Claudio M. Como construir a disciplina e o clima de paz na escola. **Nova Escola**: **Gestão**, 14 mar. 2018.

O autor discute como entender a indisciplina e estabelecer um pacto entre alunos e professores para conduzir à paz.

TORDIN, Denise C.; MENDONÇA, Samuel. Assembleias de classe e a autoética pela perspectiva de Edgar Morin. **Pro-Posições**, v. 33, 2022. Disponível em: https://www.scielo.br/j/pp/a/WrvpHn8F6nQZ7mnNK5Wyj8K/. Acesso em: 24 abr. 2024.

Os autores destacam que, no âmbito escolar, dialogar sobre um conflito, negligenciá-lo ou reprimi-lo pode determinar consequências futuras de naturezas diversas, como evoluir para situações mais violentas ou para o aprendizado e o amadurecimento das relações humanas.

TORREMORELL, Maria Carme B. **Mediação de conflitos na escola**: modelos, estratégias e práticas. São Paulo: Summus, 2021.

A autora, que também é professora, trata do papel do mediador e como ele deve atuar diante dos conflitos na educação, dando orientações claras e exemplos diretos das ações.

TRINDADE, Laís S. P.; TRINDADE, Diamantino F. **Os caminhos da ciência e os caminhos da educação**: ciência, história e educação na sala de aula. São Paulo: Madras, 2007.

Os artigos desse livro contribuem para o desenvolvimento de uma abordagem no ensino voltada à pesquisa e à ciência.

UJIIE, Nájela T. (org.). **Psicopedagogia clínica e institucional**: nuances, nexos e reflexos. Curitiba: CRV, 2020.

A obra apresenta múltiplos contextos e olhares sobre a psicopedagogia e a aprendizagem humana, com rigor metódico e científico, ao mesmo tempo que assume uma preocupação didática.

ZABALA, Antoni. **Enfoque globalizador e pensamento complexo**: uma proposta para o currículo escolar. Porto Alegre: Artmed, 2002.

Antoni Zabala é um dos mais importantes pensadores da educação contemporânea. Nesse livro, discute como tornar a prática educativa um instrumento eficaz para dotar os estudantes de estratégias e atitudes que lhes permitam enfrentar problemas e encontrar para solucioná-los.

MODERNA

# Referências bibliográficas complementares comentadas

ARROYO, Miguel G. **Passageiros da noite**: do trabalho para a EJA, itinerário pelo direito a uma vida justa. Petrópolis: Vozes, 2017.

A obra se propõe a lançar um novo olhar para o estudante-trabalhador que busca aprimorar seus conhecimentos na escola, considerando a interrupção do deslocamento casa-trabalho por aqueles que decidem frequentar a EJA.

BARRETO, Maria Cláudia M. S. **Trajetórias de mulheres da e na EJA e seus enfrentamentos às situações de violências**. Dissertação (Mestrado em Educação) — Faculdade de Educação, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2021. Disponível em: https://repositorio.ufba.br/bitstream/ri/33765/1/Disserta%c3%a7%c3%a3o_Maria%20Cl%c3%a1udia%20Mota%20dos%20Santos%20Barreto.pdf. Acesso em: 3 mar. 2024.

A pesquisadora discute as trajetórias de mulheres na EJA e suas repercussões nos enfrentamentos às situações de violências, considerando a assimetria das relações entre homens e mulheres, dentro e fora das salas de aula, a fim de apreender a importância da instituição escolar na vida das estudantes além do processo de escolarização.

BAZZONI, Cláudio; FROCHTENGARTEN, Fernando (org.). **Rede de saberes**: a Educação de Jovens e Adultos no Colégio Santa Cruz. São Paulo: Colégio Santa Cruz, 2021.

O livro traz um compilado sobre a Educação de Jovens e Adultos, abrangendo desde os primeiros ciclos do Ensino Fundamental até a educação profissional. Elaborado por educadores do campo da EJA, a obra apresenta relatos de experiência permeados por reflexões analíticas e teóricas.

CARVALHO, José S. F. Autoridade e educação: o desafio em face do ocaso da tradição. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, v. 20, n. 63, p. 975-993, out.-dez. 2015. Disponível em: https://www.scielo.br/j/rbedu/a/zX7W9xGBmt6BdkPt9JXXGYC/abstract/?lang=pt#. Acesso em: 19 fev. 2024.

Nesse artigo, o autor conceitua a autoridade do professor, conceito que tem sido bastante debatido, mas pouco compreendido, em especial na sua relação com um mundo em transformação.

CATELLI JR., Roberto (org.). **Formação e práticas na Educação de Jovens e Adultos**. São Paulo: Ação Educativa, 2017.

O livro discute temas como as concepções da educação de adultos, tanto no passado como no presente, os conceitos, práticas e experiências de letramento e de alfabetização matemática, a educação popular, as questões de gênero e as relações étnico-raciais na EJA.

CHAUÍ, Marilena. **Manifestações ideológicas do autoritarismo brasileiro**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

A obra reúne diversos escritos da autora, com destaque para "Mito fundador e sociedade autoritária", no qual ela investiga as raízes da ambiguidade fundadora da identidade nacional brasileira: um povo "pacífico", mas autoritário.

COSTA, Jurandir F. Saúde mental: produto da educação? *In:* COSTA, Jurandir F. **Violência e psicanálise**. 4. ed. Rio de Janeiro: Graal, 2021.

No livro, são abordados os impactos das violências que sofremos no mundo atual no nosso psiquismo sob o ponto de vista da Psicanálise. No capítulo indicado, o autor afirma que a educação não produz saúde mental, mas, sim, reproduz a ordem social.

MODERNA

DAVID, Célia M. *et al*. **Desafios contemporâneos da educação**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2015. Disponível em: https://static.scielo.org/scielobooks/zt9xy/pdf/david-9788579836220.pdf. Acesso em: 2 mar. 2024.

Os autores apresentam alguns dos principais desafios enfrentados pela educação no Brasil, analisando seu contexto cultural e social, as políticas educacionais e as questões específicas do espaço escolar.

DAVIS, Angela. **Educação e libertação**: a perspectiva das mulheres negras. São Paulo: Boitempo, 2018.

Nesse texto, a autora investiga como o fim da escravidão nos Estados Unidos fomentou a busca por educação entre as pessoas negras como forma de garantir seu acesso à cidadania.

DEBARBIEUX, Eric; BLAYA, Catherine. **Violência nas escolas e políticas públicas**. Brasília, DF: Unesco, 2002. Disponível em: https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000128720. Acesso em: 23 abr. 2024.

Nesse livro, os autores discutem o conceito de violência e suas implicações no ambiente escolar em diversos países, além de analisar algumas propostas e políticas que tentam solucionar esse problema.

ESTANISLAU, Gustavo M.; BRESSAN, Rodrigo A. (org.). **Saúde mental na escola**: o que os educadores devem saber. Porto Alegre: Artmed, 2014.

O livro aborda como o professor pode atuar para prevenir e promover a saúde mental no contexto escolar, definindo alguns conceitos importantes sobre o assunto, como o que o professor precisa saber sobre saúde mental para tratar do assunto em sala de aula.

FREIRE, Paulo. **Ação cultural para a liberdade e outros escritos**. 16. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2021.

A obra reúne vários escritos de Paulo Freire sobre a alfabetização de adultos e seus significados políticos e sociais na conscientização dos estudantes sobre a própria cidadania a que a educação lhes dá acesso.

FREIRE, Paulo; SHOR, Ira. **Medo e ousadia**: o cotidiano do professor. 15. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2021.

O livro é desenvolvido a partir do diálogo entre Paulo Freire e o estadunidense Ira Shor sobre a educação libertadora e como o professor se transforma em um educador libertador.

GADOTTI, Moacir. **A educação contra a educação**. 6. ed. São Paulo: Global, 2024.

A obra apresenta uma análise crítica voltando ao passado para entender a educação de hoje, analisando as origens de uma concepção instrumental da educação que se dizia neutra, com promessas de um futuro melhor, de maior equidade, justiça social e democracia.

GADOTTI, Moacir. **Economia solidária como práxis pedagógica**. São Paulo: Instituto Paulo Freire, 2009.

Nessa obra, Moacir Gadotti aborda a materialidade do mundo socioeconômico e os processos educacionais. O autor defende que os princípios de economia solidária devem guiar o projeto pedagógico de uma educação que se propõe a ser democrática, cidadã e emancipadora.

HIRYE, Elieser Santos; HIGA, Neusa; ALTOÉ, Stella Maris Lima. **Diversidade educacional**: uma abordagem no ensino de matemática na EJA. 2 ed. Curitiba: InterSaberes, 2023.

Nessa obra, por meio de um olhar para a Educação Matemática na EJA, os autores discutem aspectos relativos ao acesso à Educação no Brasil a fim de apresentar temas como evasão escolar, exclusão e inclusão educacional, aspectos cognitivos da aprendizagem, entre outros.

MODERNA

IRELAND, Timothy D.; SPEZIA, Carlos H. (org.). **Educação de adultos em retrospectiva**: 60 anos de Confintea. Brasília, DF: Unesco/MEC, 2014.

O volume apresenta informações sobre a história das Conferências Internacionais da Unesco sobre a Educação de Adultos e compila os documentos resultantes das conferências de 1949 a 2009.

MUNANGA, Kabengele. Uma abordagem conceitual das noções de raça, racismo, identidade e etnia. Palestra proferida no 3º Seminário Nacional Relações Raciais e Educação. **Programa de Educação sobre o Negro na Sociedade Brasileira** (Penesb/UFF), Rio de Janeiro, 5 nov. 2003.

Nesse breve artigo, o autor apresenta as raízes históricas dos conceitos de raça, etnia e identidade, apontando suas contradições e apropriações ideológicas que os termos sofreram ao longo do tempo.

MUNANGA, Kabengele; GOMES, Nilma L. **O negro no Brasil de hoje**. 2. ed. São Paulo: Global, 2016.

Um livro abrangente que traça um panorama da população negra no Brasil, suas origens históricas e culturais, a luta contra o racismo e suas conquistas. Traz ainda uma lista de personalidades negras que marcaram nossa história.

ORTIZ, Júlia dos Santos Bathke. **Pensamento computacional e educação de jovens e adultos**: na direção de um modelo socialmente consciente. 2019. Dissertação (Mestrado em Informática) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2019.

A partir da concepção de pensamento computacional como uma maneira de promover a cultura digital e de favorecer a inclusão e a autonomia, a pesquisa propõe um modelo para estabelecer iniciativas que visem ao pensamento computacional em práticas de Educação de Jovens e Adultos.

PINTO, Álvaro V. **Sete lições sobre educação de adultos**. São Paulo: Cortez, 1982.

Baseados nas aulas que o autor ministrou no Chile no final da década de 1960, esse livro reúne textos que buscam problematizar concepções antiquadas de educação tanto quanto suas formas e práticas, construindo novas propostas teóricas para a Educação de Jovens e Adultos.

SCHWARCZ, Lilia M. **Sobre o autoritarismo brasileiro**. São Paulo: Companhia das Letras, 2019.

A autora analisa as origens históricas do autoritarismo, ainda bastante presente na cultura e nas relações políticas e sociais no Brasil, com consequências como a violência, as desigualdades e a corrupção.

STRECK, Danilo R.; REDIN, Euclides; ZITKOSKI; Jaime J. (org.). **Dicionário Paulo Freire**. 4. ed. rev. amp. São Paulo: Autêntica, 2018.

Reunindo mais de 250 verbetes utilizados por Paulo Freire, a obra apresenta a contribuição de mais de 100 autores para reunir, interpretar e explicar as expressões usadas pelo patrono da educação brasileira, dando a elas significado conceitual.

TEIXEIRA, Lupicino Costa. Andragogia e o ensino de estatística: uma possibilidade para a formação de jovens aprendizes em contexto de trabalho. **Estudos IAT**, Salvador, v. 5, n. 1, p. 6-15, abr. 2020. Disponível em: http://estudosiat.sec.ba.gov.br/index.php/estudosiat/article/viewFile/171/241. Acesso em: 24 maio 2024.

O artigo resume resultados de uma pesquisa de mestrado abordando a relação entre trabalho, Educação Básica e Educação Estatística no desenvolvimento de aprendizagens significativas para jovens aprendizes.

MODERNA

VENTOSA, Victor. **Didática da participação**: teoria, metodologia e prática. São Paulo: Sesc, 2016.

O livro se apoia no conceito de Animação Sociocultural (ASC) e parte de sua conceituação para alcançar propostas de práticas de ensino-aprendizagem baseadas na horizontalidade, na participação e na colaboração.

VIGANO, Samira M. M.; LAFFIN, Maria Hermínia L. F. A Educação de Jovens e Adultos como um espaço de empoderamento das mulheres. **Revista EJA em debate**, Instituto Federal de Santa Catarina, ano 5, n. 7, 2016.

O artigo analisa os processos de exclusão vivenciados por mulheres que frequentam a EJA e foram obrigadas a abandonar os estudos em razão dos fortes marcadores de gênero que culturalmente são perpetuados na sociedade.

## Sugestões para consulta

Saúde mental de A a Z. Disponível em: https://www.gov.br/saude/pt-br/assuntos/saude-de-a-a-z. Acesso em: 27 mar. 2024.

A garantia do direito constitucional à saúde inclui o cuidado à saúde mental como um dever do Estado brasileiro, que passa a ter responsabilidade de oferecer condições dignas de cuidado em saúde para toda a população.

Educação. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/educacao.html. Acesso em: 9 maio 2024.

O *site* do IBGE possibilita a consulta de várias pesquisas sobre educação e outros assuntos, como o Censo 2022, indicadores sociais, educação e trabalho, entre outros.

OBSERVATÓRIO Trans. Disponível em: https://observatoriotrans.org. Acesso em: 21 fev. 2024.

*Site* de pesquisa, análise e monitoramento sobre a população transexual no Brasil, com apresentação de legislação, sugestão de materiais, fontes e dados para consulta e *downloads*.

Fóruns EJA Brasil. Disponível em: http://forumeja.org.br/brasil. Acesso em: 23 maio 2024.

Nesse portal, o conteúdo é administrado coletivamente pelos integrantes dos Fóruns de EJA e há materiais envolvendo esse segmento de ensino a temáticas como Educação Ambiental, Educação Indígena, Educação Profissional, Educação do Campo, Educação nas Prisões e Educação Étnico-racial, entre outros temas.

Revista Brasileira de Educação de Jovens e Adultos. Disponível em: https://www.revistas.uneb.br/index.php/educajovenseadultos. Acesso em: 23 maio 2024.

Revista editada pela Universidade do Estado da Bahia (Uneb) em colaboração com a Universidade Federal de Alagoas (Ufal) e a Universidade Federal de Recôncavo da Bahia (UFRB). Apresentam-se textos e artigos com diferentes temáticas, ensaios, resenhas e entrevistas.

EJA em Debate. Disponível em: https://periodicos.ifsc.edu.br/index.php/EJA#.WKWbcW_yvct. Acesso em: 23 maio 2024.

A revista é um periódico científico cujo objetivo é disponibilizar conteúdos acerca da EJA.

# Orientações específicas para o desenvolvimento dos capítulos

## Avaliação diagnóstica 1

### Páginas de 12 a 17

**Resoluções das atividades**

**1.** R$ 30,00, pois $450 : 15 = 30$.

**2.** R$ 48,00, pois $6 \times 8 = 48$.

**3.** 12 m, pois $3 \times 4 = 12$.

**4. a.** Aproximadamente 16,49 L, pois $252,3 : 15,3 \simeq 16,49$.

**b.** Aproximadamente 20,02 L, pois $252,3 : 12,6 \simeq 20,02$.

**c.** Aproximadamente R$ 72,87, pois $20,02 \times 3,64 = 72,8728$; aproximadamente R$ 92,01, pois $16,49 \times 5,58 = 92,0142$.

**5.** Alternativa **c**.

A soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um quadrilátero é 360°. Como $70 + 110 + 90 = 270$, então $x$ mede 90°, pois $360 - 270 = 90$.

**6.** Alternativa **a**.

Pois $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

**7. a.** 96.800 m², pois 80% de $121.000 = 0,8 \times 121.000 = 96.800$.

**b.** 42.350 m², pois 35% de $121.000 = 0,35 \times 121.000 = 42.350$.

**c.** No mínimo 24.200 m², pois 20% de $121.000 = 0,2 \times 121.000 = 24.200$.

**8. a.** A soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo é 180°. Como $90 + 22 = 112$, então $x$ mede 68°, pois $180 - 112 = 68$.

**b.** 136°, pois a abertura do ângulo $C\hat{A}H$ é igual à abertura do ângulo $B\hat{A}H$ e o triângulo $B\hat{A}H$ e $C\hat{A}H$ são semelhantes. Então, $B\hat{A}C = 68° + 68° = 136°$; resposta pessoal.

**c.** Triângulo retângulo, pois um de seus ângulos internos tem abertura de medida igual a 90°.

**9. a.** Ruas associadas a retas paralelas: rua Pará e rua Roraima. Ruas associadas a retas concorrentes: rua Amazonas e rua Pará, rua Amazonas e rua Roraima, rua Tocantins e rua Pará, rua Tocantins e rua Roraima.

**b.** Sim; rua Tocantins e rua Pará, rua Tocantins e rua Roraima.

**10.** Alternativa **d**.

A foto foi girada 90° no sentido horário (para a direita), a partir do canto superior esquerdo.

**11.** 18 km, pois $60.000 \times 30$ cm $= 1.800.000$ cm, que equivalem a 18 km.

**12. a.** Não. Como $14 : 2 = 7$ e $55 : 8 = 6,875$, o preço unitário é diferente em cada *kit*.

**b.** O *kit* de oito canetas, pois 6,875 é menor que 7.

**13. a.** Falsa. Ao dobrar a medida do comprimento dos lados de um quadrado, quadruplica-se a medida de sua área.

**b.** Verdadeira, pois a medida da área do retângulo é igual à medida de comprimento de sua base multiplicada pela medida da altura.

**c.** Verdadeira, pois a medida da área do quadrado é igual à medida de comprimento do lado multiplicada por ela mesma.

**d.** Verdadeira, pois cada parcela da soma para a medida do perímetro estará dobrado, dobrando assim o total.

**14.** Alternativa **a**.

Pois $9 - (3 + 2) = 4$.

**15.** O terreno tem formato retangular, então a medida de sua área é 8 m², pois $4 \times 2 = 8$. A região que não é verde tem formato de trapézio, então a medida de sua área é 1,5 m², pois $[(2 + 1) \times 1] : 2 = 1,5$. Portanto, a área verde mede 6,5 m², e o gasto total será R$ 32,50, pois $6,5 \times 5 = 32,50$.

**16.** Saldo negativo de R$ 517,90, pois $101,4 - 67 - 552,3 = -517,9$.

**17. a.** $\sqrt{25} + 3^2 = 5 + 9 = 14$

**b.** $-\sqrt{144} + (0,2)^2 = -12 + 0,04 = -11,96$

**c.** $(-1,3)^2 + (-1,5)^2 = 1,69 + 2,25 = 3,94$

MODERNA

**18. a.** Falsa. O quadro mostra que o Vitória marcou 50, enquanto o Atlético marcou 56.

**b.** Verdadeira. O saldo de gols do Atlético foi 11 e o saldo de gols do Londrina foi $-27$. Então, $11 - (-27) = 38$.

**c.** Verdadeira. Londrina sofreu 58 gols e marcou 31; ABC sofreu 51 gols e marcou 28.

**d.** Falsa. A diferença entre o saldo de gols do ABC e do Londrina foi de 4 gols, pois $-23 - (-27) = 4$.

**19. a.** $\frac{3}{7}$, pois temos 300 homens de 700 possíveis sorteados, e $\frac{300}{700} = \frac{3}{7}$.

**b.** $\frac{4}{7}$, pois $\frac{400}{700} = \frac{4}{7}$.

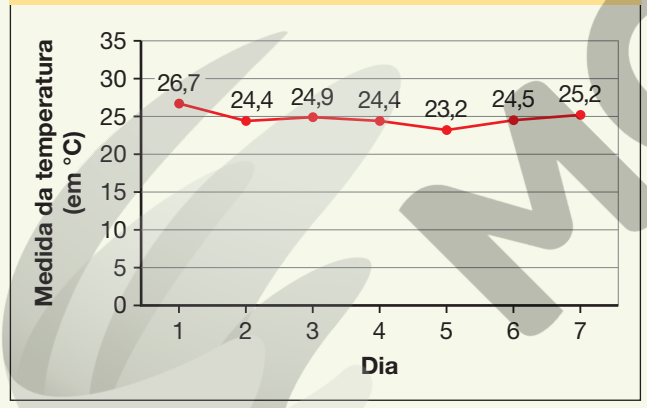
**20.** $\frac{1}{2}$, pois a receita é 1 L de suco concentrado para cada 2 L de água.

**21.** Como foram atendidos 80 gatos e 200 cães, a razão entre o número de cães e gatos atendidos é de $\frac{80}{200}$.

**22.** Resposta possível:

**Medida de temperatura máxima em Sorriso (MT), em janeiro de 2024**

ORARGICART/ARQUIVO DA EDITORA




**Fonte:** INSTITUTO NACIONAL DE METEOROLOGIA. **Dados Históricos Anuais**. Disponível em: https://portal.inmet.gov.br/dadoshistoricos. Acesso em: 28 fev. 2024.

**23. a.** Verdadeira, pois 3.109.762 é o menor número que aparece.

**b.** Verdadeira, pois 5.783.357 é o maior número que aparece.

**c.** Verdadeira, pois 5.513.000 é maior que 5.095.308.

**d.** Falsa, pois 3.396.597 é maior que 3.109.762.

# Capítulo 1 – Equações do 1º grau

## Páginas de 20 a 45

### Objetivos e justificativas

- Identificar o que são expressões algébricas e calcular seu valor numérico.
- Compreender o conceito de equação, raiz de uma equação e equações equivalentes.
- Utilizar equações de 1º grau na resolução de problemas.
- Conhecer o princípio fundamental da contagem e calcular a probabilidade de um evento.
- Refletir sobre o efeito da transmissão de conteúdo viral no meio virtual.

Expressões algébricas podem ser utilizadas para representar diferentes problemas práticos do dia a dia, pois ajudam a generalizar situações cotidianas, expressar relações, indicar quantidades desconhecidas, entre outras. Assim, o estudo das expressões algébricas ajuda a entender e manipular diferentes situações do cotidiano.

Equações podem ser usadas para modelar situações da vida real e encontrar soluções específicas. Compreender o conceito de raiz de uma equação e reconhecer a equivalência entre diferentes equações ajuda os estudantes a perceberem que existem várias maneiras de abordar um mesmo problema, promovendo flexibilidade e criatividade na resolução de questões práticas.

O princípio fundamental da contagem permite que os estudantes determinem o número de possíveis resultados em uma situação. No cotidiano, isso pode ser utilizado no cálculo da probabilidade de um evento ocorrer. Esses conhecimentos são valiosos para a tomada de decisões e para a análise de situações que envolvem incertezas.

Estudar e refletir sobre o impacto da transmissão de conteúdos virais no meio virtual é importante para entender como as informações se espalham e podem influenciar as pessoas. Em uma época em que as redes sociais têm o poder de difundir mensagens instantaneamente, é necessário analisar os efeitos desses conteúdos, que podem variar desde conscientização sobre causas importantes até a propagação de desinformação. Diante disso, é fundamental que os estudantes reflitam sobre a autenticidade do conteúdo que compartilham e as consequências desse ato, promovendo uma cultura de responsabilidade e consciência no meio virtual.

### Resoluções das atividades

## Atividades – Páginas 23 e 24

**1. a.** $10 + 2x$, em que $x$ representa a distância percorrida, em quilômetro.

**b.** Para $x = 18{,}5$ km, temos:

$10 + 2 \cdot 18{,}5 = 10 + 37 = 47$

Será cobrado R$ 47,00 pelo serviço em que o entregador percorreu 18,5 km.

MODELO

**2.**

**Cálculo do valor numérico**

| | $x + 1$ | $2x + 4$ | $x^2 + 1$ |
|---|---|---|---|
| $x = 5$ | $5 + 1 = 6$ | $2 \cdot 5 + 4 = 14$ | $5^2 + 1 = 26$ |
| $x = 10$ | $10 + 1 = 11$ | $2 \cdot 10 + 4 = 24$ | $10^2 + 1 = 101$ |
| $x = 2{,}5$ | $2{,}5 + 1 = 3{,}5$ | $2 \cdot 2{,}5 + 4 = 9$ | $2{,}5^2 + 1 = 7{,}25$ |
| $x = 0{,}3$ | $0{,}3 + 1 = 1{,}3$ | $2 \cdot 0{,}3 + 4 = 4{,}6$ | $0{,}3^2 + 1 = 1{,}09$ |

**3. a.** Se o valor de venda de um par de brincos for $x$, o valor de venda da pulseira deve ser $2x$. E o valor de venda de um conjunto de 1 pulseira e 1 par de brincos deve ser $3x$, pois: $x + 2x = 3x$.

**b.** Se R$ 20,00 é o valor de venda da pulseira, se ela custa o dobro do valor de um par de brincos e se o par de brincos custa R$ 10,00, então:

$10 + 20 = 30$.

Logo, o valor de venda do conjunto de 1 pulseira e 1 par de brincos é de R$ 30,00.

**4. a.** $5 + x$. Sim, pois $5 + 10 = 15$, e esse é o valor máximo.

**b.** $5 + 3 = 8$. O valor desse estacionamento por 4 horas é R$ 8,00: R$ 5,00 referentes à primeira hora e R$ 3,00 referentes às outras horas.

**c.** Espera-se que os estudantes percebam que, caso um automóvel fique estacionado por um período de 12 horas, o proprietário vai pagar R$ 15,00 (valor máximo), e não R$ 16,00 (resultado obtido caso eles substituam $x$ por 11 na expressão $5 + x$).

**5. a.** $2.500x$. Pois a metalúrgica produz 500 parafusos em 5 máquinas, resultando em $500 \cdot 5 = 2.500$.

**b.** $2.500 \cdot 5 = 12.500$

Em 5 horas são produzidos 12.500 parafusos.

**c.** $2.500 \cdot 8 = 20.000$

Em 8 horas ininterruptas são produzidos 20.000 parafusos.

**d.** Uma máquina produz 500 parafusos por hora. Considerando que uma máquina ficou sem produzir durante 4 horas, temos:

$500 \cdot 4 = 2.000$

Em 4 horas que uma máquina fica em manutenção, 2.000 parafusos deixam de ser produzidos.

## Atividades – Páginas 26 e 27

**6. a.** $x + 55 = 125{,}5$

Para determinar a raiz, devemos pensar no número que, adicionado a 55, resulta em 125,5. Esse número é 70,5, pois:

$70{,}5 + 55 = 125{,}5$

A medida da massa do objeto é 70,5.

**b.** $x + x + 10 = x + 20$

$2x + 10 = x + 20$

Para determinar a raiz, devemos pensar no número que, adicionado 2 vezes a 10, resulta nesse número mais 20. Esse número é 10, pois:

$2 \cdot 10 + 10 = 10 + 20 = 30$

A medida da medida da massa do objeto é 10.

**7.** A medida do perímetro ($p$) de um quadrado é 4 vezes a medida de comprimento ($c$) de um lado do quadrado. Assim:

$p = 4c$

$16 = 4c$

Testando o número 4 para verificar se a sentença é verdadeira, temos:

$16 = 4 \cdot 4$

A medida de comprimento do lado do quadrado é 4 cm.

**8.** A medida da largura ($l$) é o dobro da medida da altura ($a$); portanto, $l = 2a$.

O perímetro ($p$) do retângulo é a soma das medidas de comprimento de seus lados. Então:

$p = l + a + l + a = 2a + a + 2a + a = 6a$

$6a = 24$

Vamos testar se 4 é raiz da equação.

$6 \cdot 4 = 24$

Portanto, as medidas de comprimento dos lados desse retângulo são 4 cm e 8 cm.

**9. a.** Esse número é o 7, pois: $7^2 = 7 \cdot 7 = 49$

**b.** Espera-se que os estudantes percebam que $(-7)^2$ também é igual a 49.

**c.** Resposta pessoal. Chame a atenção dos estudantes para o fato de que uma medida não pode ser um número negativo e, portanto, $-7$ não é uma solução para esse problema.

## Atividades – Páginas 29 e 30

**10. a.** Pelo enunciado, temos:

Vendas de João: $1.800 + x$

Vendas de Dora: $2.500 + x$

**b.** Resposta possível: João, Dora e Sueli venderam juntos R$ 25.000; assim:

$1.800 + x + 2.500 + x + x = 25.000$

**c.** $3x = 20.700$

$\frac{3x}{3} = \frac{20.700}{3}$

$x = 6.900$

A raiz dessa equação é $x = 6.900$.

MODERNA

**d.** Vendas de João: $1.800 + 6.900 = 8.700$
Vendas de Dora: $2.500 + 6.900 = 9.400$
Portanto, João vendeu R$ 8.700,00, enquanto Dora vendeu R$ 9.400,00.

**11.** Respostas possíveis:
**a.** $3x = 15$ e $3x - 20 = -5$
**b.** $5x = 25$ e $5x - 25 = 0$
**c.** $-2x = 3$ e $2x - 1 = 6x + 5$
**d.** $-3x - 3 = 6$ e $-3x = 9$

**12. a.** Pelo enunciado, o celular do filho custou $x$ e o celular da pessoa custou $x$ mais 200 reais, então: $x + 200$
**b.** $x + x + 200 = 2.000$
**c.** $2x + 200 = 2.000$
$2x + 200 - 200 = 2.000 - 200$
$2x = 1.800$
$x = 900$
O valor do aparelho do filho foi de R$ 900,00.
**d.** $900 + 200 = 1.100$
O valor do aparelho que essa pessoa comprou para ela foi de R$ 1.100,00.

## Atividades – Página 33

**13. a.** Sendo $x$ o total de hóspedes:
26% de $x = 195$
$\frac{26}{100}x = 195$
$\frac{100}{26} \cdot \frac{26}{100}x = 195 \cdot \frac{100}{26}$
$x = 750$
Essa pousada hospedou 750 turistas.
**b.** $\frac{150}{750} = 0,2 = 20\%$
A porcentagem de turistas de origem alemã é 20%.

**14.** Sendo $x$ o número de gols marcados pelo primeiro artilheiro, o segundo marcou $\frac{1}{3}x$. Então:
$x + \frac{1}{3}x = 20$
$3x + x = 60$ (multiplicamos por 3 os dois membros)
$4x = 60$
$x = 15$
O primeiro artilheiro fez 15 gols.
$\frac{1}{3} \cdot 15 = 5$
O segundo artilheiro fez 5 gols.

**15.** $x + x + 1 + x + 2 = 57$
$3x + 3 = 57$
$3x + 3 - 3 = 57 - 3$
$3x = 54$
$\frac{3x}{3} = \frac{54}{3}$
$x = 18$
Portanto, os três números são 18, 19 e 20.

**16.** Perder $\frac{3}{10}$ do valor de mercado é o mesmo que valer $\frac{7}{10}$ desse valor. Em porcentagem:
$\frac{3}{10} = \frac{30}{100} = 30\%$
$100\% - 30\% = 70\%$
Assim:
70% de $x = 33.600$
$\frac{70}{100} \cdot x = 33.600$
$\frac{100}{70} \cdot \frac{70}{100} \cdot x = 33.600 \cdot \frac{100}{70}$
$x = 48.000$
O preço de mercado do automóvel é R$ 48.000,00.

**17.** Esse alpinista escalou o equivalente a:
$1 - \frac{3}{5} = \frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$
Para chegar à metade do percurso ele teria que escalar:
$\frac{2}{5}x + 696 = \frac{x}{2}$
Resolvendo essa equação, temos:
$5 \cdot \frac{2x}{5} + 5 \cdot 696 = \frac{5x}{2}$
$2x + 3.480 = \frac{5x}{2}$
$2 \cdot 2x + 2 \cdot 3.480 = 2 \cdot \frac{5x}{2}$
$4x + 6.960 = 5x$
$5x - 4x = 6.960$
$x = 6.960$
O pico Aconcágua mede cerca de 6.960 m.

**18. a.** Espera-se que os estudantes respondam que é possível afirmar que o número é negativo, pois o dobro do número é adicionado a 123 para obter 54.
**b.** Sendo $x$ o número procurado, temos:
$2x + 123 = 54$
$2x + 123 - 123 = 54 - 123$
$2x = -69$
$\frac{2x}{2} = -\frac{69}{2}$
$x = -34,5$

## Atividades – Páginas 36 e 37

**19.** São 6 dígitos, 4 possibilidades, e é possível repetir os algarismos; portanto:
$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4.096$
Podem ser formadas 4.096 senhas com 6 dígitos considerando os 4 algarismos dados.

**20. a.** Cada placa tem 4 letras, sendo que elas já foram determinadas, mudando apenas a ordem, temos:
$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$
Podem ser formadas 24 placas com 4 letras determinadas.

MODERNA

**b.** Como as três primeiras letras são fixas, e são 26 letras para compor a posição que falta, e 10 algarismos para compor a posição que falta, temos:

$1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10 = 26.000$

Podem ser formadas 26.000 placas ao fixar apenas as três primeiras letras.

**21. a.** Considerando que 10 algarismos podem ocupar cada posição, temos:

$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10.000$

A senha pode ser criada de 10.000 maneiras diferentes.

**b.** Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes deem respostas baseadas nas recomendações apresentadas no enunciado.

**c.** Considerando as 26 letras do alfabeto, os 10 algarismos, e o modo como ele escolheu criar a senha, temos:

$26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 17.576.000$

Podemos criar 17.576.000 senhas como a de Juliano.

**d.** Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam senhas do tipo AAA111, ABC123 entre outras.

**22. a.** Para formar um número de três algarismos distintos, temos 5 opções. Então:

$5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$

É possível formar 60 números de três algarismos distintos com os algarismos 1, 3, 5, 7 e 9.

**b.** Para o primeiro algarismo, não é possível usar o zero, pois o número teria dois algarismos com o zero na casa das centenas, então para o primeiro algarismo, são 4 possibilidades; para o segundo, 4 possibilidades (pois inclui o zero); para o terceiro, 3 possibilidades:

$4 \cdot 4 \cdot 3 = 48$

É possível formar 48 números de três algarismos distintos com os algarismos 0, 2, 4, 6 e 8.

**c.** Usando os algarismos 1, 3, 5, 7 e 9, formaríamos mais números, porque, com os algarismos 0, 2, 4, 6 e 8, eliminaríamos os números que tivessem o zero na casa das centenas.

**23. a.** Se Luísa comprou todos os números que terminam em 32, ela comprou os números em que a casa da centena varia entre 0 e 9; portanto, foram comprados 10 números.

**b.** 032; 132; 232; 332; 432; 532; 632; 732; 832 e 932.

**c.** Como Luísa comprou 10 números, a probabilidade de ela ser sorteada é:

$$\frac{10}{1.000} = \frac{1}{100}$$

**d.** Se Raquel comprou todos os números que terminam em 3, ela comprou os números que na casa das dezenas vão de 0 a 9 (dez) e todos os números que na casa das centenas vão de 0 a 9 (dez), e $10 \cdot 10 = 100$.

Raquel comprou 100 números.

**e.** Como Raquel comprou 100 números, a probabilidade de ela ser sorteada é:

$$\frac{100}{1.000} = \frac{1}{10}$$

**f.** Raquel, pois $\frac{1}{10} > \frac{1}{100}$.

**24. a.** 6789 – 6798 – 6897 – 6879 – 6978 – 6987 – 7689 – 7698 – 7869 – 7896 – 7968 – 7986 – 8679 – 8697 – 8769 – 8796 – 8967 – 8976 – 9678 – 9687 – 9768 – 9786 – 9867 – 9876

**b.** A probabilidade de a senha ser 6789 é $\frac{1}{24}$.

A probabilidade de a senha ser 9876 é $\frac{1}{24}$.

Sim, a probabilidade é a mesma.

**c.** 8967 e 8976.

**d.** Não, pois só há duas possibilidades de senha: 8967 e 8976.

## Atividades finais do Capítulo 1 – Páginas 38 e 39

**1. a.** Para $p = 24$ cm, temos na equação:

$$n = \frac{5p + 28}{4}$$

$$n = \frac{5 \cdot 24 + 28}{4} = \frac{120 + 28}{4} = \frac{148}{4}$$

$n = 37$

Portanto, para uma pessoa cujo pé mede 24 cm de comprimento, o número do calçado é 37.

**b.** Para $n = 40$, temos na equação:

$$n = \frac{5p + 28}{4}$$

$$40 = \frac{5p + 28}{4}$$

$$4 \cdot 40 = 4 \cdot \frac{5p + 28}{4}$$

$160 = 5p + 28$

$160 - 28 = 5p + 28 - 28$

$132 = 5p$

$$\frac{132}{5} = \frac{5p}{5}$$

$$p = \frac{132}{5}$$

$p = 26{,}4$

Para uma pessoa que calça 40, a medida do comprimento aproximado do pé é 26,4 cm.

**c.** Resposta pessoal. A resposta vai depender do número do calçado do estudante.

**d.** Resposta pessoal.

**2. a.** Usando a expressão que relaciona a idade da árvore ($t$), em anos, com a medida da altura ($h$) em centímetros, temos:

$h = 28t + 20$

$h = 28 \cdot 6 + 20$

$h = 168 + 20$

$h = 188$

MODERNA

A medida da altura da árvore em 6 anos é de 188 cm.

**b.** Usando a expressão que relaciona a idade da árvore ($t$), em anos, com a medida da altura ($h$), em centímetros, temos:

$h = 28t + 20$

$h = 28 \cdot 10 + 20$

$h = 280 + 20$

$h = 300$

A medida da altura da árvore em 10 anos é de 300 cm.

**3. a.** Sendo $V$ o valor pago e $x$ o preço do aparelho de som, temos:

$V = x - 20$

**b.** $V = 350$

$350 = x - 20$

$350 + 20 = x - 20 + 20$

$370 = x$

$x = 370$

O preço do aparelho de som era R$ 370,00.

**4. a.** A figura tem altura medindo 2x e largura medindo 4$x$, então a medida do perímetro da figura pode ser escrito por:

$2x + 4x + 2x + 4x = 12x$

**b.** Se o perímetro da figura medir 60 cm, então:

$12x = 60$

$\frac{12x}{12} = \frac{60}{12}$

$x = 5$

O valor de $x$ é 5 cm.

**5.** Podemos chamar de $x$ a página que lia, e de $x + 1$ e $x + 2$ as duas páginas seguintes. Escrevendo a expressão, temos:

$x + x + 1 + x + 2 = 612$

$3x + 3 = 612$

$3x + 3 - 3 = 612 - 3$

$3x = 609$

$\frac{3x}{3} = \frac{609}{3}$

$x = 203$

A página 203 que estava sendo lida.

**6.** Sendo $x$ a medida de massa de uma caixa, podemos escrever a expressão:

$14x + 70 = 560$

Resolvendo a expressão:

$14x + 70 - 70 = 560 - 70$

$14x = 490$

$\frac{14x}{14} = \frac{490}{14}$

$x = 35$

Cada caixa pode ter no máximo 35 kg.

**7. a.** A raiz da equação $x + 2x = 21$ é o número 7.

**b.** A raiz de uma equação também é raiz de todas as equações equivalentes a ela.

**c.** Correta.

**d.** O número $-4$ é raiz apenas da equação $x + 4 = 0$.

**e.** Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes tenham feito cálculos para corrigirem corretamente cada afirmação.

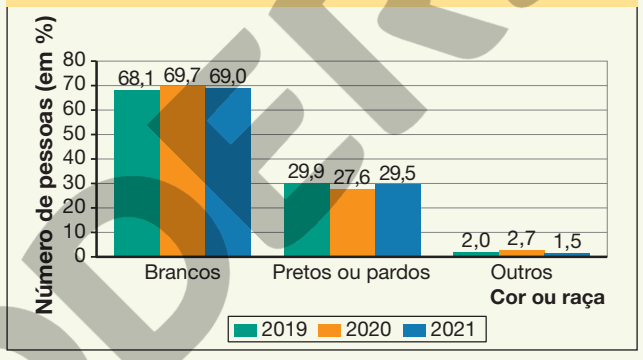
**8. a.** A resposta depende do número de estudantes na sala.

**b.** As respostas dependem do número de estudantes e do número de homens e mulheres na sala.

## Tratamento da informação – Páginas 40 e 41

**1.** Exemplo de gráfico; resposta pessoal.

**Pessoas ocupando cargos gerenciais**

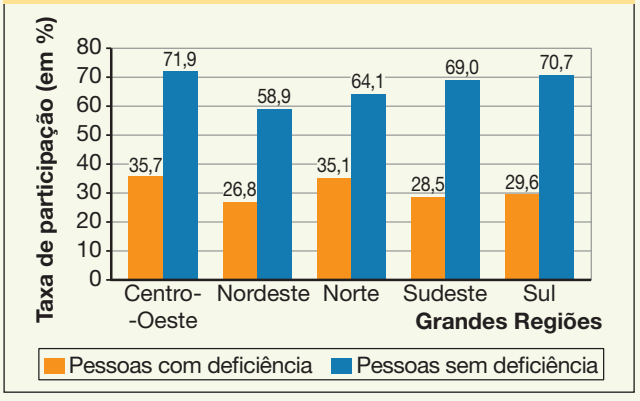



ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

**Fonte:** elaborado com base em IBGE Desigualdades Sociais por Cor ou Raça no Brasil. **IBGE**, 2022. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/populacao/25844-desigualdadessociais-por-cor-ou-raca.html?5&t5resultados. Acesso em: 8 fev. 2024.

**2. a.**

**Taxa de participação, por existência de deficiência, segundo as Grandes Regiões (%)**




ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

**Fonte:** IBGE. Pessoas com deficiências 2022: Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua. **IBGE**, 2023. Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv102013_informativo.pdf. Acesso em: 9 abr. 2024.

MODERNA

**b.** Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes percebam que há menos pessoas com deficiência, mas que em algumas regiões esse valor é próximo à metade.

**3. a.** $3.484{,}24 - 2.995{,}07 = 489{,}17$

A diferença entre o salário médio de homens e de mulheres foi de R$ 489,17.

**b.** Espera-se que os estudantes concluam que o salário médio dos homens estava acima do salário médio dos brasileiros, enquanto o salário médio das mulheres estava inferior ao salário médio dos brasileiros em 2021.

**4.** Respostas pessoais.

## Avaliação do Capítulo 1 – Páginas 44 e 45

### Revisando o conteúdo

Resposta pessoal.

### Aplicando seus conhecimentos

**1.** Alternativa **c**.

Sendo $x$ a medida da distância percorrida, temos:

$5 + 1{,}25x$

**2.** Alternativa **d**.

1 hora é equivalente a 60 minutos. Em 4 horas há:

$60 \cdot 4 = 240$; 240 minutos

Em 4 horas são produzidas:

$240 \cdot 3 = 720$

Serão produzidas 720 peças em 4 horas.

**3.** Alternativa **b**.

Sendo $x$ o percurso completo, podemos escrever:

$\frac{3}{5}x + 5 = x$

**4.** Alternativa **a**.

Um terreno com formato retangular tem a medida do perímetro igual a 64 m. Sabendo que o menor lado mede 12 m de comprimento e considerando o maior lado medindo $x$, podemos escrever a equação:

$12 + x + 12 + x = 64$

Resolvendo essa equação, obtemos a medida do maior lado do terreno.

$24 + 2x = 64$

$24 + 2x - 24 = 64 - 24$

$2x = 40$

$\frac{2x}{2} = \frac{40}{2}$

$x = 20$

A medida do lado maior desse terreno é 20 m de comprimento.

**5.** Alternativa **d**.

Considerando $x$ a quantidade de dias do prazo inicial, podemos escrever a seguinte equação:

$\frac{3}{5}x + 20 = x$

$\frac{3}{5}x + 20 - 20 = x - 20$

$\frac{3}{5}x = x - 20$

$\frac{3}{5}x - x = x - 20 - x$

$\frac{3}{5}x - \frac{5}{5}x = -20$

$-\frac{2}{5}x = -20$

$\left(-\frac{5}{2}\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)x = \left(-\frac{5}{2}\right) \cdot (-20)$

$x = 50$

O prazo inicial do projeto eram 50 dias.

**6.** Alternativa **b**.

Sendo $x$ o preço do equipamento, temos:

25% de $x = 674{,}75$

$\frac{25}{100}x = 674{,}75$

$\frac{100}{25} \cdot \frac{25}{100}x = 674{,}75 \cdot \frac{100}{25}$

$x = 2.699$

O preço do equipamento é R$ 2.699,00.

**7.** Alternativa **c**.

Existem 3 bolinhas de 3 cores diferentes, então:

$3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

São 6 as possibilidades diferentes de combinação de cores em ordens diferentes.

**8.** Alternativa **a**.

Existem 4 cadeiras para 4 pessoas, então:

$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

São 24 maneiras diferentes de 4 pessoas se sentarem nas 4 cadeiras.

**9.** Alternativa **d**.

São 9 algarismos para formarem números de 3 algarismos distintos. O total de possibilidades são:

$9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$

A quantidade de números que começam com 7 é:

$1 \cdot 8 \cdot 7 = 56$

A probabilidade de o algarismo começar com 7 é:

$\frac{56}{504} = \frac{1}{9}$

Dadas as condições dos números do sorteio, a probabilidade de um número sorteado começar com 7 é $\frac{1}{9}$.

MODERNA

# Capítulo 2 – Números reais

## Páginas de 46 a 75

### Objetivos e justificativas

- Identificar e classificar os números como naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais.
- Reconhecer a dízima periódica e calcular a fração geratriz.
- Reconhecer os números irracionais $\sqrt{2}$ e $\pi$.
- Localizar e representar números reais na reta numérica.
- Apresentar a operação da radiciação.
- Construir gráficos de setores com base no ângulo central de cada setor.
- Ler e interpretar gráfico de setores.
- Conscientizar sobre alguns benefícios da Previdência Social, inclusive a aposentadoria.

Os números estão presentes em várias situações do dia a dia, pois são usados para transmitir algum tipo de informação e, por isso, é importante reconhecê-los em suas diversas aplicações e saber interpretá-los corretamente.

Ao estudar os números racionais, são apresentados procedimentos para a obtenção de frações geratrizes de dízimas periódicas. Depois dos números naturais, inteiros e racionais, os números irracionais são apresentados, destacando-se a $\sqrt{2}$ e o número pi ($\pi$). O uso do número pi é exemplificado com o estudo de circunferência e círculo, pois a relação entre a medida de comprimento de uma circunferência e a medida de seu diâmetro representa o número pi.

Em seguida, é explorada a ideia do conjunto dos números reais como a união do conjunto dos números racionais com o conjunto dos números irracionais, bem como a localização de números reais na reta numérica.

O trabalho com a radiciação começa com o estudo da raiz quadrada – mostrando que nem toda raiz quadrada é um número irracional – e com o estudo da raiz cúbica. Em seguida, o estudo é ampliado com a abordagem da raiz enésima, dando aos estudantes repertório que possibilita analisar os casos quando o índice da raiz é par ou ímpar.

O estudo com gráfico de setores começa com sua construção, desde o cálculo proporcional ao ângulo central até sua leitura e interpretação.

Entre todos os benefícios da Previdência Social, a aposentadoria ganha destaque por estar presente no cotidiano da maioria da população brasileira.

### Resoluções das atividades

## Atividades – Páginas 49 e 50

**1.** As expressões algébricas são operações matemáticas entre números e variáveis, que são representadas por letras. Para que uma expressão descreva os elementos de uma sequência, é necessário identificar os valores possíveis que a variável pode assumir, de modo que, ao substituir cada um desses valores, seja possível encontrar os elementos correspondentes da sequência.

Respostas possíveis:

**a.** $n + 1$, com $n$ sendo um número inteiro maior que ou igual a $-3$.

**b.** $244 - 10n$, com $n$ sendo um número natural.

**c.** $30 - 6n$, com $n$ sendo um número natural.

**d.** $-300 + 100n$, com $n$ sendo um número natural.

**2.** Considere três números naturais consecutivos representados por: $n - 1$, $n$ e $n + 1$. Então, a soma desses números é dada pela equação:

$n - 1 + n + n + 1 = 1.233$

$3n = 1.233$

$n = \frac{1.233}{3}$

$n = 411$

Portanto, os três números consecutivos são: 410, 411 e 412.

**3.** Para representar uma fração como número decimal, basta dividir o numerador dessa fração pelo denominador.

**a.** $6 : 4 = 1,5$

**b.** $1 : 9 = 0,111\ldots$

**c.** $1 : 3 = 0,333\ldots$

**d.** $3 : 4 = 0,75$

São decimais exatos: 1,5 e 0,75. São dízimas periódicas: 0,111… e 0,333…

**4.** Para comparar números racionais com mais facilidade, é necessário compará-los na mesma representação: frações com o mesmo denominador ou números decimais. Ao escrever todos como números decimais, temos:

$\frac{8}{7} \simeq 1,143$

$\frac{4}{3} = 1,333\ldots$

$-\frac{3}{4} = -0,75$

Considerando os números decimais em ordem crescente, temos:

$-1,4; -0,75; 1,143; 1,333\ldots; 1,91666\ldots$

Escrevendo os números como no enunciado, temos: $-1,4, -\frac{3}{4}, \frac{8}{7}, \frac{4}{3}$ e $1,91666\ldots$

**5.** O período de uma dízima periódica é formado pelo algarismo ou grupo de algarismos que se repete(m) infinitamente.

**a.** 8 **c.** 3 **e.** 421

**b.** 4 **d.** 56 **f.** 1647

**6.** Após realizar as operações utilizando uma calculadora, é possível notar um padrão na divisão de um número natural da ordem das unidades por 9: o resultado é sempre uma dízima periódica,

MODERNA

com o zero à esquerda da vírgula e o período formado pelo número a ser dividido por 9, à direita da vírgula.

**a.** 0,111…  **d.** 0,444…  **g.** 0,777…

**b.** 0,222…  **e.** 0,555…  **h.** 0,888…

**c.** 0,333…  **f.** 0,666…

**7.** O esquema é formado por três linhas e infinitas colunas. Observe que o denominador de todas as frações é 3, e o numerador aumenta 3 unidades na sequência em cada linha e 1 unidade seguindo pelas colunas. Os números que resultam das divisões escritas como frações, seguem sequências diferentes em cada linha e coluna. Nas linhas: a primeira é formada pelo conjunto dos números naturais; a segunda, pelas dízimas periódicas de período 3; a terceira, pelas dízimas periódicas de período 6. Nas colunas: a primeira é formada por todos os números com parte inteira igual a 0; a segunda, pelos números com parte inteira igual a 1; a terceira, pelos números com parte inteira igual a 2; e assim por diante. Portanto:

**a.** O período igual a 3.

**b.** O período igual a 6.

**c.** $10 : 3 = 3{,}333\ldots$ e $11 : 3 = 3{,}666\ldots$

**d.** Segunda linha e sexta coluna.

## Atividades – Página 52

**8. a.** A dízima periódica 17,333… é simples, então vamos manter o período 3 nas duas equações consideradas:

$$x = 17{,}333\ldots \text{ (I)}$$
$$10x = 173{,}333\ldots \text{ (II)}$$

Fazendo a subtração (II) − (I), temos:

$$\begin{array}{rr} & 10x = 173{,}333\ldots \\ - & x = 17{,}333\ldots \\ \hline & 9x = 156 \text{ (III)} \end{array}$$

Resolvendo a equação (III), encontramos a fração geratriz da dízima periódica 17,333…:

$$x = \frac{156}{9} = \frac{52}{3}$$

**b.** A dízima periódica 1,2525… é simples, então vamos manter o período 25 nas duas equações consideradas:

$$x = 1{,}2525\ldots \text{ (I)}$$
$$100x = 125{,}2525\ldots \text{ (II)}$$

Fazendo a subtração (II) − (I), temos:

$$\begin{array}{rr} & 100x = 125{,}2525\ldots \\ - & x = 1{,}2525\ldots \\ \hline & 99x = 124 \text{ (III)} \end{array}$$

Resolvendo a equação (III), encontramos a fração geratriz da dízima periódica 1,2525…:

$$x = \frac{124}{99}$$

**c.** A dízima periódica 0,145145145… é simples, então vamos manter o período 145 nas duas equações consideradas:

$$x = 0{,}145145\ldots \text{ (I)}$$
$$1.000x = 145{,}145145\ldots \text{ (II)}$$

Fazendo a subtração (II) − (I), temos:

$$\begin{array}{rr} & 1.000x = 145{,}145145\ldots \\ - & x = 0{,}145145\ldots \\ \hline & 999x = 145 \text{ (III)} \end{array}$$

Resolvendo a equação (III), encontramos a fração geratriz da dízima periódica 0,145145…:

$$x = \frac{145}{999}$$

**d.** A dízima periódica 2,6444… é composta, então vamos manter o período 4 nas equações (I) e (II):

$$x = 2{,}6444\ldots$$
$$10x = 26{,}444\ldots \text{ (I)}$$
$$100x = 264{,}444\ldots \text{ (II)}$$

Fazendo a subtração (II) − (I), temos:

$$\begin{array}{rr} & 100x = 264{,}444\ldots \\ - & 10x = 26{,}44444\ldots \\ \hline & 90x = 238 \text{ (III)} \end{array}$$

Resolvendo a equação (III), encontramos a fração geratriz da dízima periódica 2,6444…:

$$x = \frac{238}{90} = \frac{119}{45}$$

**e.** A dízima periódica 0,113131… é composta, então vamos manter o período 13 nas equações (I) e (II):

$$x = 0{,}11313\ldots$$
$$10x = 1{,}1313\ldots \text{ (I)}$$
$$1.000x = 113{,}1313\ldots \text{ (II)}$$

Fazendo a subtração (II) − (I), temos:

$$\begin{array}{rr} & 1.000x = 113{,}1313\ldots \\ - & 10x = 1{,}131313\ldots \\ \hline & 990x = 112 \text{ (III)} \end{array}$$

Resolvendo a equação (III), encontramos a fração geratriz da dízima periódica 0,113131…:

$$x = \frac{112}{990} = \frac{56}{495}$$

**f.** A dízima periódica 12,78222… é composta, então vamos manter o período 2 nas equações (I) e (II):

$$x = 12{,}78222\ldots$$
$$100x = 1278{,}222\ldots \text{ (I)}$$
$$1.000x = 12782{,}222\ldots \text{ (II)}$$

MODERNA

Fazendo a subtração (II) − (I), temos:

$$\begin{array}{rr} & 1.000x = 12782{,}222\ldots \\ - & 100x = 1278{,}22222\ldots \\ \hline & 900x = 11.504 \text{ (III)} \end{array}$$

Resolvendo a equação (III), encontramos a fração geratriz da dízima periódica 12,78222...:

$$x = \frac{11.504}{900} = \frac{5.752}{450} = \frac{2.876}{225}$$

**9. a.** $\left(\frac{2{,}222\ldots - 0{,}2222\ldots}{10-1}\right) +$

$+\left(\frac{5{,}555\ldots - 0{,}555\ldots}{10-1}\right) - \left(\frac{7{,}777\ldots - 0{,}777\ldots}{10-1}\right) =$

$= \frac{2}{9} + \frac{5}{9} - \frac{7}{9} = \frac{7}{9} - \frac{7}{9} = 0$

**b.** $\left(\frac{8{,}888\ldots - 0{,}888\ldots}{10-1}\right) : \left(\frac{56{,}666\ldots - 5{,}666\ldots}{10-1}\right) =$

$= \frac{8}{9} : \frac{51}{9} = \frac{8}{9} \cdot \frac{9}{51} = \frac{8}{51}$

**c.** $\left(\frac{183{,}333\ldots - 18{,}333\ldots}{100-10}\right) \cdot$

$\cdot \left(\frac{527{,}2727\ldots - 5{,}2727\ldots}{1.000-10}\right) = \frac{165}{90} \cdot \frac{522}{990} =$

$= \frac{33}{18} \cdot \frac{261}{495} = \frac{11}{6} \cdot \frac{29}{55} = \frac{29}{30}$

## Atividades – Páginas 55 e 56

**10.** Observe que cada uma das figuras é formada a partir de um mesmo quadradinho. Supondo que a medida de área de cada quadradinho é igual a 1 unidade de área, então podemos escrever a medida de área de cada figura da sequência como uma potência, com base na quantidade de quadradinhos que formam a medida de comprimento do lado de cada uma:

$1^2$; $2^2$; $3^2$; $4^2$.

Calculando a raiz quadrada de cada um desses números, temos:

$\sqrt{1^2} = 1$; $\sqrt{2^2} = 2$; $\sqrt{3^2} = 3$; $\sqrt{4^2} = 4$.

Note que cada um desses resultados pode ser escrito na forma de fração; portanto, a raiz quadrada dos números da sequência são números racionais.

**11. a.** Considerando as duas raízes quadradas mais próximas de $\sqrt{3}$, que resultam em números inteiros, temos: $\sqrt{1} = 1$ e $\sqrt{4} = 2$. Portanto, o valor de $\sqrt{3}$ está entre os números 1 e 2.

**b.** Considerando as duas raízes quadradas mais próximas de $\sqrt{5}$, que resultam em números inteiros, temos: $\sqrt{4} = 2$ e $\sqrt{9} = 3$. Portanto, o valor de $\sqrt{5}$ está entre os números 2 e 3.

**c.** Considerando as duas raízes quadradas mais próximas de $\sqrt{10}$, que resultam em números inteiros, temos: $\sqrt{9} = 3$ e $\sqrt{16} = 4$. Portanto, o valor de $\sqrt{10}$ está entre os números 3 e 4.

**d.** Considerando as duas raízes quadradas mais próximas de $\sqrt{70}$, que resultam em números inteiros, temos: $\sqrt{64} = 8$ e $\sqrt{81} = 9$. Portanto, o valor de $\sqrt{70}$ está entre os números 8 e 9.

**e.** Considerando as duas raízes quadradas mais próximas de $\sqrt{120}$, que resultam em números inteiros, temos: $\sqrt{100} = 10$ e $\sqrt{121} = 11$. Portanto, o valor de $\sqrt{120}$ está entre os números 10 e 11.

**f.** Considerando as duas raízes quadradas mais próximas de $\sqrt{250}$, que resultam em números inteiros, temos: $\sqrt{225} = 15$ e $\sqrt{256} = 16$. Portanto, o valor de $\sqrt{250}$ está entre os números 15 e 16.

**12. a.** A medida do lado desse quadrado é igual à raiz quadrada de 30, ou seja, $m = \sqrt{30}$ cm. Considerando as duas raízes quadradas mais próximas de $\sqrt{30}$, que resultam em números inteiros, temos: $\sqrt{25} = 5$ e $\sqrt{36} = 6$. Assim, buscamos um número entre 5 e 6 que, elevado ao quadrado, seja o mais próximo possível de 30. Pensando nas distâncias entre os números 30 e 25, e 30 e 36, na reta numérica, sabemos que o número buscado está mais próximo de 5 do que de 6, quase na metade da distância entre os dois. Partimos do valor 5,3:

$5{,}3^2 = 28{,}09$

$5{,}4^2 = 29{,}16$

$5{,}5^2 = 30{,}25$

Logo, o valor mais próximo, considerando uma casa decimal, é 5,4. Agora, vamos encontrar a segunda casa decimal por tentativas a partir de um valor apropriado:

$5{,}45^2 = 29{,}7025$

$5{,}46^2 = 29{,}8116$

$5{,}47^2 = 29{,}9209$

$5{,}48^2 = 30{,}0304$

Portanto, a medida do lado desse quadrado é de, aproximadamente, 5,47 cm.

MODERNA

**b.** A raiz quadrada de 30 resulta em um número decimal infinito e não periódico. Isso significa que não pode ser expresso como uma fração simples de dois números inteiros. Portanto, a raiz quadrada de 30 é um número irracional.

**13. a.** O raio de uma circunferência mede 2,3 cm, então:

$C = \pi \cdot 2r$

$C = 3{,}14 \cdot 2 \cdot 2{,}3 = 14{,}444$

A medida do comprimento dessa circunferência é 14,444 cm.

**b.** Como a medida do comprimento do diâmetro corresponde a $2r$, então:

$C = \pi \cdot D$

$C = 3{,}14 \cdot 7{,}5 = 23{,}55$

A medida do comprimento dessa circunferência é 23,55 m.

**c.** Sabendo que o comprimento da circunferência mede 31,4 m, temos:

$C = \pi \cdot D$

$31{,}4 = 3{,}14 \cdot D$

$D = \frac{31{,}4}{3{,}14} = 10$

A medida do comprimento do diâmetro dessa circunferência é 10 m.

**14. a.** Temos que $r = 30$ cm, então:

$C = \pi \cdot 2r$

$C = 3{,}14 \cdot 2 \cdot 30 = 188{,}4$

A medida do comprimento de cada roda dessa bicicleta é 188,4 cm.

**b.** Ao percorrer uma volta completa, cada roda percorre a distância correspondente à medida do seu comprimento, que é de 188,4 cm. Considerando que 1 km corresponde a 100.000 cm, temos:

1 volta $=$ 188,4 cm

$x$ voltas $=$ 100.000 cm

$188{,}4x = 100.000$

$x = \frac{100.000}{188{,}4} \simeq 530$

Portanto, cada roda dessa bicicleta dará, aproximadamente, 530 voltas a cada 1 km.

## Atividades – Páginas 59 e 60

**15. a.** A fração $\frac{32}{4}$ pode ser representada pelo número 8, pois $32 : 4 = 8$.

**b.** O conjunto dos números naturais está contido no conjunto dos números inteiros. Portanto, $\frac{32}{4}$ também é um número inteiro. E o número $-27$ faz parte do conjunto de números inteiros negativos.

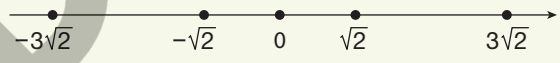
**c.** O conjunto dos números inteiros está contido no conjunto dos números racionais, assim como as frações e os números decimais. Portanto, $\frac{32}{4}$, $-27$, $\frac{3}{5}$ e 1,353535…, são números racionais.

**d.** Os números irracionais são aqueles que não podem ser escritos na forma de fração. Nesse caso, os únicos números irracionais são $-\sqrt{2}$ e $\pi$.

**e.** O conjunto dos números reais contém os conjuntos dos números inteiros, dos números racionais e dos irracionais. Portanto, um número real que não é racional é irracional: $-\sqrt{2}$ e $\pi$.

**f.** Os números reais que não são irracionais são números racionais: $\frac{32}{4}$, $-27$, $\frac{3}{5}$ e 1,353535…

**16.** Um modo de localizar os números na reta numérica com facilidade é partindo do zero. Em seguida, identifique a posição do número $-\sqrt{2}$, que será usado como base para localizar os outros números. O número $-3\sqrt{2}$ deve estar localizado na reta numérica, à esquerda do ponto zero, a uma distância equivalente ao triplo da distância entre os números 0 e $-\sqrt{2}$, para a esquerda. O número $\sqrt{2}$ é simétrico ao $-\sqrt{2}$, em relação ao zero, assim como os números $3\sqrt{2}$ e $-3\sqrt{2}$.




ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

**17.** O primeiro passo é representar todos os números na forma decimal e, em seguida, fazer a aproximação de cada número para duas casas decimais. Para isso, é necessário analisar o algarismo que ocupa a terceira casa decimal: se for maior ou igual a 5, deve ser adicionada uma unidade ao algarismo da segunda casa decimal; se for menor do que 5, deve ser mantido o algarismo que ocupa a segunda casa decimal. Dessa maneira, temos A = 1,41; B = 3,54; C = 3,14; D = 7,43; E = 14,14. Em seguida, para localizar os números na reta numérica, basta verificar o intervalo considerado e a posição do número nesse intervalo. Note que as retas numéricas II e IV consideram o mesmo intervalo, entre 3 e 4, porém, na reta II, o número a ser indicado está localizado pouco depois da metade da distância entre 3 e 4, enquanto, na reta IV, o número está próximo de 3.

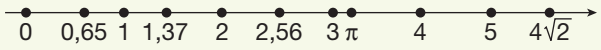
Portanto, a correspondência fica: A − III, B − II, C − IV, D − I, E − V.

**18.** Antes de localizar esses números irracionais na reta numérica, é necessário localizar os números inteiros a serem usados como base: 0, 1, 2, 3, 4, 5

MODELO

ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

e 6, já que os números irracionais a serem indicados na reta numérica estão contidos no intervalo entre 0 e 6. Para marcar números na reta numérica de maneira mais precisa, pode-se utilizar uma régua graduada.




**19.** Respostas possíveis:

**a.** $\sqrt{7} \simeq 2{,}65$ e $\sqrt{8} \simeq 2{,}83$.

**b.** Para facilitar a identificação do intervalo entre as frações, sugerimos escrevê-las como números decimais. Então, como $-\frac{3}{4} = -0{,}75$ e $-\frac{7}{8} = -0{,}875$, podemos considerar quaisquer dois valores entre $-0{,}875$ e $-0{,}75$. Então, $-0{,}8$ e $-0{,}85$.

**c.** $-2{,}5$ e $-3$.

**20. a.** Primeiro, vamos determinar o denominador e em seguida, simplificar a fração:

$$\frac{2}{1+3} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{1+3+5} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{4}{1+3+5+7} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

**b.** Para escrever os próximos termos da sequência, é necessário identificar o padrão de formação dessa sequência de frações. Nesse caso, repare que o numerador das frações dessa sequência são os números naturais, a partir de 2, em ordem crescente; e os denominadores de cada fração correspondem à soma dos *n* primeiros números ímpares, sendo *n* o valor do numerador. Portanto, os próximos 3 termos da sequência são:

$$\frac{5}{1+3+5+7+9}, \frac{6}{1+3+5+7+9+11} \text{ e } \frac{7}{1+3+5+7+9+11+13}.$$

**c.** Seguindo o padrão das simplificações obtidas no item **a**, é possível perceber que a fração simplificada tem numerador igual a 1 e denominador igual à quantidade de números ímpares somados (que corresponde ao valor do numerador da fração inicial da sequência). Portanto, temos:

$$\frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}.$$

## Atividades – Página 64

**21. a.** $\sqrt{25} = 5$, pois $5^2 = 25$.

**b.** $\sqrt[3]{216} = 6$, pois $6^3 = 216$.

**c.** $-\sqrt{144} = -12$, pois $12^2 = 144$.

**d.** $-\sqrt[3]{-343} = 7$, pois $(-7)^3 = -343$; então, $-\sqrt[3]{-343} = -(-7) = 7$.

**e.** $-\sqrt[3]{729} = -9$, pois $9^3 = 729$.

**f.** $\sqrt[4]{16} = 2$, pois $2^4 = 16$.

**g.** $\sqrt[5]{-243} = -3$, pois $(-3)^5 = -243$.

**h.** $\sqrt{0{,}01} = 0{,}1$, pois $(0{,}1)^2 = 0{,}01$.

**i.** $\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2}$, pois $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$.

**j.** $\sqrt[5]{\frac{1}{32}} = \frac{1}{2}$, pois $\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$.

**22.** O valor aproximado até os centésimos, por falta e por excesso, é o mesmo que aproximar até duas casas decimais os dois valores mais próximos de cada raiz quadrada.

**a.** 1,41 e 1,42.
**b.** 1,73 e 1,74.
**c.** 2,23 e 2,24.
**d.** 2,64 e 2,65.
**e.** 3,16 e 3,17.
**f.** 4,47 e 4,48.

**23.** Para calcular mentalmente, é necessário considerar as raízes quadradas mais próximas de cada valor, que têm resultados inteiros.

**a.** $\sqrt{64} = 8$ e $\sqrt{81} = 9$ são as raízes mais próximas de $\sqrt{65}$ com valores inteiros. Portanto, o resultado de $\sqrt{65}$ é um número compreendido entre os números inteiros 8 e 9.

**b.** $\sqrt{49} = 7$ e $\sqrt{64} = 8$ são as raízes mais próximas de $\sqrt{50}$ com valores inteiros. Portanto, o resultado de $\sqrt{50}$ é um número compreendido entre os números inteiros 7 e 8.

**c.** $\sqrt{100} = 10$ e $\sqrt{121} = 11$ são as raízes mais próximas de $\sqrt{105}$ com valores inteiros. Portanto, o resultado de $\sqrt{105}$ é um número compreendido entre os números inteiros 10 e 11.

## Atividades – Página 66

**24. a.** O tipo de chocolate de que os clientes menos gostam é o que está representado pela menor porcentagem no gráfico; portanto, é o chocolate meio amargo. De modo análogo, o tipo de chocolate que os clientes mais gostam é o que está representado pela maior porcentagem no gráfico; portanto, é o chocolate ao leite.

MODERNA

**b.** 22% dos clientes responderam que preferem chocolate branco. Considerando que 200 clientes responderam à pesquisa, então:

22% de 200 = 0,22 · 200 = 44

Portanto, 44 clientes preferem chocolate branco.

**c.** A preferência por chocolate aerado corresponde a 17% dos clientes, ou seja, $\frac{17}{100}$. Considerando o total de 200 clientes que responderam à pesquisa, então podemos afirmar que 34 de 200 preferem chocolate aerado, ou $\frac{34}{200}$.

**d.** Sabemos que a representação de 100% no gráfico de setores corresponde à medida da abertura do ângulo central igual a 360°. Portanto, 30% corresponde a 108°.

**25.** Como 100% das pessoas correspondem à medida de ângulo central igual a 360°, então 36° correspondem a 10% dos entrevistados.

10% de 800 = 80

Portanto, 80 pessoas nunca utilizam o ônibus municipal.

## Tratamento da informação – Página 68

**1.** Respostas pessoais.

**2. a.** Calculando a razão entre o número de mortes de cada setor e o número total de mortes e, depois, representando em porcentagem.

**b.** Travesti e mulher transexual. O setor circular correspondente a esse grupo representa 58,24% do círculo, logo representa mais da metade do círculo. Como o ângulo central correspondente ao círculo completo mede 360°, concluímos que esse setor tem ângulo central medindo mais que 180°, a metade de 360°.

**3.** Respostas pessoais.

## Atividades finais do Capítulo 2 – Página 69

**1.** **A**: 125 − 137 = −12

**B**: 623 − 232 = 391

**C**: 1.040 − 1.100 = −60

**D**: 323 − 402 = −79

**E**: 729 − 701 = 28

**F**: 630 − 1.200 = −570

**a.** Os números naturais são os números maiores ou iguais a zero e que não têm valores decimais. Nesse caso, apenas B e E são números naturais.

**b.** O conjunto dos números inteiros contempla os números que não têm partes fracionárias ou decimais e incluem os valores inteiros positivos, os negativos e o zero. Todas as operações têm como resultado números inteiros.

**2. a.** Afirmação falsa, pois escrevendo as frações na forma decimal, temos:

$-\frac{1}{3} = -0{,}333\ldots$

$-\frac{5}{8} = -0{,}625\ldots$

Portanto, esses números estão entre 0 e −1.

**b.** Afirmação falsa, pois entre os números −3 e −2 há infinitos números racionais. Exemplos: −2,5; −2,51; −2,89 etc.

**c.** Afirmação verdadeira, pois os números −199 e −200 são consecutivos, ou seja, não há outro número inteiro entre eles.

**3. a.** Todo número irracional é um número real.

**b.** Todo número racional é um número real.

**c.** Todo número inteiro é um número racional e/ou real.

**d.** Todo número natural é um número inteiro, racional e/ou real.

**4. a.** Para calcular quantos metros de tela serão necessários para contornar o jardim que tem formato circular, basta calcular a medida do comprimento da circunferência traçada na terra pelo jardineiro:

$C = \pi \cdot 2r$

$C = 3{,}14 \cdot 2 \cdot 2 = 6{,}28 \cdot 2 = 12{,}56$

Portanto, serão necessários, 13 m de tela.

**b.** O ângulo central do jardim todo corresponde a 360°. Ao dividi-lo em três áreas de mesma medida, temos:

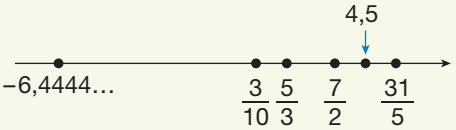
360° : 3 = 120°

Portanto, cada setor terá um ângulo central de medida igual a 120°.

**5.** Escrevendo os números fracionários na forma decimal, temos:

$\frac{7}{2} = 3{,}5$; $\frac{31}{5} = 6{,}2$; $\frac{5}{3} = 1{,}666...$; $\frac{3}{10} = 0{,}3$.

Ordenando todos os números: $-6{,}444... < 0{,}3 = \frac{3}{10} < 1{,}666... = \frac{5}{3} < 3{,}5 = \frac{7}{2} < 4{,}5 < 6{,}2 = \frac{31}{5}$.




ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

## Avaliação do Capítulo 2 – Páginas de 72 a 75

### Revisando o conteúdo

Resposta pessoal.

### Aplicando seus conhecimentos

**1.** Alternativa **d**.

A medida da temperatura máxima foi de 11 °C e a medida da temperatura mínima foi de −5 °C. Então, a variação da medida da temperatura foi de 16 °C, pois:

$11 - (-5) = 11 + 5 = 16$

**2.** Alternativa **a**.

Doze fatias de *pizza* correspondem a 100% da *pizza*. Então, 4 pedaços correspondem à terça parte da *pizza*, ou seja, $\frac{1}{3}$. Esse valor em decimal é de, aproximadamente, 0,33 ou 33%.

**3.** Alternativa **a**.

Como $\sqrt[3]{-8} = -2$, enquanto $\sqrt{2}$ e $\sqrt{100}$ são ambos positivos, temos $\sqrt[3]{-8}$, −0,25 e −0,025 como números negativos e $\frac{1}{3}$, $\sqrt{2}$, 8,3 e $\sqrt{100}$ como números positivos. Além disso: $\frac{1}{3} = 0{,}333\ldots < \sqrt{2}$, pois $(0{,}333\ldots)^2 < 2$; $8{,}3 > \sqrt{2}$, pois $(8{,}3)^2 > 2$; e $\sqrt{100} > 8{,}3$, pois $\sqrt{100} = 10 > 8{,}3$.

Sabendo que $-2 < -0{,}25 < -0{,}025$ e $\frac{1}{3} < \sqrt{2} < 8{,}3 < \sqrt{100}$, a ordem crescente dos números apresentados é:

$\sqrt[3]{-8}$; −0,25; −0,025; $\frac{1}{3}$; $\sqrt{2}$; 8,3; $\sqrt{100}$

**4.** Alternativa **b**.

A medida do comprimento da circunferência do bambolê é 188,4 cm, pois:

$C = \pi \cdot 2r$

$C = 3{,}14 \cdot 2 \cdot 30 = 188{,}4$

Para reduzir 10% dessa medida, é necessário diminuir 18,84 cm, pois:

10% de $188{,}4 = 0{,}10 \cdot 188{,}4 = 18{,}84$

**5.** Alternativa **c**.

Um número real que não é racional, também não é inteiro e nem natural. Portanto, deve ser um número irracional. Dentre as alternativas apresentadas, temos que:

$\sqrt{\frac{80}{5}} = \sqrt{16} = 4$ é um número racional.

$\sqrt{0{,}25} = 0{,}5$ é um número racional.

$\sqrt{\sqrt{256}} = \sqrt{16} = 4$ é um número racional.

$\sqrt[3]{0{,}111\ldots}$ é um número irracional, pois não pode ser escrito como uma fração.

**6.** Alternativa **b**.

$$\frac{\sqrt[3]{\sqrt[3]{8} - \sqrt{100}}}{\sqrt[4]{16}} = \frac{\sqrt[3]{2 - 10}}{2} = \frac{\sqrt[3]{-8}}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

**7.** Alternativa **a**.

Considerando a porcentagem vendida de cada panetone, a cada 100 panetones:

- Foram vendidos 21 panetones do tipo I, que custa R$ 30,00; gerando uma arrecadação de R$ 630,00.
- Foram vendidos 20 panetones do tipo II, que custa R$ 25,00; gerando uma arrecadação de R$ 500,00.
- Foram vendidos 24 panetones do tipo III, que custa R$ 15,00; gerando uma arrecadação de R$ 360,00.
- Foram vendidos 35 panetones do tipo IV, que custa R$ 10,00; gerando uma arrecadação de R$ 350,00.

Portanto, o que deve ter maior reposição no estoque é o panetone do tipo I.

**8.** Alternativa **d**.

Analisando as afirmações:

I: O total de pessoas corresponde ao ângulo central de medida igual a 360°. Portanto, o ângulo central de 54° corresponde a 21 pessoas, pois:

140 pessoas → 360°

$x$ pessoas → 54°

$360x = 140 \cdot 54$

$360x = 7.560$

$x = \frac{7.560}{360} = 21$

II: Sabemos do enunciado que $\frac{1}{4}$ ou 25% das pessoas escolheram as barracas A e B:

$\frac{1}{4}$ de 360° = 90°

Como 54° é o ângulo central associado ao setor da barraca A, o ângulo central associado à barraca B é de 36°, pois:

$90° - 54° = 36°$

E metade ou 50% das pessoas escolheram as barracas A e D, ou seja:

$180° - 54° = 126°$

O ângulo central associado à barraca D é de 126°.

MODERNA

Adicionando as medidas dos ângulos centrais associados às barracas A, B e D, temos:

$54° + 36° + 126° = 216°$

Portanto, o ângulo central associado ao setor da barraca C é igual a 144°, pois:

$360° - 216° = 144°$

III: A soma dos setores correspondentes às barracas A e D é igual à metade do gráfico, ou seja, representa a metade das pessoas, que é 70. Sabendo que 21 pessoas escolheram a barraca A, então 49 pessoas escolheram a barraca D, pois:

$70 - 21 = 49$

Conclui-se que as proposições corretas são I e III apenas.

# Capítulo 3 – Grandezas e regra de três

## Páginas de 78 a 103

### Objetivos e justificativas

- Diferenciar os conceitos de grandeza e medida.
- Identificar quando há proporcionalidade entre duas grandezas.
- Resolver problemas de proporção utilizando a regra de três simples.
- Construir, ler e interpretar gráfico de setores.
- Identificar os tipos mais comuns de golpes financeiros que podem nos surpreender no dia a dia e estratégias para nos prevenirmos contra eles.

Diferenciar grandeza e medida é importante para o entendimento e a aplicação correta desses conceitos no cotidiano. Compreender essa diferença é relevante para que os estudantes consigam lidar com situações do dia a dia com maior autonomia e confiança. Esse conhecimento ainda será utilizado no estudo da proporcionalidade entre grandezas, tópico que também é desenvolvido no capítulo.

Identificar quando duas grandezas são proporcionais possibilita prever comportamentos e estabelecer comparações, como calcular o consumo de combustível em uma viagem ou as escalas em mapas. A regra de três simples é uma ferramenta prática para resolver problemas de proporção, útil em diversos contextos.

O conhecimento da construção, leitura e interpretação de gráficos de setores é fundamental, pois facilita a visualização e o entendimento das proporções e conexões entre as distintas categorias de dados de maneira clara e direta. No dia a dia, esses gráficos são empregados para ilustrar uma ampla variedade de dados, que podem abranger desde a distribuição de despesas em um orçamento doméstico até os resultados eleitorais; assim, saber interpretá-los é importante para compreender informações apresentadas nas diferentes mídias.

Identificar os tipos mais comuns de golpes financeiros é essencial para a segurança pessoal e financeira. Conhecer esses golpes ajuda a reconhecer sinais de alerta e evitar prejuízos. A educação sobre essas ameaças é uma defesa importante contra a ação de criminosos e protege o bem-estar financeiro dos indivíduos.

### Resoluções das atividades

#### Atividades – Página 79

**1. a.** Massa; Volume; Temperatura; Velocidade; Comprimento.

As palavras Metro e Litro são, respectivamente, unidades de medida de comprimento e de capacidade e volume.

**2.** Respostas possíveis: tempo (relógio, calendário), capacidade (copo medidor), pressão (barômetro) etc.

#### Atividades – Página 82

**3.** Espera-se que os estudantes respondam que não, pois: $\frac{220}{4} \neq \frac{220}{3}$.

**4.** Vamos analisar cada situação.

No item **a**, é possível estabelecer uma relação de proporção entre as grandezas, pois à medida que a quantidade de cadernos aumenta, também aumenta o preço pago por eles.

No item **b**, é possível estabelecer uma relação de proporção entre as grandezas, pois à medida que o consumo de água aumenta, também aumenta o preço pago por esse consumo.

No item **c**, não é possível estabelecer uma relação de proporção, pois o número do calçado de uma pessoa não aumenta ou diminui em relação à sua medida de massa.

No item **d**, é possível estabelecer uma relação de proporção entre as grandezas, pois, quanto maior a medida de comprimento da rua, maior será a sua medida de tempo para percorrê-la.

**5.** $\frac{42}{x} = \frac{252}{186}$

$42 \cdot 186 = 252 \cdot x$

$7.812 = 252x$

$x = \frac{7.812}{252}$

$x = 31$

**6.** $\frac{200}{x} = \frac{5}{11}$

$200 \cdot 11 = 5 \cdot x$

$2.200 = 5x$

$x = \frac{2.200}{5}$

$x = 440$

Serão produzidas 440 camisetas.

EXCLUSIVA

**7.** Resposta possível:

Situações proporcionais: quantidade de camisetas e preço pago por elas; quantidade de quilômetros percorridos (com velocidade constante) e tempo transcorrido.

Situações não proporcionais: altura e medida de massa de uma pessoa; idade e medida de temperatura de uma pessoa.

**8. a.** Sim, pois a medida do perímetro de um quadrado é o quadruplo da medida de seu lado.

**b.** Espera-se que os estudantes respondam que sim. Para um quadrado de lado medindo 2 cm de comprimento, a medida do perímetro será igual a 8 cm. Já para um quadrado de lado medindo 4 cm de comprimento, a medida de perímetro será igual a 16 cm, ou seja, dobrando a medida do comprimento do lado do quadrado, a medida do perímetro também dobra.

## Atividades – Páginas 88 e 89

**9.** Resposta possível: As grandezas não são diretamente proporcionais, pois $\frac{60}{1} = \frac{120}{2} = \frac{90}{1,5}$, mas $\frac{60}{1} \neq \frac{30}{3}$.

**10. a.** Aumenta.

**b.** Inversamente proporcional, pois, quando a quantidade de estudantes por grupo diminui, a quantidade de grupos aumenta.

**11. a.** Porque a razão entre a medida da distância percorrida e a quantidade de combustível gasto é sempre a mesma:

$\frac{20}{2} = \frac{25}{2,5} = \frac{35}{3,5} = 10$

**b.** Para percorrer 20 km são necessários 2 litros de combustível, e 100 km são 5 vezes 20 km. Como a medida da distância percorrida é diretamente proporcional à quantidade de combustível consumido, então serão necessários 5 vezes 2 litros de combustível, portanto 10 litros de combustível.

**12.** Sendo a quantidade de torneiras inversamente proporcional à medida de tempo para encher o balde e $x$ o tempo para encher o balde usando 4 torneiras com a mesma vazão, temos:

$\frac{4}{1} = \frac{2}{x}$

$4 \cdot x = 1 \cdot 2$

$x = \frac{2}{4}$

$x = 0,5$

Levaria 0,5 min ou 30 s para encher esse balde com 4 torneiras de mesma vazão.

**13.** Sabendo que $k = 4$, então temos:

$x = 3k = 3 \cdot 4 = 12$

$y = 5k = 5 \cdot 4 = 20$

$z = 7k = 7 \cdot 4 = 28$

**14. a.** Os irmãos investiram no total R$ 32.000,00 (17.000 + 15.000). Assim, temos:

$\frac{17.000}{32.000} = 0,53125$

$\frac{15.000}{32.000} = 0,46875$

Assim, o lucro de Jurandir é proporcional ao valor 0,53125, e o lucro de Verônica é proporcional ao valor 0,46875.

Desse modo, temos:

$6.400 \cdot 0,53125 = 3.400$

$6.400 \cdot 0,46875 = 3.000$

Logo, Jurandir recebeu R$ 3.400,00 e Verônica recebeu R$ 3.000,00.

**b.** $20.000 \cdot 0,53125 = 10.625$

$20.000 \cdot 0,46875 = 9.375$

Logo, Jurandir deveria receber R$ 10.625,00 e Verônica deveria receber R$ 9.375,00.

**15.** $\frac{3}{15} = \frac{5}{y} = \frac{x}{45}$

Para determinar o valor de $x$, temos:

$\frac{3}{15} = \frac{x}{45}$

$3 \cdot 45 = 15 \cdot x$

$x = \frac{135}{15}$

$x = 9$

Para determinar o valor de $y$, temos:

$\frac{3}{15} = \frac{5}{y}$

$3 \cdot y = 15 \cdot 5$

$y = \frac{75}{3}$

$y = 25$

Portanto, $x = 9$ e $y = 25$.

## Atividades – Páginas 94 e 95

**16.** $\frac{x}{165} = \frac{60}{180}$

$180 \cdot x = 60 \cdot 165$

$x = \frac{9.900}{180}$

$x = 55$

A medida de comprimento da sombra de Janete é 55 cm.

MODERNA

**17.** $\frac{5}{15} = \frac{20}{x}$

$5 \cdot x = 15 \cdot 20$

$x = \frac{300}{5}$

$x = 60$

Seriam necessários 60 minutos para encher esse barril com uma torneira com vazão de 5 L por minuto.

**18.** $\frac{1}{300} = \frac{16}{x}$

$1 \cdot x = 300 \cdot 16$

$x = 4.800$

Se inscreveram 4.800 candidatos para esse concurso.

**19.** $\frac{100}{150} = \frac{3.000}{x}$

$100 \cdot x = 150 \cdot 3.000$

$x = \frac{450.000}{100}$

$x = 4.500$

Durante esse mesmo período a refeição de 150 funcionários custa R$ 4.500,00.

**20.** Para determinar o valor de $x$, temos:

$\frac{2}{6} = \frac{4}{x}$

$2 \cdot x = 6 \cdot 4$

$x = \frac{24}{2}$

$x = 12$

Para determinar o valor de $y$, temos:

$\frac{2}{6} = \frac{y}{30}$

$2 \cdot 30 = 6 \cdot y$

$y = \frac{60}{6}$

$y = 10$

Portanto, $x = 12$ e $y = 10$.

**21.** $\frac{60}{90} = \frac{2}{x}$

$60 \cdot x = 90 \cdot 2$

$x = \frac{180}{60}$

$x = 3$

Esse motorista gastaria 3 horas se a medida da velocidade média fosse de 60 km/h.

**22.** $\frac{3}{7} = \frac{12}{x}$

$3 \cdot x = 7 \cdot 12$

$x = \frac{84}{3}$

$x = 28$

A vazão de 7 dessas mangueiras juntas seria de 28 L de água por minuto.

**23.** $\frac{127}{587} = \frac{2.540}{x}$

$127 \cdot x = 587 \cdot 2.540$

$x = \frac{1.490.980}{127}$

$x = 11.740$

Ela deverá receber R$ 11.740,00 por essa tradução.

**24.** $\frac{2}{15} = \frac{3}{x}$

$2 \cdot x = 15 \cdot 3$

$x = \frac{45}{2}$

$x = 22,5$

Para as proporções serem mantidas, o comprimento da foto ampliada deve medir 22,5 cm.

**25.** $\frac{78}{99} = \frac{260}{x}$

$78 \cdot x = 99 \cdot 260$

$x = \frac{25.740}{78}$

$x = 330$

$330 - 260 = 70$

Serão usados 70 metros a mais de comprimento de tecido por dia.

**26.** $\frac{7}{5} = \frac{35}{x}$

$7 \cdot x = 5 \cdot 35$

$x = \frac{175}{7}$

$x = 25$

$35 - 25 = 10$

$10 \cdot 40 = 400$

Seriam economizados 400 kg de cimento.

**27. a.** $\frac{600}{200} = \frac{240.000}{x}$

$600 \cdot x = 200 \cdot 240.000$

$x = 80.000$

$80.000 : 4 = 20.000$

Seriam necessários 20.000 automóveis.

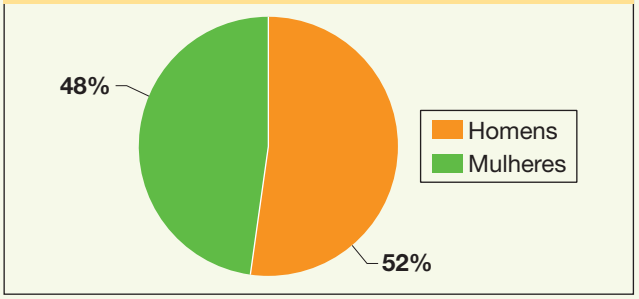
**b.** Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes mencionem que o trânsito iria aumentar na cidade e causar mais poluição do monóxido de carbono liberado pelos veículos.

MODERNA

## Tratamento da informação – Página 97

**1. a.**

**Distribuição da população de Borá (SP) em 2022, por sexo**




ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

**Fonte:** elaborado com base em IBGE. **Censo demográfico 2022**. Rio de Janeiro: IBGE, 2022.

**2. a.** Verdadeira, pois o ângulo correspondente a esse setor é de 90°.

**b.** Falsa, pois o setor referente à enfermagem é menor do que a metade do gráfico.

**c.** Verdadeira, pois o setor correspondente equivale a menos de $\frac{1}{4}$ do círculo.

**d.** Falsa, pois os dois setores juntos são menores do que o setor referente à mecânica, que representa 25% do total de estudantes.

**3.** Respostas possíveis: Enfermagem: 45%; Mecânica: 25%; Secretariado: 10%; Informática: 15% e Logística: 5%.

Espera-se que os estudantes respondam que o setor referente à enfermagem representa quase metade do gráfico de setores; por isso, é possível estimar que aproximadamente 45% dos estudantes cursam enfermagem. Por consequência, o setor referente ao curso de logística pode ser estimado em 5%, para compor, com 45% do setor enfermagem, metade do gráfico de setores.

Já o setor referente ao curso de mecânica pode ser estimado em 25% do total de alunos inscritos nesses cursos técnicos, pois esse setor representa um quarto do gráfico.

Por fim, os setores referentes aos cursos de informática e logística compõem, juntos, 25% do gráfico. Assim, é possível estimar em 15% a quantidade de estudantes inscritos no curso de informática e em 10% os inscritos no curso de secretariado, pois um dos setores é um pouco maior do que o outro.

## Atividades finais do Capítulo 3 – Páginas 98 e 99

**1. a.** Para determinar o valor de $x$, temos:

$$\frac{1}{38} = \frac{2}{x}$$

$$1 \cdot x = 38 \cdot 2$$

$$x = 76$$

Para determinar o valor de $y$, temos:

$$\frac{1}{38} = \frac{y}{380}$$

$$1 \cdot 380 = 38 \cdot y$$

$$y = \frac{380}{38}$$

$$y = 10$$

Portanto, $x = 76$ e $y = 10$.

**b.** $\frac{1}{38} = \frac{12}{x}$

$$1 \cdot x = 38 \cdot 12$$

$$x = 456$$

O consumo em 1 ano seria de 456 kWh.

**c.** $0{,}53 \cdot 38 = 20{,}14$

Seriam gastos mensalmente R$ 20,14 com o consumo de uma geladeira como esta.

**2. a.** $\frac{15}{90} = \frac{3}{x}$

$$15 \cdot x = 90 \cdot 3$$

$$x = \frac{270}{15}$$

$$x = 18$$

Elas levarão 18 dias para produzir 90 pulseiras.

**b.** $\frac{15}{x} = \frac{3}{30}$

$$15 \cdot 30 = x \cdot 3$$

$$x = \frac{450}{3}$$

$$x = 150$$

Elas produzirão 150 pulseiras em 30 dias.

**c.** $8.100 : 45 = 180$

$$\frac{15}{180} = \frac{3}{x}$$

$$15 \cdot x = 180 \cdot 3$$

$$x = \frac{540}{15}$$

$$x = 36$$

Elas conseguirão arrecadar R$ 8.100,00 em 36 dias.

**3.** $\frac{3}{x} = \frac{12}{20}$

$$3 \cdot 20 = x \cdot 12$$

$$x = \frac{60}{12}$$

$$x = 5$$

Seriam necessários 5 pintores para realizar esse serviço em 12 dias.

MODERNA

**4.** $\frac{2{,}5}{x} = \frac{10}{47.400.000}$

$2{,}5 \cdot 47.400.000 = x \cdot 10$

$x = \frac{118.500.000}{10}$

$x = 11.850.000$

Cursavam os anos finais do Ensino Fundamental aproximadamente 11.850.000 estudantes.

**5.** Considere que $x$ e $y$ são as quantidades de litros de tinta branca e de tinta azul, respectivamente, que o pintor utilizou na mistura. Se $x$ e $y$ são diretamente proporcionais aos números 5 e 2, então:

$\frac{x}{5} = \frac{y}{2} = k$

$x = 5k$

$y = 2k$

Como temos $x + y = 21$, podemos escrever:

$5k + 2k = 21$

$7k = 21$

$k = 3$

Então, calculando os valores de $x$ e $y$, temos:

$x = 5k = 5 \cdot 3 = 15$

$y = 2k = 2 \cdot 3 = 6$

Portanto, eram 15 litros de tinta branca e 6 litros de tinta azul.

**6. a.** As grandezas são diretamente proporcionais. Espera-se que os estudantes percebam que a razão entre os valores de $x$ e $y$ é sempre $\frac{1}{5}$.

**b.** $\frac{1}{5} = \frac{20}{y}$

$1 \cdot y = 5 \cdot 20$

$y = 100$

Quando $x$ é igual a 20, $y$ é igual a 100.

**7. a.** $\frac{28{,}6}{57{,}2} = \frac{140{,}14}{x}$

$28{,}6 \cdot x = 57{,}2 \cdot 140{,}14$

$x = \frac{8.016{,}008}{28{,}6}$

$x = 280{,}28$

Para abastecer 57,2 L de etanol ele teria que pagar R$ 280,28.

**b.** $140{,}14 : 28{,}6 = 4{,}9$

O preço do litro do etanol nesse posto é R$ 4,90.

**8. a.** Resposta pessoal.

**b.** Não. Espera-se que os estudantes notem que, se assim fosse, o gráfico seria um segmento de reta.

**c.** $203{,}062 - 93{,}1 = 109{,}962$

Sim, pois esse aumento foi de 109.962.000 habitantes.

**d.** A resposta dependerá do número de habitantes referente ao ano em que a atividade for realizada.

**9. a.** $\frac{3}{23} = \frac{75.000}{x}$

$3 \cdot x = 23 \cdot 75.000$

$x = \frac{1.725.000}{3}$

$x = 575.000$

Com 23 litros de óleo poderiam ser contaminados 575.000 litros de água.

**b.** Espera-se que os estudantes descubram que o óleo usado pode ser armazenado e levado a pontos de coleta presentes no município.

## Avaliação do Capítulo 3 – Páginas 102 e 103

### Revisando o conteúdo

**a.** Respostas pessoais. **b.** Resposta pessoal.

### Aplicando seus conhecimentos

**1.** Alternativa **c**.

Analisando cada uma das alternativas, temos:

Na alternativa **a**, centímetro é uma unidade de medida de comprimento, não uma grandeza.

Na alternativa **b**, minuto é uma unidade de medida de tempo, não uma grandeza.

Na alternativa **c**, só foram mencionadas grandezas.

Na alternativa **d**, quilômetro é uma unidade de medida de comprimento, não uma grandeza.

**2.** Alternativa **b**.

$\frac{126}{x} = \frac{756}{558}$

$126 \cdot 558 = 756 \cdot x$

$70.308 = 756x$

$x = \frac{70.308}{756}$

$x = 93$

**3.** Alternativa **d**.

$\frac{20}{320} = \frac{35}{x}$

$20 \cdot x = 320 \cdot 35$

$20x = 11.200$

$x = \frac{11.200}{20}$

$x = 560$

560 min correspondem a 9 horas e 20 minutos

Caio levaria 9 horas e 20 minutos para ler 320 páginas.

MODERNA

**4.** Alternativa **c**.

$\frac{1}{1{,}22} = \frac{20.000.000}{x}$

$1 \cdot x = 1{,}22 \cdot 20.000.000$

$x = 24.400.000$

A medida encontrada está em centímetros. Convertendo para quilômetros, temos:

$24.400.000 : 100.000 = 244$

A medida da distância real entre esses municípios é 244 km.

**5.** Alternativa **b**.

Como a quantidade de máquinas é inversamente proporcional à quantidade de horas na produção de determinado produto, então temos:

$\frac{12}{5} = \frac{3}{x}$

$12 \cdot x = 5 \cdot 3$

$12x = 15$

$x = \frac{15}{12}$

$x = 1{,}25$

Vamos converter 1,25 hora para minutos.

$1{,}25 \cdot 60 = 75$

75 minutos correspondem a 1 hora e 15 minutos.

Logo, em 1 h e 15 min, 12 máquinas produziriam a mesma quantidade desse produto.

**6.** Alternativa **c**.

$\frac{1}{4{,}5} = \frac{12}{x}$

$1 \cdot x = 4{,}5 \cdot 12$

$x = 54$

Logo, esse cliente deve pagar R$ 54,00 por 4 dúzias e meia de mexericas.

**7.** Alternativa **b**.

1 torneira tem vazão de 36 litros por minuto, então 3 torneiras iguais a essa têm vazão de 108 litros por minuto. Entretanto, a vazão de água é inversamente proporcional à quantidade de minutos necessários para encher o reservatório.

$\frac{108}{36} = \frac{54}{x}$

$108 \cdot x = 36 \cdot 54$

$108x = 1.944$

$x = 18$

Logo, três torneiras iguais a essa encheriam o reservatório em 18 minutos.

**8.** Alternativa **c**.

$\frac{200}{x} = \frac{5}{60}$

$200 \cdot 60 = 5 \cdot x$

$12.000 = 5x$

$x = 2.400$

Portanto, com uma saca de 60 kg de farinha de trigo, esse padeiro produzirá 2.400 pães.

**9.** Alternativa **b**.

$\frac{6}{x} = \frac{124{,}5}{87{,}15}$

$6 \cdot 87{,}15 = 124{,}5 \cdot x$

$522{,}9 = 124{,}5x$

$x = 4{,}2$

Portanto, é possível comprar 4,2 $m^2$ de tecido com R$ 87,15.

## Capítulo 4 – Sólidos geométricos e volumes

### Páginas de 104 a 130

#### Objetivos e justificativas

- Classificar sólidos geométricos como poliedros ou corpos redondos.
- Identificar os elementos de poliedros e classificar essas figuras como prismas ou pirâmides.
- Relacionar medidas de volume e de capacidade.
- Calcular medidas de volume de prismas e cilindros.
- Representar gráficos usando planilha eletrônica.
- Entender como os algoritmos ditam o que acessamos na internet e como podem ser prejudiciais.

Os formatos de objetos e estruturas arquitetônicas que dão a ideia de poliedros e corpos redondos podem ter motivos específicos, como as embalagens em formatos parecidos com paralelepípedos ou cilindros para facilitar o armazenamento, o empilhamento e o transporte. Por isso, é importante que os estudantes saibam classificar essas figuras e também prismas e pirâmides, o que só é possível identificando os elementos dessas figuras.

Além disso, esses conhecimentos são necessários para que os estudantes possam calcular medidas de volume de objetos com formato de figuras como cilindros e prismas, inclusive cubos e paralelepípedos.

Saber determinar medidas de volume e relacioná-las com medidas de capacidade possibilita, por exemplo, calcular a quantidade de água necessária para encher piscinas, aquários, caixas-d'água etc. quando são conhecidas apenas algumas medidas das dimensões.

O uso de planilhas eletrônicas permite a representação de uma grande quantidade de dados coletados em gráficos de maneira bem rápida, sendo um conhecimento muito útil no mundo do trabalho.

Os algoritmos utilizam o que acessamos na internet para fazer indicações que sigam nossas preferências, personalizando nossos próximos acessos. Saber que isso ocorre possibilita aos estudantes entender como pode ser negativo e buscar meios de se protegerem da influência dos algoritmos.

MODERNA

**Resoluções das atividades**

## Atividade – Página 108

**1. a.**

**Poliedros e seus respectivos números de vértices, faces e arestas**

| Nome do poliedro | Número de vértices (*V*) | Número de faces (*F*) | Número de arestas (*A*) |
|---|---|---|---|
| Tetraedro | 4 | 4 | 6 |
| Cubo | 8 | 6 | 12 |
| Hexaedro | 8 | 6 | 12 |
| Pentaedro | 5 | 5 | 8 |
| Dodecaedro | 20 | 12 | 30 |

**b.** Tetraedro: $V + F = 4 + 4 = 8$ e
$8 = 6 + 2 = A + 2$
Cubo: $V + F = 8 + 6 = 14$ e
$14 = 12 + 2 = A + 2$
Hexaedro: $V + F = 8 + 6 = 14$ e
$14 = 12 + 2 = A + 2$
Pentaedro: $V + F = 5 + 5 = 10$ e
$10 = 8 + 2 = A + 2$
Dodecaedro: $V + F = 20 + 12 = 32$ e
$32 = 30 + 2 = A + 2$
Espera-se que os estudantes percebam que a soma $V + F$ é sempre 2 unidades a mais que o número de arestas ($A$). Essa relação pode ser expressa por: $V + F = A + 2$.

## Atividades – Página 110

**2. a.** Prismas: III e IV. Pirâmides: II e V.

**b.** Espera-se que os estudantes levem em consideração o fato de as faces serem paralelogramos para identificar os prismas, além de estes apresentarem duas bases.
No caso da identificação das pirâmides, espera-se que eles tenham levado em consideração o fato de as faces serem triângulos e de apresentarem só uma base.

**c.** Sim, os poliedros I e VI.

**3. a.** Paralelepípedo, pois tem duas faces iguais que correspondem à base do prisma e as outras faces, todas retangulares, que correspondem às faces laterais dessa figura.

**b.** Pirâmide de base triangular ou tetraedro, pois tem apenas faces triangulares em que uma delas corresponde à base da pirâmide.

## Atividades – Páginas de 115 a 117

**4.** Como a caixa-d'água tem formato de paralelepípedo, então a medida de seu volume ($V$) é dada pelo produto das medidas de comprimento ($a$), de largura ($b$) e de altura ($c$):
$V = a \cdot b \cdot c$
$V = 2 \cdot 1 \cdot 1{,}5$
$V = 3$
O volume dessa caixa-d'água mede 3 m³.

**5.** Como o aquário tem formato de cubo, então a medida de seu volume ($V$) é dada pelo produto das medidas de comprimento ($\ell$), de largura ($\ell$) e de altura ($\ell$):
$V = \ell^3$
$V = 60^3$
$V = 216.000$
Se 1.000 cm³ = 1 L, então 216.000 cm³ = 216 L.
Serão necessários 216 L.

**6. a.** A medida de seu volume ($V$) é dada pelo produto das medidas de comprimento ($a$), de largura ($b$) e de altura ($c$):
$V = a \cdot b \cdot c$
$V = 8 \cdot 24 \cdot 9$
$V = 1.728$
O volume desse paralelepípedo mede 1.728 cm³.

**b.** A medida do volume ($V$) de um cubo é dada pelo produto das medidas de comprimento ($\ell$), de largura ($\ell$) e de altura ($\ell$):
$V = \ell^3$
$1.728 = \ell^3$
$\ell = \sqrt[3]{1.728}$
$\ell = 12$
A aresta de um cubo que tem a mesma medida do volume que esse paralelepípedo mede 12 cm.

**7.** Vamos analisar a medida de volume e de capacidade de cada embalagem.
Embalagem A:
$V = a \cdot b \cdot c$
$V = 7{,}5 \cdot 10 \cdot 12{,}5$
$V = 900$
Se 1.000 cm³ = 1 L, então 900 cm³ = 0,9 L.
Embalagem B:
$V = a \cdot b \cdot c$
$V = 8 \cdot 9 \cdot 13$
$V = 936$
Se 1.000 cm³ = 1 L, então 936 cm³ = 0,936 L.
Embalagem C:
$V = a \cdot b \cdot c$
$V = 6{,}5 \cdot 11{,}5 \cdot 13{,}5$
$V \simeq 1.009$
Se 1.000 cm³ = 1 L, então 1.009 cm³ = 1,009 L.

MODERNA

Embalagem D:

$V = a \cdot b \cdot c$

$V = 5 \cdot 12 \cdot 18$

$V = 1.080$

Se 1.000 $cm^3$ = 1 L, então 1.080 $cm^3$ = 1,08 L.

Logo, as embalagens reprovadas foram as embalagens A e B, porque essas duas embalagens comportavam menos de 1 litro de suco e, portanto, lesavam o consumidor.

**8.** Se 1.000 L = 1 $m^3$, então 36.000 L = 36 $m^3$ e 15.000 L = 15 $m^3$.

36 + 15 = 51

Como cada caminhão-tanque transporta 10 $m^3$ de água, então serão necessários 6 caminhões-tanque para levar a água necessária a esse condomínio.

**9. a.** Se 1 $m^3$ = 1.000 L, então 25 $m^3$ = 25.000 L.

**b.** Faixa 1: 10 $m^3$

10 · R$ 1,00 = R$ 10,00

Faixa 2: 10 $m^3$

10 · R$ 2,00 = R$ 20,00

Faixa 3: 10 $m^3$

10 · R$ 3,00 = R$ 30,00

Faixa 4: 7 $m^3$

7 · R$ 4,00 = R$ 28,00

Total a pagar pelo consumo de 37 $m^3$ de água:

R$ 10,00 + R$ 20,00 + R$ 30,00 + R$ 28,00 = = R$ 88,00.

**c.** 45 · 0,8 = 36

A residência que consumiu 25 $m^3$ pagará R$ 36,00.

88 · 0,8 = 70,4

A residência que consumiu 37 $m^3$ pagará R$ 70,40.

## Atividades – Página 118

**10. a.** A medida da área desse triângulo (que corresponde à base do prisma) pode ser calculada da seguinte maneira:

Medida da área do triângulo: $\frac{1,5 \cdot 1}{2} = 0,75$

A base do prisma tem área medindo 0,75 $cm^2$.

**b.** A medida do volume desse prisma de altura 2,5 cm é dada por:

$V_{prisma} = A_{base} \cdot h$

$V_{prisma} = 0,75 \cdot 2,5$

$V_{prisma} = 1,875$

Logo, a medida do volume desse prisma é 1,875 $cm^3$.

**c.** Resposta possível: considerando um paralelepípedo de base quadrada e medindo a mesma altura do prisma de base triangular, temos:

$V = \ell^2 \cdot h$

$1,875 = \ell^2 \cdot 2,5$

$\ell^2 = 0,75$

$\ell^2 = \frac{75}{100}$

$\ell = \sqrt{\frac{75}{100}}$

$\ell = \frac{\sqrt{3}}{2}$

As dimensões desse paralelepípedo serão $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm, $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm e 2,5 cm.

**11.** A medida do volume desse prisma de altura 2 cm de comprimento é dada por:

$V_{prisma} = A_{base} \cdot h$

$V_{prisma} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot 2$

$V_{prisma} = 3\sqrt{3}$

Logo, a medida do volume desse prisma é $3\sqrt{3}$ $cm^3$.

**12.** Respostas possíveis: um cubo de aresta medindo 2 cm e um paralelepípedo com dimensões de 1 cm de comprimento, 1 cm de largura e 8 cm de altura.

## Atividades – Página 121

**13. a.** Maior medida de volume: cilindro C (tem mesmo comprimento de altura de B, mas com medida da área da base maior); menor medida de volume: cilindro A (tem base de mesma medida de área da base de B, mas com comprimento de altura menor).

**b.** Cilindro A:

$V_{cilindro} = A_{base} \cdot h = 3,14 \cdot 2^2 \cdot 3 = 37,68$

Portanto, a medida do volume desse cilindro é aproximadamente 37,68 $cm^3$.

Cilindro B:

$V_{cilindro} = A_{base} \cdot h = 3,14 \cdot 2^2 \cdot 5 = 62,8$

Portanto, a medida do volume desse cilindro é aproximadamente 62,8 $cm^3$.

Cilindro C:

$V_{cilindro} = A_{base} \cdot h = 3,14 \cdot 3^2 \cdot 5 = 141,3$

Portanto, a medida do volume desse cilindro é aproximadamente 141,3 $cm^3$.

**14. a.** $V_{cilindro} = A_{base} \cdot h = 3,14 \cdot 3^2 \cdot 6 = 169,56$

Portanto, a medida do volume desse cilindro é aproximadamente 169,56 $m^3$.

**b.** Se 1 $m^3$ = 1.000 L, então 169,56 $m^3$ = 169.560 L.

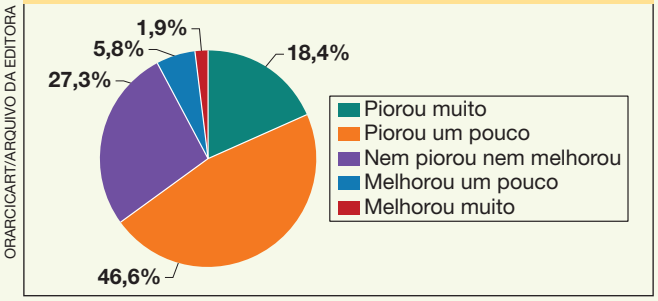
## Tratamento da informação – Página 124

**1. a.** Pelas informações da tabela, no primeiro semestre de 2020.

MODERNA

**b.**

**Percepção sobre a saúde mental durante o distanciamento social, primeiro semestre de 2020**

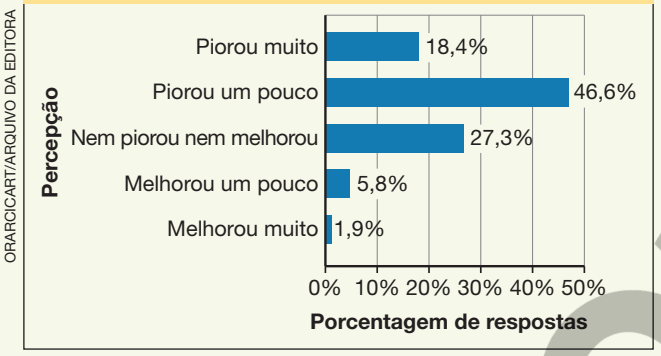



ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

**Fonte:** elaborado com base em CALEGARO, Vitor C. **Primeira etapa**: relatório de pesquisa. Covid psiq, 5 jun. 2020. Disponível em: https://www.covidpsiq.org/resultados. Acesso em: 2 maio 2024.

**c.**

**Percepção sobre a saúde mental durante o distanciamento social, primeiro semestre de 2020**




ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

**Fonte:** elaborado com base em CALEGARO, Vitor C. **Primeira etapa**: relatório de pesquisa. Covid psiq, 5 jun. 2020. Disponível em: https://www.covidpsiq.org/resultados. Acesso em: 2 maio 2024.

**2.** Resposta pessoal.

## Atividades finais do Capítulo 4 – Páginas 125 e 126

**1. a.** Cone.
**b.** Pirâmide de base triangular.
**c.** Prisma de base pentagonal.
**d.** Pirâmide de base quadrada.

**2. a.** $A_c = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 7^2 = 153{,}86\ cm^2$
**b.** $A_c = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 5^2 = 78{,}5\ cm^2$
**c.** $A_c = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 3^2 = 28{,}26\ cm^2$
**d.** $A_c = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 4^2 = 50{,}24\ cm^2$

**3. a.** 5 cm, pois corresponde ao maior lado dos retângulos, que são as faces laterais desse prisma.

**b.** $A_{base} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

Logo, a medida da área da base é $\sqrt{3}\ cm^2$.

**c.** $V_{prisma} = A_{base} \cdot h$

$V_{prisma} = \sqrt{3} \cdot 5$

$V_{prisma} = 5\sqrt{3}$

Logo, a medida do volume desse prisma é $5\sqrt{3}\ cm^3$.

**4.** $V = a \cdot b \cdot c$

$V = 50 \cdot 20 \cdot 1{,}8 = 1.800$

Se $1\ m^3 = 1.000\ L$, então $1.800\ m^3 = 1.800.000\ L$.

$1.800.000 \cdot 0{,}05 = 90.000$

Logo, faltam 90.000 L para encher essa piscina completamente.

**5. a.** $726 : 6 = 121$

$\ell^2 = 121$

$\ell = \sqrt{121}$

$\ell = 11$

As dimensões dessa embalagem são 11 cm, por 11 cm por 11 cm.

**b.** $V = \ell^3$

$V = 11^3$

$V = 1.331$

Logo, a medida do volume desse cubo é $1.331\ cm^3$.

**6. a.** Se os recipientes 2 e 3 têm bases de mesma medida de área e alturas medindo o mesmo comprimento, então eles têm mesma medida de volume. Logo, para encher um recipiente 3, serão necessários três recipientes do tipo 1 cheios; e, para encher três recipientes do tipo 3, serão necessários 9 recipientes do tipo 1 cheios.

**b.** $V_{prisma} = A_{base} \cdot h$

$V_{prisma} = 20 \cdot 15$

$V_{prisma} = 300\ cm^3$

$300 : 3 = 100$

Logo, a medida do volume do recipiente 1 é igual a $100\ cm^3$ e dos recipientes 2 e 3 é igual a $300\ cm^3$.

**7.** No recipiente cúbico com aresta medindo 12 cm:

$V = \ell^3 = 12^3 = 1.728$

No recipiente com o formato de um paralelepípedo:

$V = a \cdot b \cdot c = 10 \cdot 8 \cdot 7 = 560$

Como o recipiente cúbico está com metade de sua capacidade preenchida:

$1.728 : 2 = 864$

$864 - 560 = 304$

Sobraram no recipiente cúbico $304\ cm^3$.

MODERNA

**8.** A medida de volume da pedra corresponderá à medida de volume de água deslocada nesse recipiente cilíndrico. Assim, temos:

$V = A_{base} \cdot h = 12{,}56 \cdot 10 = 125{,}6$

Logo, a medida de volume ocupado por essa pedra é 125,6 $cm^3$.

## Avaliação do Capítulo 4 – Páginas 129 e 130

### Revisando o conteúdo

Resposta pessoal.

### Aplicando seus conhecimentos

**1.** Alternativa **c**.

A única figura que contém uma parte com formato arredondado é o cone (base em formato de círculo).

**2.** Alternativa **d**.

Analisando cada alternativa, temos:

**a.** O correto seria dizer que cada região que forma a superfície de um poliedro é denominada face.

**b.** O correto seria dizer que o segmento comum de duas faces se chama aresta.

**c.** O correto seria dizer que o ponto de encontro das arestas é chamado de vértice.

**d.** É correto dizer que o segmento comum de duas faces se chama aresta.

**3.** Alternativa **b**.

As figuras 1 e 3 têm formato de prisma, pois possuem duas bases congruentes, e as faces laterais têm formato de paralelogramo. A figura 2 tem formato de pirâmide, pois possui uma base, e as faces laterais têm formato de triângulo.

O prisma da figura 1 possui base quadrada; a pirâmide da figura 2 possui base triangular; o prisma da figura 3 possui base triangular.

**4.** Alternativa **d**.

Se são 5 faces, 2 correspondem às bases e 3 às faces laterais. Portanto, o prisma é de base triangular, que possui 6 vértices e 9 arestas.

**5.** Alternativa **c**.

$20 : 0{,}250 = 80$

$80 : 35 = 2{,}3$

Assim, cada pessoa deverá tomar no mínimo 3 copos de suco para que consumam juntas 20 L de suco.

**6.** Alternativa **a**.

Para cada face lateral do cesto serão necessários 50 cm e para a base, 25 cm do plástico. Assim, temos:

$50 \cdot 4 + 25 = 225$

Logo, a medida de comprimento mínima do plástico que Marta deverá comprar é 225 cm.

**7.** Alternativa **c**.

$V_{cilindro} = A_{base} \cdot h = 3{,}14 \cdot 3^2 \cdot 2 = 56{,}52$

Se 1 $m^3$ = 1.000 L, então 56,52 $m^3$ = 56.520 L.

Portanto, esse reservatório comporta 56.520 litros de óleo.

**8.** Alternativa **a**.

$V_{cilindro} = A_{base} \cdot h = 3{,}14 \cdot 10^2 \cdot 6 = 1.884$

$1.884 : 8 = 235{,}5$

A medida do volume de cada pedaço do bolo é igual a 235,5 $cm^3$.

## Avaliação diagnóstica 2

### Páginas de 135 a 139

### Resoluções das atividades

**1. a.** Ainda falta pagar R$ 900,00, pois $5 \times 180 = 900$.

**b.** Ela vai pagar R$ 1.320,00, pois $900 + 420 = 1.320$.

**2.** Cada prestação vai custar R$ 301,75, pois $3.621 : 12 = 301{,}75$.

**3.** Ele pode utilizar 6 embalagens de 10 unidades ou 10 embalagens de 6 unidades.

**4. a.** Verdadeiro, pois $\frac{3}{5}$ é maior que $\frac{1}{5}$.

**b.** Verdadeiro, pois $\frac{1}{3}$ é menor que $\frac{2}{3}$.

**c.** Falso, pois $\frac{2}{3}$ é maior que $\frac{1}{2}$.

**d.** Verdadeiro, pois $\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$.

**5.** 840 internautas estão satisfeitos, pois $\frac{7}{10} \times 1200 = 840$.

**6. a.** A renda mensal é de R$ 3.500,00, pois $5 \times 700 = 3.500$.

**b.** 30% da renda, pois $1.050 : 3.500 = 0{,}3 = 30\%$.

**c.** 16%, pois $875 + 3.500 = 4.375$, e $700 : 4.375 = 0{,}16 = 16\%$.

**7.** O bolo vai pesar 30 kg. Como 20% de $25 = 0{,}2 \times 25 = 5$, temos $25 + 5 = 30$.

MODERNA

**8.** O cachorro tem medida de massa igual a 10,2 kg, pois $89,7 - 79,5 = 10,2$.

**9.** **a.** 4 km, pois $10 \times 400$ m $= 4.000$ m, que equivalem a 4 km.

**b.** 8 voltas, pois $3,2 : 0,4 = 8$.

**10.** As retas são concorrentes.

**11.** Alternativa **c**.

Um triângulo com os 3 lados de mesma medida de comprimento é equilátero.

**12.** Cada lateral do terreno mede 12 metros de comprimento, pois $48 : 4 = 12$.

**13.** **a.** 48 $m^2$, pois $6 \times 8 = 48$.

**b.** 192 peças. São necessárias 4 peças por metro quadrado, e $4 \times 48 = 192$.

**c.** R$ 3.744,00, pois $48 \times 78 = 3.744$.

**14.** 6,3 $m^2$, pois $(4,5 \times 2,8) : 2 = 6,3$.

**15.** **a.** $y = 250 + 50 \times (x - 23)$, se $x > 23$; $y = 250$, se $x \leqslant 23$.

**b.** R$ 450,00, pois 4 kg de excesso custarão 200 reais, e $250 + 200 = 450$.

**16.** **a.** $y = 14x$.

**b.** 40 vestidos. São 5 costureiras produzindo juntas 10 vestidos por semana; portanto, $10 \times 4 = 40$.

**17.** Alternativa **c**.

Pois $23 : 6 = 3,8333...$ .

**18.** 12 cm, pois $\sqrt{144} = 12$.

**19.** 5 cm, pois $5^3 = 125$.

**20.** **a.** Verdadeiro, pois o número representado pelo ponto *B* é maior que 2, enquanto o representado pelo ponto *A* é menor que 1, assim 1,7 fica entre os dois.

**b.** Falso. Como $2\sqrt{3} \simeq 3,4$ é menor que o número representado pelo ponto *C*, então $2\sqrt{3}$ está localizado à esquerda de *C*.

**c.** Verdadeiro, pois $-1,7$ é menor que o número representado pelo ponto *D*.

**d.** Falso, pois $3\sqrt{3} \simeq 5,1$ é maior que o número representado pelo ponto *E*.

**21.** O que pagou R$ 150.000,00 receberá $\frac{3}{7}$ do valor, pois $\frac{150.000}{350.000} = \frac{3}{7}$. Como $\frac{3}{7} \times 420.000 = 180.000$, o que pagou R$ 150.000,00 receberá R$ 180.000,00, e o outro receberá R$ 240.000,00.

**22.** 7,5 kg, pois $25 \times 0,3$ kg $= 7,5$ kg.

**23.** Alternativa **b**.

A embalagem atual possui volume medindo 904,32 $cm^3$, pois $(3,14 \times 6^2) \times 8 = 904,32$. A nova embalagem possui área da base medindo 176,625 $cm^2$, pois $(3,14 \times 7,5^2) = 176,625$. Então, a medida da nova altura será 5,12 cm, pois $904,32 : 176,625 = 5,12$.

**24.** 75.000 $cm^3$, pois $25 \times 10 \times 10 \times 30 = 75.000$.

**25.** 1,5 L, pois 50 $cm^2 \times 30$ cm $= 1.500$ $cm^3$, que equivale a 1,5 L.

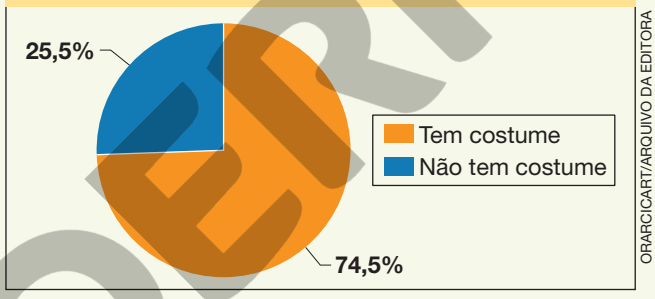
**26.** 30.240 senhas, pois $10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 = 30.240$.

**27.** **a.** 60%, pois $15 : 25 = 0,6$.

**b.** 40%, pois $10 : 25 = 0,4$.

**28.**

**Costume de jogar jogos eletrônicos**

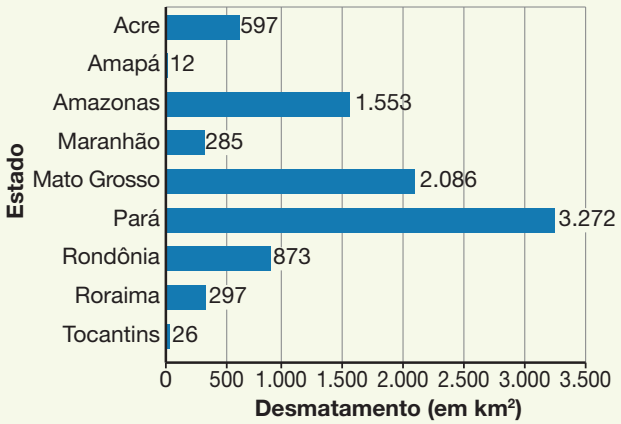



ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

**Fonte:** elaborado com base na 9ª edição da pesquisa Game Brasil, divulgada em 2022.

**29.**

**Estimativa de desmatamento da Amazônia Legal em 2023**




ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

**Fonte:** elaborado com base em ESTIMATIVA de desmatamento na Amazônia Legal para 2023 é de 9.001 km². **Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais**, São José dos Campos, 20 out. 2023. Disponível em: https://www.gov.br/inpe/pt-br/assuntos/ultimas-noticias/estimativa-de-desmatamento-na-amazonia-legal-para-2023-e-de-9-001-km2/2023_1020_Nota_tecnica_Estimativa_Taxa_2023_SEI.pdf. Acesso em: 26 fev. 2024.

MODERNA

# Capítulo 5 – Matemática Financeira e Estatística

## Páginas de 142 a 170

### Objetivos e justificativas

- Aplicar porcentagem em contextos de cálculo com juro simples e juro composto.
- Compreender medidas de tendência central (moda, média e mediana) e medidas de dispersão (amplitude total e ponto médio).
- Identificar os tipos de variáveis em uma pesquisa estatística e as diferentes amostras que podem ser tomadas para realizá-la.
- Compreender o que é um Microempreendedor Individual (MEI) e sua importância para os trabalhadores saírem da informalidade.

O cálculo de porcentagens tem relação direta com o estudo de juro simples e juro composto, fundamental para a compreensão financeira e para a tomada de decisões econômicas. Conhecer os conceitos de juro simples e juro composto permite aos estudantes planejar suas finanças, avaliar opções de crédito e investimento e entender o impacto do tempo sobre o dinheiro.

Moda, média e mediana são medidas que resumem um conjunto de dados, ajudando-nos a entender padrões e tendências. A amplitude total e o ponto médio nos dão uma ideia da variação dos dados. Essas medidas são usadas em diversos campos, desde a análise de mercado até a pesquisa científica, e compreendê-las é importante para uma tomada de decisão baseada em dados concretos.

Identificar corretamente as variáveis e escolher amostras adequadas são passos essenciais para garantir a validade e a confiabilidade de uma pesquisa. Seja em estudos de mercado, seja em pesquisas de opinião, seja em experimentos científicos, uma boa compreensão desses conceitos é importante para interpretar corretamente os resultados.

O Microempreendedor Individual é uma categoria empresarial no Brasil que permite a trabalhadores informais se formalizarem, ganhando acesso a benefícios como previdência social e emissão de notas fiscais. Compreender o MEI é importante para a inclusão econômica e para o desenvolvimento de pequenos negócios.

### Resoluções das atividades

## Atividades – Páginas 145 e 146

**1. a.** Se comprar à vista, esse cliente pagará 80% do preço da geladeira na loja A e 90% do preço da geladeira na loja B. Assim, temos:

$0{,}8 \cdot 2.500 = 2.000$

$0{,}9 \cdot 2.300 = 2.070$

Portanto, se comprar à vista, esse cliente pagará menos na geladeira da loja A.

**b.** Resposta pessoal.

**2. a.** $0{,}25 \cdot 150 = 37{,}5$

Portanto, o valor correspondente ao gasto com os chuveiros foi R$ 37,50.

**b.** Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam, por exemplo, desligar o chuveiro ao se ensaboar, reduzir o tempo do banho etc.

**3.** Se estavam incluídos os 10% de serviço, então esse total representa 110% do valor da compra. Assim, temos:

$\frac{110}{100} = \frac{165}{x}$

$110 \cdot x = 100 \cdot 165$

$110x = 16.500$

$x = \frac{16.500}{110}$

$x = 150$

Logo, o valor da conta sem o serviço seria R$ 150,00.

**4.** $\frac{6.400}{32} = \frac{100}{x}$

$6.400 \cdot x = 32 \cdot 100$

$6.400x = 3.200$

$x = \frac{3.200}{6.400}$

$x = 0{,}5$

Logo, 0,5% das lâmpadas produzidas apresentaram algum tipo de defeito.

**5. a.** $112 - 78 = 34$

$\frac{112}{34} = \frac{100}{x}$

$112 \cdot x = 34 \cdot 100$

$112x = 3.400$

$x = \frac{3.400}{112}$

$x \simeq 30$

Logo, aproximadamente 30% foi a taxa percentual de medida de massa que Alice perdeu nesse tratamento.

**b.** $\frac{79}{1} = \frac{100}{x}$

$79 \cdot x = 1 \cdot 100$

$79x = 100$

$x = \frac{100}{79}$

$x \simeq 1{,}27$

Não, porque Alice perdeu aproximadamente 1,27% de medida de massa entre a 4ª e a 5ª etapa.

**6. a.** $0{,}04 \cdot 48.000 = 1.920$

O morador do estado de Mato Grosso do Sul pagou R$ 1.920,00 de IPVA, em 2024.

**b.** Se o desconto era de 15%, então ele pagaria 85% do valor do IPVA. Assim, temos:

$0{,}85 \cdot 1.920 = 1.632$

MODERNA

O valor do IPVA, caso o dono do veículo citado no item anterior pagasse o imposto à vista, antes da data estipulada, seria de R$ 1.632,00.

## Atividades – Página 149

**7. a.** A taxa de juro é de 0,5% (0,005) ao mês e em 5 meses a taxa será igual a:

$5 \cdot 0{,}005 = 0{,}025$

Assim, será pago de juro nessa compra a prazo:

$1.299 \cdot 0{,}025 = 32{,}475 \simeq 32{,}48$

$1.299 + 32{,}48 = 1.331{,}48$

A prazo, essa pessoa pagará R$ 1.331,48 ao comprar esse monitor.

**b.** Conforme indicado no item **a**, será de aproximadamente R$ 32,48.

**8.** $80 \cdot 1{,}02 = 81{,}60$

$80 \cdot 0{,}002 \cdot 2 = 0{,}32$

$81{,}6 + 0{,}32 = 81{,}92$

Essa pessoa pagou R$ 81,92 pela conta de água dela com 2 dias de atraso.

**9.** A taxa de juro é de 3% (0,03) ao mês; em 18 meses, a taxa será igual a:

$18 \cdot 0{,}03 = 0{,}54$

Assim, será pago de juro nesse empréstimo:

$1.000 \cdot 0{,}54 = 540$

Essa pessoa pagará de juro R$ 540,00.

**10. a.** $5.360 - 5.000 = 360$

$\frac{360}{5.000} = 0{,}072$

$0{,}072 : 8 = 0{,}009$

A taxa de juro simples mensal dessa aplicação era de 0,9%.

**b.** $0{,}009 \cdot 12 = 0{,}108$

$5.000 \cdot 1{,}108 = 5.540$

Após 12 meses de aplicação seu saldo será de R$ 5.540,00.

**11.** $0{,}035 \cdot 12 = 0{,}42$

$294 : 0{,}42 = 700$

O valor do empréstimo foi de R$ 700,00.

**12.** $0{,}007 \cdot 3.700 = 25{,}9$

$233{,}1 : 25{,}9 = 9$

Esse capital deve ficar aplicado por 9 meses a essa taxa de juro simples.

## Atividades – Páginas 151 e 152

**13.** Vamos construir um quadro para calcular o montante.

**Cálculos para determinar o montante obtido na aplicação**

| Mês | Capital | Juro | Montante |
|---|---|---|---|
| 1º | R$ 10.000,00 | $0{,}015 \cdot 10.000 = 150$ | R$ 10.150,00 |
| 2º | R$ 10.150,00 | $0{,}015 \cdot 10.150 = 152{,}25$ | R$ 10.302,25 |
| 3º | R$ 10.302,25 | $0{,}015 \cdot 10.302{,}25 \simeq 154{,}53$ | R$ 10.456,78 |
| 4º | R$ 10.456,78 | $0{,}015 \cdot 10.456{,}78 \simeq 156{,}85$ | R$ 10.613,63 |
| 5º | R$ 10.613,63 | $0{,}015 \cdot 10.613{,}63 \simeq 159{,}20$ | R$ 10.772,83 |

Logo, o montante obtido após 5 meses é aproximadamente R$ 10.772,83.

**14. a.** Vamos construir um quadro para calcular o montante.

**Cálculos para determinar o valor pago na compra**

| Mês | Capital | Juro | Montante |
|---|---|---|---|
| 1º | R$ 400,00 | $0{,}04 \cdot 400 = 16$ | R$ 416,00 |
| 2º | R$ 416,00 | $0{,}04 \cdot 416 = 16{,}64$ | R$ 432,64 |
| 3º | R$ 432,64 | $0{,}04 \cdot 432{,}64 \simeq 17{,}31$ | R$ 449,95 |
| 4º | R$ 449,95 | $0{,}04 \cdot 449{,}95 \simeq 18$ | R$ 467,95 |
| 5º | R$ 467,95 | $0{,}04 \cdot 467{,}95 \simeq 18{,}72$ | R$ 486,67 |
| 6º | R$ 486,67 | $0{,}04 \cdot 486{,}67 \simeq 19{,}47$ | R$ 506,14 |
| 7º | R$ 506,14 | $0{,}04 \cdot 506{,}14 \simeq 20{,}25$ | R$ 526,39 |
| 8º | R$ 526,39 | $0{,}04 \cdot 526{,}39 \simeq 21{,}06$ | R$ 547,45 |

Logo, esse cliente pagava aproximadamente R$ 547,45 por uma compra de R$ 400,00 que parcelou em 8 meses.

**b.** $400 : 3 \simeq 133{,}33$

O valor de cada parcela seria aproximadamente R$ 133,33.

**15. a.** $595 \cdot 12 \cdot 30 = 214.200$

$214.200 + 24.000 = 238.200{,}00$

Após 30 anos essa pessoa terá pagado R$ 238.200,00.

**b.** $238.200 - 120.000 = 118.200$

O total de juro que essa pessoa pagou foi R$ 118.200,00.

MODERNA

**16.** $45.000 - 5.000 = 40.000$

O consumidor vai financiar R$ 40.000,00. Analisando cada uma das opções, temos:

- **opção 1**

$40.000 \cdot 1{,}09 = 43.600$
$43.600 \cdot 1{,}09 = 47.524$
$47.524 : 24 \simeq 1.980{,}17$

- **opção 2**

$40.000 \cdot 1{,}12 = 44.800$
$44.800 \cdot 1{,}12 = 50.176$
$50.176 \cdot 1{,}12 = 56.197{,}12$
$56.197{,}12 : 36 \simeq 1.561{,}03$
$56.197{,}12 - 40.000 = 16.197{,}12$

- **opção 3**

$40.000 \cdot 1{,}13 = 45.200$
$45.200 \cdot 1{,}13 = 51.076$
$51.076 \cdot 1{,}13 = 57.715{,}88$
$57.715{,}88 \cdot 1{,}13 \simeq 65.218{,}94$
$65.218{,}94 : 48 \simeq 1.358{,}73$
$65.218{,}94 - 40.000 = 25.218{,}94$

Assim, a **opção 2** é a mais vantajosa. Na **opção 1**, o valor da parcela excederá o valor máximo de R$ 1.600,00 que o consumidor pode pagar; na **opção 2**, o valor da parcela será de aproximadamente R$ 1.561,00 e ele pagará aproximadamente R$ 16.197,12 de juro. Na **opção 3**, o valor da parcela será de aproximadamente R$ 1.359,00, porém ele pagará aproximadamente R$ 25.218,94 de juro.

**17.** Analisando cada uma das opções:

- Na opção do financiamento, temos:

$1.000 \cdot 1{,}028 = 1.028$
$1.028 \cdot 1{,}028 \simeq 1.056{,}78$
$1.056{,}78 \cdot 1{,}028 \simeq 1.086{,}37$
$1.086{,}37 \cdot 1{,}028 \simeq 1.116{,}79$
$1.116{,}79 \cdot 1{,}028 \simeq 1.148{,}06$
$1.148{,}06 \cdot 1{,}028 \simeq 1.180{,}21$
$1.180{,}21 \cdot 1{,}028 \simeq 1.213{,}26$
$1.213{,}26 \cdot 1{,}028 \simeq 1.247{,}23$
$1.247{,}23 \cdot 1{,}028 \simeq 1.282{,}15$
$1.282{,}15 \cdot 1{,}028 \simeq 1.318{,}05$
$1.318{,}05 : 10 \simeq 131{,}81$
$1.318{,}05 - 1.000 = 318{,}05$

- Na opção do empréstimo pessoal, temos:

$1.000 \cdot 1{,}018 = 1.018$
$1.018 \cdot 1{,}018 \simeq 1.036{,}32$
$1.036{,}32 \cdot 1{,}018 \simeq 1.054{,}97$
$1.054{,}97 \cdot 1{,}018 \simeq 1.073{,}96$
$1.073{,}96 \cdot 1{,}018 \simeq 1.093{,}29$
$1.093{,}29 : 5 \simeq 218{,}66$
$1.093{,}29 - 1.000 = 93{,}29$

Logo, a opção de fazer um empréstimo pessoal era a mais adequada, pois a pessoa pagaria uma parcela de aproximadamente R$ 218,66 e juro de R$ 93,29. No caso do financiamento pela operadora, ela pagaria aproximadamente R$ 318,05 de juro e uma parcela de R$ 131,81.

## Atividades – Páginas de 157 a 160

**18. a.** Menor, pois a quantidade de funcionários que recebem menos de R$ 4.150,00 é menor do que a quantidade de funcionários que recebe a mais do que esse valor.

**b.** $\dfrac{2.200 \cdot 10 + 2.800 \cdot 25 + 3.500 \cdot 26 + 3.600 \cdot 14 + 3.800 \cdot 15 + 4.400 \cdot 2 + 5.000 \cdot 4 + 6.100 \cdot 1}{10 + 25 + 26 + 14 + 15 + 2 + 4 + 1} =$

$= \dfrac{22.000 + 70.000 + 91.000 + 50.400 + 57.000 + 8.800 + 20.000 + 6.100}{97} = \dfrac{325.300}{97} \simeq 3.353{,}61$

Logo, o valor médio dos salários é menor do que o ponto médio.

**c.** A moda é R$ 3.500,00.

**19. a.** Resposta pessoal.

**b.** Respostas pessoais.

**c.** Espera-se que os estudantes respondam que sim. A moda, nesse caso, corresponderá à barra mais alta.

**20. a.** 2022 e 2024.

**b.** 2020.

**c.** Exemplos de resposta: que a maior queda ocorreu entre os anos 2019 e 2020; que entre os anos 2022 e 2024 o lucro das empresas permaneceu praticamente constante etc.

**d.** $\dfrac{4{,}3 + 2{,}5 + 3{,}5 + 4{,}5 + 4{,}3 + 4{,}5}{6} = \dfrac{23{,}6}{6} \simeq 3{,}9$

O lucro médio das empresas foi de aproximadamente de 3,9 bilhões de reais.

MODERNA

**21. a.** Medida da altura média dos jogadores do time A:

$$\frac{1{,}91 + 2{,}0 + 2{,}06 + 2{,}11 + 1{,}91 + 1{,}84 + 2{,}04 + 2{,}07 + 2{,}11 + 1{,}92 + 2{,}11 + 1{,}86}{12} = \frac{23{,}94}{12} \simeq 2$$

Logo, a medida da altura média dos jogadores do time A é aproximadamente 2 metros.

Medida da altura média dos jogadores do time B:

$$\frac{1{,}9 + 2{,}1 + 1{,}9 + 2{,}14 + 1{,}98 + 1{,}94 + 1{,}94 + 2{,}03 + 2{,}15 + 1{,}89 + 2{,}06 + 1{,}84}{12} = \frac{23{,}87}{12} \simeq 1{,}99$$

Logo, a medida da altura média dos jogadores do time B é aproximadamente 1,99 metro.

**b.** Para determinar a moda e a mediana vamos primeiro organizar os dados em ordem crescente.

Medidas das alturas dos jogadores do time A:

1,84 m; 1,86 m; 1,91 m; 1,91 m; 1,92 m; 2,0 m; 2,04 m; 2,06 m; 2,07 m; 2,11 m; 2,11 m; 2,11 m

Logo, a moda das medidas das alturas dos jogadores do time A é 2,11 m.

$$\frac{2{,}0 + 2{,}04}{2} = 2{,}02$$

E a mediana das medidas das alturas dos jogadores do time A é 2,02 m.

Medidas das alturas dos jogadores do time B:

1,84 m; 1,89 m; 1,90 m; 1,90 m; 1,94 m; 1,94 m; 1,98 m; 2,03 m; 2,06 m; 2,10 m; 2,14 m; 2,15 m

Logo, as duas modas das medidas das alturas dos jogadores do time B são 1,90 m e 1,94 m.

$$\frac{1{,}94 + 1{,}98}{2} = 1{,}96$$

E a mediana das medidas das alturas dos jogadores do time B é 1,96 m.

**c.** Sim, pois a média das medidas de altura dos jogadores do time A é maior que a do time B.

**22. a.** $\frac{360 + 360 + 360 + 362 + 361 + 362 + 359 + 360 + 360 + 360 + 359 + 361}{12} \simeq 360$

Logo, a medida de tempo médio de duração das pilhas testadas por esse funcionário foi de aproximadamente 360 minutos.

**b.** 360 minutos.

**c.** Organizando os dados em ordem crescente, temos:

359 min, 359 min, 360 min, 360 min, 360 min, 360 min, 360 min, 360 min, 361 min, 361 min, 362 min e 362 min.

$$\frac{360 + 360}{2} = 360$$

Logo, a mediana das medidas de tempo de duração de 12 pilhas alcalinas pequenas é 360 min.

**d.** $362 - 359 = 3$

Logo, a amplitude desses dados é de 3 minutos.

$$\frac{3}{360} \simeq 0{,}008$$

Espera-se que os estudantes apontem que esse valor não indica uma grande variação, pois 3 minutos correspondem a aproximadamente 0,8% de 360 min.

**e.** Espera-se que os estudantes respondam que sim, pois todas as medidas se aproximam de 360 minutos, ou seja, 6 horas.

**23. a.** $\frac{1.045 + 1.100 + 1.212 + 1.320 + 1.412}{5} = 1.217{,}8$

A média do salário mínimo nos últimos 5 anos é R$ 1.217,80.

MODERNA

**b.** 2021:

$\frac{1.100}{1.045} \simeq 1{,}053$

Aproximadamente 5,3%

2022:

$\frac{1.212}{1.100} \simeq 1{,}102$

Aproximadamente 10,2%

2023:

$\frac{1.320}{1.212} \simeq 1{,}089$

Aproximadamente 8,9%

2024:

$\frac{1.412}{1.320} \simeq 1{,}07$

Aproximadamente 7%

**c.** Em 2022.

**24.** Organizando os dados visíveis em ordem crescente, temos:

15, 27, 32, 40, 43, 45, 52, 78 e 89

Se a idade desconhecida for menor do que 40 anos, então a mediana dos dados será:

$\frac{40 + 43}{2} = 41{,}5 \neq 42{,}5$

Então a idade desconhecida não pode ser menor do que 40 anos.

Se a idade desconhecida for maior do que 45 anos, então a mediana dos dados será igual a:

$\frac{43 + 45}{2} = 44 \neq 42{,}5$

Portanto, a idade desconhecida é maior ou igual a 40 anos e menor do que 45 anos. Como a mediana dos dados é igual a 42,5:

$\frac{x + 43}{2} = 42{,}5$

$x = 85 - 43 = 42$

Logo, a idade desconhecida da última pessoa entrevistada é 42 anos.

**25. a.** $150 + 100 + 100 + 95 + 90 + 135 + 80 + 150 + 75 + 125 + 50 + 200 = 1.350$

No total participaram 1.350 ouvintes da pesquisa.

**b.** Média das notas dadas por ouvintes adolescentes:

$$\frac{150 \cdot 5 + 100 \cdot 6 + 90 \cdot 7 + 80 \cdot 8 + 75 \cdot 9 + 50 \cdot 10}{150 + 100 + 90 + 80 + 75 + 50} =$$

$$= \frac{750 + 600 + 630 + 640 + 675 + 500}{545} = \frac{3.795}{545} \simeq 6{,}96$$

Portanto, a média aritmética das notas dadas por ouvintes adolescentes é aproximadamente 6,96.

Média das notas dadas por ouvintes adultos:

$$\frac{100 \cdot 5 + 95 \cdot 6 + 135 \cdot 7 + 150 \cdot 8 + 125 \cdot 9 + 200 \cdot 10}{100 + 95 + 135 + 150 + 125 + 200} =$$

$$= \frac{500 + 570 + 945 + 1.200 + 1.125 + 2.000}{805} = \frac{6.340}{805} \simeq 7{,}88$$

Portanto, a média aritmética das notas dadas por ouvintes adultos é aproximadamente 7,88.

**c.** A moda da nota dada pelos ouvintes adolescentes foi 5 (maior número de ouvintes adolescentes deu essa nota); já a moda da nota dada pelos ouvintes adultos foi 10 (maior número de ouvintes adultos deu essa nota).

**d.** Espera-se que os estudantes percebam que pelas notas é possível afirmar que a programação agrada mais aos ouvintes adultos que aos ouvintes adolescentes.

MODERNA

## Tratamento da informação – Página 163

**1.** Qualidade dos meios de transporte, como o próprio termo indica, exprime uma qualidade; então, corresponde a uma variável qualitativa. Já a quantidade de mulheres, como o próprio termo indica, representa uma quantidade expressa por números; então, essa é uma variável quantitativa.

**2.** III − A, I − B e II − C

A amostra casual simples pode ser associada à situação B, pois nesse tipo de amostra os elementos da população foram rotulados e sorteados a partir de cartões em uma caixa para compor a amostra.

A amostra estratificada pode ser associada à situação C, pois para realizar a pesquisa a professora dividiu os pais dos estudantes do 8º ano em dois grupos: os que vivem no campo e os que vivem na cidade.

A amostra sistemática pode ser associada à situação A, pois a análise das peças era determinada a partir da análise de uma a cada 10 peças que foram produzidas.

**3.** Resposta pessoal.

## Atividades finais do Capítulo 5 – Páginas de 164 a 166

**1. a.** $12.650 \cdot 0{,}03 \cdot 3 = 1.138{,}5$

O juro obtido após 3 anos será R$ 1.138,50.

**b.** $16.445 - 12.650 = 3.795$

$12.650 \cdot 0{,}03 = 379{,}5$

$3.795 : 379{,}5 = 10$

Após 10 anos.

**c.** $12.650 \cdot 1{,}03 = 13.029{,}5$

$13.029{,}5 \cdot 1{,}03 \simeq 13.420{,}39$

$13.420{,}39 \cdot 1{,}03 \simeq 13.823$

$13.823 - 12.650 = 1.173$

O juro composto obtido após 3 anos seria de aproximadamente R$ 1.173.

**2. a.** $0{,}24 : 12 = 0{,}02$

$1.600 \cdot 0{,}02 \cdot 6 = 192$

O juro cobrado pela instituição financeira nesse período é R$ 192,00.

**b.** $1.600 + 192 = 1.792$

O total que deverá ser pago é R$ 1.792,00.

**c.** $1.600 \cdot 0{,}02 \cdot 3 = 96$

$192 - 96 = 96$

Ela teria economizado R$ 96,00.

**3. a.** Analisando cada uma das alternativas, temos:

1ª alternativa:

$50.000 \cdot 1{,}0225 = 51.125$

$51.125 \cdot 1{,}0225 \simeq 52.275{,}31$

$52.275{,}31 \cdot 1{,}0225 \simeq 53.451{,}5$

$53.451{,}5 \cdot 1{,}0225 \simeq 54.654{,}16$

2ª alternativa:

$50.000 \cdot 0{,}0225 \cdot 4 = 4.500$

$50.000 + 4.500 = 54.500$

Essa pessoa obterá o maior montante na 1ª alternativa e será um montante de aproximadamente R$ 54.654,16.

**b.** Espera-se que os estudantes percebam que o sistema de juro simples será mais vantajoso no uso em pagamento de dívidas e o de juro composto, no recebimento de créditos.

**4.** Se 65% não assistiram a mais de 50% das competições, então 35% assistiram. Assim, temos:

$1.200 \cdot 0{,}35 = 420$

Portanto, 420 telespectadores assistiram a mais de 50% das competições.

**5. a.** $12 \cdot 52{,}50 = 630$

$630 - 350 = 280$

Bruno está certo, o valor do juro é muito alto na forma de pagamento parcelada.

**b.** $\frac{280}{350} = 0{,}8$

A taxa anual de juro seria de 80%.

**6. a.** Primeiro vamos organizar os dados em ordem crescente:

6.500, 6.500, 6.500, 6.500, 6.500, 6.600, 6.700, 6.800, 6.800, 6.800, 6.800, 6.900, 6.900, 6.900, 6.900, 6.900, 7.000, 7.000, 7.000, 7.000, 7.000, 7.000, 7.000, 7.000 e 7.000

Média aritmética:

$$\frac{6.500 \cdot 5 + 6.600 + 6.700 + 6.800 \cdot 4 + 6.900 \cdot 5 + 7.000 \cdot 9}{25} =$$

$$= \frac{170.500}{25} = 6.820;\ 6.820 \text{ horas}$$

Moda:

7.000 horas

Mediana:

6.900 horas

Amplitude total:

$7.000 - 6.500 = 500$.

**b.** Sim, pois a média foi de 6.820 horas.

MODERNA

**7. a.** Plano semestral:

$6 \cdot 60 = 360$

Plano trimestral:

$3 \cdot 70 \cdot 2 = 420$

Plano mensal:

$6 \cdot 80 = 480$

Para um período de seis meses o plano semestral custará R$ 360,00, o plano trimestral custará R$ 420,00 e o plano mensal custará R$ 480,00.

**b.** $420 - 360 = 60$

$\frac{60}{420} \simeq 14{,}29$

Ele economizará aproximadamente 14,29%.

**c.** $\frac{480}{360} \simeq 1{,}3333$

Ele pagará a mais aproximadamente 33,33%.

**8. a.** Sim, pois à vista um cliente irá pagar 80% do valor do produto, enquanto a prazo pagará 100% do valor do produto.

**b.** Espera-se que os estudantes percebam que o juro está embutido no valor do produto; caso contrário, não seria oferecido desconto para pagamento à vista.

**9.** $3{,}42 \cdot 1{,}008 \simeq 3{,}45$

Após o aumento, o preço cobrado por litro foi de aproximadamente R$ 3,45.

**10.** Analisando cada item, temos:

**a.** $\frac{220}{100} = 2{,}2$

A afirmação do item **a** está correta.

**b.** A afirmação do item **b** está incorreta, pois a média é de 2,2 dispositivos digitais por habitante; entretanto, alguns podem ter mais e outras pessoas podem ter menos dispositivos digitais que esse valor médio.

**c.** A afirmação do item **c** está correta, pois como a média de dispositivos digitais é de 2,2 por habitante, então pode-se afirmar que há pessoas que possuem mais de 2 dispositivos digitais.

**d.** A afirmação do item **d** está incorreta, pois o estudo fala apenas da média para todo o Brasil, não sendo possível afirmar se essa média é a mesma para cada município do país.

**e.** $\frac{220}{x} = \frac{100}{100.000}$

$220 \cdot 100.000 = x \cdot 100$

$100x = 22.000.000$

$x = 220.000$

A afirmação do item **e** está correta.

**11.** Resposta pessoal.

## Avaliação do Capítulo 5 – Páginas 169 e 170

### Revisando o conteúdo

**a.** Resposta pessoal.

**b.** Resposta pessoal.

**c.** Resposta pessoal.

**d.** Respostas pessoais.

### Aplicando seus conhecimentos

**1.** Alternativa **b**.

Primeiro vamos determinar o número de candidatos reprovados para, depois, calcular a porcentagem deles.

$210 - 70 = 140$

$\frac{140}{210} \simeq 0{,}6666$

Logo, a porcentagem dos reprovados foi, aproximadamente, 66,66%.

**2.** Alternativa **a**.

$12.650 \cdot 0{,}06 \cdot 3 = 2.277$

Logo, o juro obtido após 3 anos é R$ 2.277,00.

**3.** Alternativa **d**.

$\frac{83{,}25}{370 \cdot 0{,}025} = \frac{83{,}25}{9{,}25} = 9$

Durante 9 meses.

**4.** Alternativa **c**.

$2.200 \cdot 1{,}08 = 2.376$

$2.376 \cdot 1{,}08 = 2.566{,}08$

$2.566{,}08 - 2.200 = 366{,}08$

O rendimento dessa aplicação é R$ 366,08.

**5.** Alternativa **d**.

Primeiro vamos organizar os dados em ordem crescente:

4; 5; 5; 6; 6; 6; 6; 6; 6,5; 7; 7; 7; 7; 7; 7,5; 8; 8; 8; 8; 8; 8; 8,5; 9; 9; 9; 9; 9,5; 10; 10; 10

Mediana:

$\frac{7{,}5 + 8}{2} = 7{,}75$

Moda:

8

MODERNA

Média aritmética:

$$\frac{4 + 5 \cdot 2 + 6 \cdot 5 + 6{,}5 + 7 \cdot 5 + 7{,}5 + 8 \cdot 6 + 8{,}5 + 9 \cdot 4 + 9{,}5 + 10 \cdot 3}{30} =$$

$$= \frac{4 + 10 + 30 + 6{,}5 + 35 + 7{,}5 + 48 + 8{,}5 + 36 + 9{,}5 + 30}{30} = \frac{225}{30} \simeq 7{,}5$$

Amplitude total:

$10 - 4 = 6$

**6.** Alternativa **b**.

A amplitude total é igual a:

$50 - 30 = 20$

O ponto médio será igual a:

$$\frac{30 + 50}{2} = 40$$

Logo, a amplitude total e o ponto médio dessas idades são, respectivamente, 20 anos e 40 anos.

# Capítulo 6 – Equações

## Páginas de 171 a 201

### Objetivos e justificativas

- Identificar e resolver equações de 1º grau com duas incógnitas.
- Resolver sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas.
- Identificar equações de 2º grau com uma incógnita.
- Conhecer alguns produtos notáveis e utilizá-los na resolução de equações de 2º grau incompletas.
- Aplicar a fórmula resolutiva de equações de 2º grau.
- Aprofundar a compreensão de pesquisas estatísticas e da importância de se definir bem população e temas a serem estudados.
- Entender como as mudanças tecnológicas afetam o mercado de trabalho desde a primeira revolução industrial, e como a IA já está começando a trazer impactos na sociedade.

O estudo de equações pode ser utilizado para analisar situações que envolvam muitas variáveis, pois pode ser aplicado para traduzir enunciados apresentados na língua materna, transcrevendo-os para a linguagem algébrica e/ou gráfica.

A compreensão dos produtos notáveis auxilia na resolução de problemas que envolvem equações de 2º grau, tanto incompletas como completas. Ao determinar as raízes, é importante analisar e compreender o significado delas ao validá-las como resposta.

Para fazer uma pesquisa, é necessário definir qual é o intuito dessa pesquisa para, em seguida, planejar os próximos passos, como definir o tema que será pesquisado, a população que será estudada, as perguntas, que poderão ser abertas ou fechadas etc., para depois seguir com a coleta de dados. Definir corretamente o processo de uma pesquisa, desde o seu planejamento até sua conclusão, é importante para garantir a validade e a confiabilidade dela.

A tecnologia vem evoluindo a cada dia e, consequentemente, vem provocando mudanças em todos os setores, inclusive no modo de trabalho e na vida do trabalhador. É preciso acompanhar as mudanças tecnológicas e estar sempre atualizado para acompanhar essa evolução.

### Resoluções das atividades

## Atividades – Página 174

**1. a.** $z + y = 3{,}5$ **b.** $x + y = 300$

**2. a.** $2x - y = 5$

Para $x = 3$ e $y = 1$, temos:

$2 \cdot 3 - 1 = 6 - 1 = 5$

Sim, (3, 1) é solução da equação $2x - x = 5$.

**b.** $x + y = 4$

Para $x = 3$ e $y = 1$, temos:

$3 + 1 = 4$

Sim, (3, 1) é solução da equação $x + y = 4$.

**c.** $x - 2y = 3$

Para $x = 3$ e $y = 1$, temos:

$3 - 2 \cdot 1 = 3 - 2 = 1$

Não, (3, 1) não é solução da equação $x - 2y = 3$.

**d.** $x + 4y = 6$

Para $x = 3$ e $y = 1$, temos:

$3 + 4 \cdot 1 = 3 + 4 = 7$

Não, (3, 1) não é solução da equação $x + 4y = 6$.

**3.** $5x - 2y = -4$

$5x - 2 \cdot 23 = -4$

$5x - 46 = -4$

$5x = -4 + 46$

$5x = 42$

$x = 8{,}4$

Espera-se que os estudantes respondam que substituíram $y$ por 23 e resolveram a equação $5x - 46 = -4$ para determinar o valor de $x$.

MODERNA

**4.** A equação passa pelos pontos $(-3, 0)$ e $(3, 2)$.
Testando as alternativas, temos:

**a.** $x + y = -3$
Para $(-3, 0)$: $-3 + 0 = -3$
Para $(3, 2)$: $3 + 2 = 5$
Os pontos não correspondem à equação.

**b.** $x - y = 3$
Para $(-3, 0)$: $-3 - 0 = -3$
Para $(3, 2)$: $3 - 2 = 1$
Os pontos não correspondem à equação.

**c.** $x - 3y = -3$
Para $(-3, 0)$: $-3 - 3 \cdot 0 = -3$
Para $(3, 2)$: $3 - 3 \cdot 2 = 3 - 6 = -3$
Os pontos correspondem à equação.

**d.** $3x - 3y = -3$
Para $(-3, 0)$: $-3 \cdot 3 - 3 \cdot 0 = -9$
Para $(3, 2)$: $3 \cdot 3 - 3 \cdot 2 = 9 - 6 = 3$
Os pontos não correspondem à equação.

Portanto, a alternativa **c** é a correta.

**5.** Respostas possíveis: $x + y = 0$ ou $x - y = 0$.

## Atividades – Páginas 180 e 181

**6. a.** $\begin{cases} x + 6y = 5 \quad \text{(I)} \\ 2x - 3y = 5 \text{ (II)} \end{cases}$

Pelo método da substituição, isolando $x$ na equação (I): $x + 6y = 5$
$x = 5 - 6y$
Substituindo $x$ por $5 - 6y$ na equação (II):
$2x - 3y = 5$
$2(5 - 6y) - 3y = 5$
$10 - 12y - 3y = 5$
$-15y = -5$
$y = \frac{5}{15}$
$y = \frac{1}{3}$
Substituindo o valor de $y = \frac{1}{3}$ na equação (I):
$x + 6y = 5$
$x + 6 \cdot \frac{1}{3} = 5$
$x + 2 = 5$
$x = 3$
Logo, a solução do sistema é $\left(3, \frac{1}{3}\right)$.

**b.** $\begin{cases} 6x + y = 5 \quad \text{(I)} \\ -3x + 2y = 5 \text{ (II)} \end{cases}$

Pelo método da substituição, isolando $y$ na equação (I): $6x + y = 5$
$y = 5 - 6x$
Substituindo $y$ por $5 - 6x$ na equação (II):
$-3x + 2y = 5$
$-3x + 2(5 - 6x) = 5$
$-3x + 10 - 12x = 5$
$-15x = -5$
$x = \frac{5}{15}$
$x = \frac{1}{3}$
Substituindo o valor de $x = \frac{1}{3}$ na equação (I):
$6x + y = 5$
$6 \cdot \frac{1}{3} + y = 5$
$2 + y = 5$
$y = 3$
Logo, a solução do sistema é $\left(\frac{1}{3}, 3\right)$.

**c.** $\begin{cases} 3x + 5y = 11 \\ 4x - 5y = 38 \end{cases}$

Pelo método da adição:
$+ \begin{cases} 3x + 5y = 11 \\ 4x - 5y = 38 \end{cases}$
$7x - 0y = 49$
$x = \frac{49}{7}$
$x = 7$
Substituindo o valor de $x = 7$ na primeira equação:
$3x + 5y = 11$
$3 \cdot 7 + 5y = 11$
$21 + 5y = 11$
$5y = -10$
$y = -\frac{10}{5}$
$y = -2$
Logo, a solução do sistema é $(7, -2)$.

**7.** Sendo $x$ os adultos e $y$ as crianças, podemos montar o sistema:

$\begin{cases} x + y = 48 \quad \text{(I)} \\ y - 10 = x \quad \text{(II)} \end{cases}$

Pelo método da substituição, substituindo $x$ por $y - 10$ na equação (I):
$x + y = 48$
$y - 10 + y = 48$

MODERNA

$2y - 10 = 48$

$2y = 58$

$y = \frac{58}{2}$

$y = 29$

Substituindo o valor de $y = 29$ na equação (II):

$x = y - 10$

$x = 29 - 10$

$x = 19$

Portanto, nessa festa havia 29 crianças e 19 adultos.

**8.** Com os dados do problema podemos montar o seguinte sistema.

Sendo $x$ o número de acertos e $y$ o número de erros, podemos montar o sistema:

$$\begin{cases} x + y = 50 \quad \text{(I)} \\ 5x - 3y = 130 \text{ (II)} \end{cases}$$

Isolando $y$ na equação (I), obtemos $y = 50 - x$.

Substituindo $y$ por $50 - x$ na equação (II):

$5x - 3 \cdot (50 - x) = 130$

$5x - 150 + 3x = 130$

$8x = 280$

$x = 35$

A pessoa acertou 35 questões.

**9.** Chamando a medida do comprimento da base de $x$ e a medida do comprimento da altura de $y$, podemos escrever o seguinte sistema:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 32 \quad \text{(I)} \\ y = x - 4 \quad \text{(II)} \end{cases}$$

Substituindo $y$ por $x - 4$ na equação (I):

$2x + 2 \cdot (x - 4) = 32$

$2x + 2x - 8 = 32$

$4x = 40$

$x = 10$

A medida do comprimento da sua base é 10 cm.

Substituindo o valor de $x = 10$ na equação (II):

$y = 10 - 4 = 6$

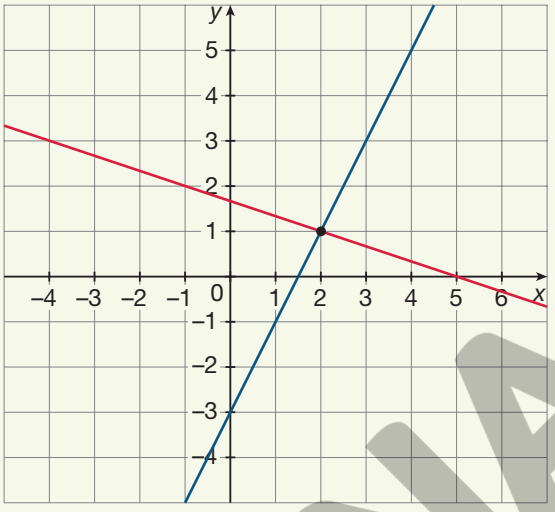
A medida de sua altura é 6 cm.

Calculando a medida da área desse retângulo, temos:

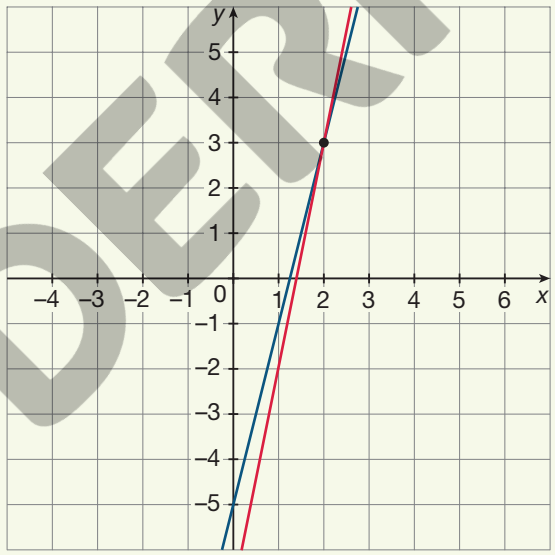
$10 \cdot 6 = 60$

A medida da área desse retângulo é 60 $cm^2$.

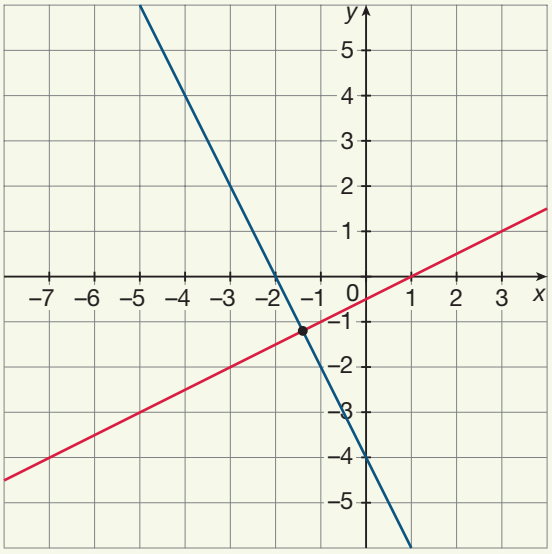
**10. a.**




**b.**




**c.**




ILUSTRAÇÕES: ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

MODERNA

**11.** Considerando $x$ o preço da gasolina e $y$ o preço do etanol, podemos montar o seguinte sistema de equações.

$$\begin{cases} x + y = 170 & \text{(I)} \\ 0{,}7x = y & \text{(II)} \end{cases}$$

Substituindo $y$ por $0{,}7x$ na equação (I):
$x + 0{,}7x = 170$
$1{,}7x = 170$
$x = 100$
Substituindo o valor de $x = 100$ na equação (I):
$100 + y = 170$
$y = 70$
O condutor gastou R$ 100,00 em gasolina e R$ 70,00 em etanol.

**12.** Considerando $x$ a quantidade de extintores e $y$ a quantidade de saídas de emergência, podemos montar o seguinte sistema de equações.

$$\begin{cases} x + y = 29 & \text{(I)} \\ y + 5 = x & \text{(II)} \end{cases}$$

Substituindo $x$ por $y + 5$ na equação (I):
$y + 5 + y = 29$
$2y = 24$
$y = 12$
Substituindo o valor de $y = 12$ na equação (II):
$12 + 5 = x$
$x = 17$
São 17 placas de extintores e 12 placas de saída de emergência.

**13. a.** Resposta pessoal.
**b.** Resposta pessoal.
**c.** Considerando $x$ a quantidade de estudantes e $y$ a quantidade de não estudantes, podemos montar o seguinte sistema de equações.

$$\begin{cases} x + y = 125 & \text{(I)} \\ 10x + 20y = 2.140 & \text{(II)} \end{cases}$$

Isolando $y$ na equação (I), obtemos $y = 125 - x$.
Substituindo $y$ por $125 - x$ na equação (II):
$10x + 20(125 - x) = 2.140$
$10x + 2.500 - 20x = 2.140$
$-10x = -360$
$10x = 360$
$x = 36$
36 estudantes assistiram ao filme.

## Atividades – Página 183

**14. a.** Espera-se que os estudantes respondam que não, pois esta é uma equação do 2º grau em que $b = 0$.
**b.** $a = 20$, $b = 0$ e $c = -80$

**15. a.** Que a equação $20x^2 - 80 = 0$ é incompleta, pois $b = 0$.
**b.** $20x^2 + 0x - 80 = 0$

## Atividades – Página 185

**16. a.** A: $x^2 = 625$; B: $x^2 = 1.000$; C: $(x + 1)^2 = 400$; D: $(x + 2)^2 = 900$.
**b.** A: $x = 25$ cm, pois $(25 \text{ cm})^2 = 625 \text{ cm}^2$;
B: $x = 10\sqrt{10}$ cm, pois $(10\sqrt{10} \text{ cm})^2 = 1.000 \text{ cm}^2$;
C: $x = 19$ dm, pois $(19 \text{ dm} + 1 \text{ dm})^2 = (20 \text{ dm})^2 = 400 \text{ dm}^2$;
D: $x = 28$ km, pois $(28 \text{ km} + 2 \text{ km})^2 = (30 \text{ km})^2 = 900 \text{ km}^2$.

**17. a.** $x^2 - 25 = 0$
$x^2 = 25$
$x = 5$, pois $5^2 = 25$
$x = -5$, pois $(-5)^2 = 25$
As raízes reais da equação são $-5$ e 5.
**b.** $x^2 - 2x = 0$
$x(x - 2) = 0$
$x = 0$ e $x - 2 = 0$
$x - 2 = 0$
$x = 2$
As raízes reais da equação são 0 e 2.
**c.** $2x^2 - 200 = 0$
$2x^2 = 200$
$x^2 = \frac{200}{2}$
$x^2 = 100$
$x = 10$, pois $10^2 = 100$
$x = -10$, pois $(-10)^2 = 100$
As raízes reais da equação são $-10$ e 10.
**d.** $4x^2 - 16 = 0$
$4x^2 = 16$
$x^2 = \frac{16}{4}$
$x^2 = 4$
$x = 2$, pois $2^2 = 4$
$x = -2$, pois $(-2)^2 = 4$
As raízes reais da equação são $-2$ e 2.
**e.** $x^2 + 25x = 0$
$x(x + 25) = 0$
$x = 0$ e $x + 25 = 0$
$x + 25 = 0$
$x = -25$
As raízes reais da equação são 0 e $-25$.
**f.** $x^2 + 100x = 0$
$x(x + 100) = 0$
$x = 0$ e $x + 100 = 0$
$x + 100 = 0$
$x = -100$
As raízes reais da equação são 0 e $-100$.

MODERNA

**18.** A medida da área de todo painel é 9.375 cm². Como o painel é composto de 15 azulejos, a medida da área de cada azulejo é determinada:

$9.375 : 15 = 625$

Sendo $x$ a medida do comprimento do lado do azulejo, podemos escrever a seguinte equação do 2º grau:

$x^2 = 625$

$x = 25$, pois $25^2 = 625$

A medida do comprimento do lado de cada azulejo é 25 cm.

**19. a.** $x^2 = 16$ **c.** $x^2 + 9 = 0$

**b.** $2x^2 = 8$ **d.** $x^2 = 3x$

## Atividades – Páginas 188

**20. a.** $(100 - 2)^2 = 100^2 - 2 \cdot 100 \cdot 2 + 2^2 =$
$= 10.000 - 400 + 4 = 9.604$

**b.** Resposta possível: $(100 + 8)^2$
$(100 + 8)^2 = 100^2 + 2 \cdot 100 \cdot 8 + 8^2 =$
$= 10.000 + 1.600 + 64 = 11.664$

**21. a.** $(x + 5)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = x^2 + 10x + 25$

**b.** $(2 + 8x)^2 = 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 8x + (8x)^2 =$
$= 4 + 32x + 64x^2$

**c.** $(2x - 7)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot (2x) \cdot 7 + 7^2 = 4x^2 - 28x + 49$

**d.** $(9 - 4x)^2 = 9^2 - 2 \cdot 9 \cdot 4x + (4x)^2 =$
$= 81 - 72x + 16x^2$

**22. a.** Ele pode escrevê-las da seguinte maneira: $(20 + 15) \cdot (20 - 15)$

**b.** $500^2 - 250^2 = (500 + 250) \cdot (500 - 250) =$
$= 750 \cdot 250 = 187.500$

**23.** Resposta possível: Escrevo $x^2 - 25$ na forma $(x + 5) \cdot (x - 5)$; logo:

$x + 5 = 0$ ou $x - 5 = 0$

Portanto, $x = -5$ ou $x = 5$.

**24. a.** $x^2 + 4x + 4 = 0$
$x^2 + 2 \cdot 2 \cdot x + 2^2 = 0$
$(x + 2)^2 = 0$

**b.** $(x + 2)^2 = 0$
$(x + 2) = 0$
$x = -2$.

Portanto, duas raízes iguais a $-2$.

**25. a.** Quadrado vermelho: $a^2 = 169$ cm²
$a = 13$ cm, pois $(13 \text{ cm})^2 = 169 \text{ cm}^2$
Quadrado laranja: $b^2 = 100$ cm²
$b = 10$ cm, pois $(10 \text{ cm})^2 = 100 \text{ cm}^2$

**b.** As medidas dos lados do retângulo azul são $a$ e $b$, calculando sua medida de área, temos:
$10 \cdot 13 = 130$
A medida da área do retângulo azul é 130 cm².

**c.** $(a + b)^2$ ou $a^2 + 2ab + b^2$;
Medida da área do quadrado:
$(10 + 13)^2 = 23^2 = 529$
A medida da área do quadrado é 529 cm².

## Atividades – Páginas de 190 a 192

**26.** Sendo $x$ a medida da altura da janela, a medida do seu comprimento pode ser escrito como $x + 0{,}80$.

Pois 80 cm = 0,8 m

Se a medida da área da janela deve ser 2,4 m², podemos escrever:

$x \cdot (x + 0{,}8) = 2{,}4$

$x^2 + 0{,}8x = 2{,}4$

$x^2 + 0{,}8x - 2{,}4 = 0$

Usando a fórmula resolutiva:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(0{,}8) \pm \sqrt{(0{,}8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2{,}4)}}{2 \cdot 1} =$$

$$= \frac{-0{,}8 \pm \sqrt{0{,}64 + 9{,}6}}{2} =$$

$$= \frac{-0{,}8 \pm \sqrt{10{,}24}}{2} = \frac{-0{,}8 \pm 3{,}2}{2}$$

$$x_1 = \frac{-0{,}8 + 3{,}2}{2} = \frac{2{,}4}{2} = 1{,}2$$

$$x_2 = \frac{-0{,}8 - 3{,}2}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

Como $x$ é uma medida de comprimento, deve ser um número positivo.

Então, para a medida da altura $x = 1{,}2$ m, a medida do comprimento será:

$1{,}20 + 0{,}80 = 2{,}0$

A medida da altura da janela é 1,2 m e a medida do comprimento é 2 m.

**27. a.** Espera-se que o estudante responda que ele fez isso porque, dessa forma, é possível encontrar as raízes da equação sem usar a fórmula resolutiva.

**b.** Espera-se que o estudante responda que isso aconteceu porque, ao "arrumar" a equação, apareceram dois fatores iguais a $(x - 2)$ na multiplicação.

**c.** Espera-se que o estudante responda que ele deverá substituir $x$ por 2 na equação e verificar se a igualdade se mantém.

MODERNA

**d.** A equação a ser resolvida é: $x^2 - 4x + 4 = 0$.

Usando a fórmula resolutiva:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} =$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2}$$

$$x_1 = \frac{4 + 0}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{4 - 0}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

**28.** Usando a igualdade proposta no problema, podemos escrever:

$4(x + 8) = x^2$

$x^2 = 4x + 32$

$x^2 - 4x - 32 = 0$

Usando a fórmula resolutiva:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-32)}}{2 \cdot 1} =$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{144}}{2} = \frac{4 \pm 12}{2}$$

$$x_1 = \frac{4 + 12}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

$$x_2 = \frac{4 - 12}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

Como $x$ é uma medida, o único valor válido é $x = 8$.

**29.** $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1^2$

$x^2 - 1^2 = 224$

$x^2 - 1 = 224$

$x^2 = 225$

$x = 15$, pois $15^2 = 225$

Logo, as dimensões do campo são 14 m $(15 - 1)$ e 16 m $(15 + 1)$.

**30.** Sendo $x$ a medida da largura da placa de madeira, podemos escrever a medida de seu comprimento como $x + 40$.

A equação que representa a medida da área dessa placa é:

$x(x + 40) = 1.200$

$x^2 + 40x - 1.200 = 0$

Usando a fórmula resolutiva:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(40) \pm \sqrt{(40)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1.200)}}{2 \cdot 1} =$$

$$= \frac{-40 \pm \sqrt{1.600 + 4.800}}{2} = \frac{-40 \pm \sqrt{6.400}}{2} =$$

$$= \frac{-40 \pm 80}{2}$$

$$x_1 = \frac{-40 + 80}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

$$x_2 = \frac{-40 - 80}{2} = \frac{-120}{2} = -60$$

Como $x$ é uma medida de comprimento, deve ser um número positivo.

Então, para a medida da largura $x = 20$ cm, a medida do comprimento será:

$$20 + 40 = 60$$

A medida da largura é 20 cm e a medida do comprimento é 60 cm.

**31. a.** A medida do comprimento do lado de cada quadrado que representa uma sala.

**b.** $(2x + 2) \cdot (4 + 3x) = 228$

$8x + 8 + 6x^2 + 6x = 228$

$6x^2 + 14x + 8 - 228 = 0$

$6x^2 + 14x - 220 = 0$

A equação que resolve o problema é:

$6x^2 + 14x - 220 = 0$.

**c.** $6x^2 + 14x - 220 = 0$

Usando a fórmula resolutiva:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x \frac{-(14) \pm \sqrt{(14)^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-220)}}{2 \cdot 6} =$$

$$= \frac{-14 \pm \sqrt{196 + 5.280}}{12} = \frac{-14 \pm \sqrt{5.476}}{12} =$$

$$= \frac{-14 \pm 74}{12}$$

$$x_1 = \frac{-14 + 74}{12} = \frac{60}{12} = 5$$

$$x_2 = \frac{-14 - 74}{12} = \frac{-88}{12} = -\frac{22}{3}$$

**d.** Não, pois, como o $x$ da equação corresponde à medida do comprimento do lado, devemos desconsiderar a solução $-\frac{22}{3}$.

MODERNA

**e.** A medida da área de cada sala é 25 m² ($5^2$) e, como são seis salas, então:

$6 \cdot 25 = 150$

A medida da área ocupada pelas seis salas é 150 m².

## Atividade – Página 193

**32.** Espera-se que os estudantes respondam que:

- As equações do tipo $ax^2 + bx = 0$, com $a \neq 0$ e $b$ real, apresentam duas raízes diferentes, sendo uma delas igual a zero.
- As equações do tipo $ax^2 = 0$, com $a \neq 0$, apresentam sempre duas raízes reais e iguais a zero.
- As equações do tipo $ax^2 + c = 0$, com $a \neq 0$ e $c$ real, apresentam duas raízes reais diferentes e opostas ou não têm raízes reais.

## Tratamento da informação – Página 195

**1.** Resposta pessoal. Como a população estudada é apenas os colegas de classe, espera-se que os estudantes respondam que deverão entrevistar todos os colegas.

**2.** Resposta pessoal. É importante que constem perguntas que respondam às questões motivadoras, relacionando ao gênero, faixa etária e condição de trabalho dos colegas entrevistados.

## Atividades finais do Capítulo 6 – Página 196

**1. a.** $x + 2y = 3$

Se $x = 1$ e $y = 1$:

$1 + 2 \cdot 1 = 3$

(1, 1) é solução da equação.

**b.** $\frac{x}{2} - y = \frac{1}{2}$

Se $x = 1$ e $y = 0$:

$\frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2}$

(1, 0) é solução da equação.

**c.** $3x - 3 = 5y$

Se $x = 1$ e $y = 0$:

$3 \cdot 1 - 3 = 5 \cdot 0$

$3 - 3 = 0$

(1, 0) é solução da equação.

**d.** $-x - y = -1$

Se $x = 1$ e $y = 0$:

$-1 - 0 = -1$

(1, 0) é solução da equação.

**2. a.** Substituindo o par $(x, -3)$ na equação $5x - 2y = -4$, temos:

$5x - 2 \cdot (-3) = -4$

$5x + 6 = -4$

$5x = -4 - 6$

$5x = -10$

$x = -\frac{10}{5}$

$x = -2$

**b.** Substituindo o par $(2, y)$ na equação $-12x + 5y = 20$, temos:

$-12 \cdot 2 + 5y = 20$

$-24 + 5y = 20$

$5y = 20 + 24$

$5y = 44$

$y = \frac{44}{5}$

$y = 8{,}8$

**3.** Vamos testar o par ordenado (2, 0), pertencente à reta, em cada alternativa para encontrar a solução.

**a.** $4x - 5y = 4$

Para (2, 0):

$4 \cdot 2 - 5 \cdot 0 = 8 - 0 = 8$

Não é essa equação que está representada no plano cartesiano.

**b.** $-x - y = 14$

Para (2, 0):

$-2 - 0 = -2$

Não é essa equação que está representada no plano cartesiano.

**c.** $x + 2y = 10$

Para (2, 0):

$2 + 2 \cdot 0 = 2$

Não é essa equação que está representada no plano cartesiano.

**d.** $2x - y = 4$

Para (2, 0):

$2 \cdot 2 - 0 = 4$

Essa é a equação que está representada no plano cartesiano.

Portanto, alternativa **d**.

**4.** Os votos válidos foram: $1.230 - 83 = 1.147$.

Com os dados do problema, sendo $x$ a quantidade de votos do vencedor, e $y$ a quantidade de votos do candidato que não ganhou, podemos escrever o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} x + y = 1.147 & \text{(I)} \\ x = 145 + y & \text{(II)} \end{cases}$$

Substituindo $x$ por $145 + y$ na equação (I):

$145 + y + y = 1.147$

$145 + 2y = 1.147$

$2y = 1.147 - 145$

$2y = 1.002$

MODERNA

$y = \frac{1.002}{2}$

$y = 501$

Substituindo o valor de $y = 501$ na equação (II):

$x = 145 + 501 = 646$

O candidato que não ganhou recebeu 501 votos, e o candidato que venceu obteve 646 votos.

**5. a.** $x^2 + 2x - 35 = 0$

Usando a fórmula resolutiva:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x\ \frac{-(2) \pm \sqrt{(2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-35)}}{2 \cdot 1} =$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 140}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{144}}{2} = \frac{-2 \pm 12}{2}$$

$$x_1 = \frac{-2 + 12}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{-2 - 12}{2} = \frac{-14}{2} = -7$$

**b.** $x^2 - 3x + 2 = 0$

Usando a fórmula resolutiva:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x\ \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} =$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = \frac{3 + 1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{3 - 1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

**c.** $x^2 + 14x + 49 = 0$

Usando a fórmula resolutiva:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-14 \pm \sqrt{14^2 - 4 \cdot 1 \cdot 49}}{2 \cdot 1} =$$

$$= \frac{-14 \pm \sqrt{196 - 196}}{2} = \frac{-14 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{-14 \pm 0}{2}$$

$$x_1 = \frac{-14 + 0}{2} = \frac{-14}{2} = -7$$

$$x_2 = \frac{-14 - 0}{2} = \frac{-14}{2} = -7$$

**d.** $4x^2 - 16 = 0$

$4x^2 = 16$

$x^2 = \frac{16}{4}$

$x^2 = 4$

$x = 2$, pois $2^2 = 4$

ou

$x = -2$, pois $(-2)^2 = 4$

**e.** $3x^2 + 6x = 0$

$x(3x + 6) = 0$

$x = 0$

ou

$3x + 6 = 0$

$3x = -6$

$x = -\frac{6}{3}$

$x = -2$

**f.** $6x^2 - 12x = 0$

$x(6x - 12) = 0$

$x = 0$

ou

$6x - 12 = 0$

$6x = 12$

$x = \frac{12}{6}$

$x = 2$

**6. a.** $(3x + 1)^2 + 4x \cdot (-2)$

$9x^2 + 2 \cdot 3x \cdot 1 + 1 - 8x$

$9x^2 + 6x + 1 - 8x$

$9x^2 - 2x + 1$

**b.** $(2x + 3y)^2 - (3x + 2y)^2$

$4x^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3y + 9y^2 - (9x^2 + 2 \cdot 3x \cdot 2y + 4y^2)$

$4x^2 + 12xy + 9y^2 - (9x^2 + 12xy + 4y^2)$

$4x^2 + 12xy + 9y^2 - 9x^2 - 12xy - 4y^2$

$-5x^2 + 5y^2$

**c.** $(a + 3b)^2 - (5a + 2b)^2 - (-2b)^2$

$a^2 + 2 \cdot a \cdot 3b + 9b^2 - (25a^2 + 2 \cdot 5a \cdot 2b +$

$+ 4b^2) - (4b^2)$

$a^2 + 6ab + 9b^2 - (25a^2 + 20ab + 4b^2) - (4b^2)$

$a^2 + 6ab + 9b^2 - 25a^2 - 20ab - 4b^2 - 4b^2$

$-24a^2 - 14ab + b^2$

**d.** $4(2y + 1)^2 - 2(3y + 2)^2 + (y + 5)^2$

$4(4y^2 + 2 \cdot 2y \cdot 1 + 1^2) - 2(9y^2 + 2 \cdot 3y \cdot 2 +$

$+ 2^2) + y^2 + 2 \cdot y \cdot 5 + 5^2$

$4(4y^2 + 4y + 1) - 2(9y^2 + 12y + 4) + y^2 +$

$+ 10y + 25$

$16y^2 + 16y + 4 - 18y^2 - 24y - 8 + y^2 +$

$+ 10y + 25$

$-y^2 + 2y + 21$

MODERNA

## Avaliação do Capítulo 6 – Páginas 200 e 201

### Revisando o conteúdo

**a.** Resposta pessoal. **b.** Resposta pessoal.

### Aplicando seus conhecimentos

**1.** Alternativa **b**.

O ponto (6, 0) pertence a reta, então vamos testá-lo em todas as alternativas.

**a.** $x + 3y = -6$

$6 + 3 \cdot 0 = 6$

O ponto (6, 0) não é solução da equação $x + 3y = -6$.

**b.** $x + 3y = 6$

$6 + 3 \cdot 0 = 6$

O ponto (6, 0) é solução da equação $x + 3y = 6$.

**c.** $3x - y = -6$

$3 \cdot 6 - 0 = 18$

O ponto (6, 0) não é solução da equação $3x - y = -6$.

**d.** $3x + y = 6$

$3 \cdot 6 + 0 = 18$

O ponto (6, 0) não é solução da equação $x + 3y = 6$.

Portanto, alternativa **b** é a correta.

**2.** Alternativa **c**.

Sendo $x$ o valor que um profissional juntou, e $y$ o valor que o outro juntou, podemos escrever o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} x + y = 980 & \text{(I)} \\ x = y + 90 & \text{(II)} \end{cases}$$

Substituindo $x$ por $y + 90$ na equação (I):

$y + 90 + y = 980$

$2y + 90 = 980$

$2y = 890$

$y = \frac{890}{2}$

$y = 445$

Substituindo o valor de $y = 445$ na equação (II):

$x = 445 + 90 = 535$

Um profissional juntou R$ 445,00 e o outro juntou R$ 535,00.

**3.** Alternativa **b**.

Sendo $x$ a quantidade de pessoas que pagou inteiro na entrada e $y$ a quantidade de pessoas que pagou meia, a situação pode ser representada pelo seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} 40x + 20y = 2.600 & \text{(I)} \\ x + y = 80 & \text{(II)} \end{cases}$$

Isolando $y$ na equação (II), obtemos $y = 80 - x$.

Substituindo $y$ por $80 - x$ na equação (I):

$40x + 20(80 - x) = 2.600$

$40x + 1.600 - 20x = 2.600$

$20x = 1.000$

$x = 50$

Pagaram entrada inteira 50 pessoas.

**4.** Alternativa **d**.

Medida da área de cada peça:

$126.000 : 35 = 3.600$

A medida de área de cada peça é 3.600 cm².

A medida do comprimento do lado de cada peça é 60 cm, pois 60 cm · 60 cm = 3.600 cm².

**5.** Alternativa **c**.

Sendo $a$ e $b$ esses dois números, podemos escrever o sistema de equações:

$$\begin{cases} a + b = 10 & \text{(I)} \\ a^2 - b^2 = 40 & \text{(II)} \end{cases}$$

Isolando $a$ na equação (I), obtemos $a = b - 10$.

Substituindo $a$ por $b - 10$ na equação (II):

$(b - 10)^2 - b^2 = 40$

$b^2 - 2 \cdot b \cdot 10 + 100 - b^2 = 40$

$-20b = 40 - 100$

$-20b = -60$

$b = \frac{-60}{-20}$

$b = 3$

Substituindo o valor de $b = 3$ na equação (I):

$a + 3 = 10$

$a = 10 - 3$

$a = 7$

O maior número é o 7.

**6.** Alternativa **b**.

Considerando $x$ e $x + 10$ as medidas da largura e do comprimento do panfleto e conhecendo a medida da área, podemos escrever:

$x(x + 10) = 144$

$x^2 + 10x - 144 = 0$

Usando a fórmula resolutiva:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(10) \pm \sqrt{(10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-144)}}{2 \cdot 1} =$$

$$= \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 576}}{2} =$$

$$= \frac{-10 \pm \sqrt{676}}{2} = \frac{-10 \pm 26}{2}$$

MODERNA

$$x_1 = \frac{-10 + 26}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

$$x_2 = \frac{-10 - 26}{2} = \frac{-36}{2} = -18$$

Como $x$ é uma medida de comprimento, deve ser positiva, logo, $x = 8$.

**7.** Alternativa **d**.

Quando o discriminante é menor que zero, não existem raízes reais, pois não existe raiz quadrada de número negativo.

## Capítulo 7 – Funções

### Páginas de 204 a 230

#### Objetivos e justificativas

- Identificar e representar situações por expressões matemáticas.
- Entender o conceito de função e como elas são definidas, aprofundando nos elementos de uma função afim.
- Aprender a ler e representar graficamente uma função no plano cartesiano.
- Compreender as vantagens de diferentes tipos de gráficos para representar diferentes dados obtidos em uma pesquisa.
- Tomar consciência da gravidade da situação da violência contra a mulher e entender como ter uma fonte de renda própria pode ajudá-la a se proteger.

O estudo de funções é fundamental para o cotidiano, pois elas são a base para compreender e modelar uma variedade de fenômenos naturais e processos humanos. Na Matemática, uma função pode ser vista como uma máquina que, dado um número (ou conjunto de números), nos fornece outro número de acordo com uma regra específica. Isso é análogo a muitas situações da vida real, como calcular juros bancários, prever o crescimento populacional ou até mesmo entender como a velocidade de um objeto muda ao longo do tempo.

Estudar funções afins é particularmente valioso, pois elas descrevem uma relação direta e proporcional entre variáveis, o que é comum em muitas situações práticas. Além disso, a simplicidade da função afim facilita a compreensão de conceitos mais complexos em Matemática, tornando-a uma ferramenta didática importante. Assim, aprender a analisar gráficos e representar situações por meio de expressões matemáticas justifica-se por propiciar uma base para resolver problemas reais e tomar decisões informadas no dia a dia.

Organizar dados em diferentes tipos de gráficos permite uma visualização clara e imediata das informações. Gráficos de barras, linhas ou setores facilitam a compreensão de tendências e padrões, tornando-se ferramentas decisivas na análise e tomada de decisões. Seja para avaliar o desempenho de vendas de um negócio, entender a distribuição de votos em uma eleição, seja para acompanhar a evolução de um fenômeno climático, os gráficos transformam números complexos em representações visuais intuitivas. Portanto, dominar a arte de organizar e interpretar dados gráficos é uma habilidade valiosa, que transcende o ambiente acadêmico e se aplica diretamente às necessidades práticas da vida moderna.

Já o estudo da independência financeira é fundamental especialmente para as mulheres, como um caminho para a redução de violências, pois confere a elas maior controle sobre suas próprias vidas e decisões. A capacidade de gerar e administrar recursos próprios é uma forma de empoderamento que permite às mulheres saírem de situações de dependência que muitas vezes estão associadas a contextos de abuso e violência.

#### Resoluções das atividades

### Atividades – Página 209

**1.**

**Relação entre a quantidade de sacas de feijão-carioca e o valor a pagar**

| Quantidade de sacas | 1 | 2 | 10 | 100 | 200 |
|---|---|---|---|---|---|
| Valor a pagar (em R$) | 270 | 540 | 2.700 | 27.000 | 54.000 |

**a.** Como o valor de uma saca de feijão-carioca custa R$ 270,00, então, para determinar o valor pago por qualquer quantidade de sacas desse feijão, basta multiplicar a quantidade de sacas de feijão-carioca por 270.

Assim, podemos escrever a lei de formação $y = 270x$, em que $y$ é o valor a ser pago e $x$ é a quantidade de sacas de feijão-carioca.

**b.** Cada saca possui 60 kg de feijão-carioca, e 6 toneladas correspondem a 6.000 kg. Assim, temos:

$6.000 : 60 = 100$

$100 \cdot 270 = 27.000$

Essa cooperativa arrecadará com a venda R$ 27.000,00.

**2. a.** Falsa, pois, independentemente da medida da velocidade do automóvel, a medida da distância entre as cidades não varia.

**b.** Verdadeira, pois, se o carro aumentar da medida da velocidade média, diminuirá a medida do tempo para viajar de uma cidade para a outra.

**c.** Verdadeira, pois, quanto maior a medida de distância do percurso, maior será a medida do tempo gasto em viagem.

**3. a.** Como Alessandra recebe R$ 150,00 por dia trabalhado, para descobrir quanto ela receberá após uma certa quantidade de dias, basta multiplicar o número de dias por 150.

EM MODERNA

Assim, podemos escrever a lei da função $f(x) = 150 \cdot x$, em que $f(x)$ é o valor recebido (em R$) e $x$ é a quantidade de dias trabalhados.

**b.** Utilizando a função estabelecida no item anterior, sabemos que o valor recebido por Alessandra por um trabalho de 14 dias é $f(14) = 150 \cdot 14 = 2.100$.

Então, Alessandra receberá R$ 2.100,00 para trabalhar 14 dias consecutivos.

**c.** $4.500 : 150 = 30$

Alessandra trabalhou 30 dias para receber R$ 4.500,00.

**4. a.** $f(23) = \frac{23 + 3}{23} = \frac{26}{23}$

**b.** $f(3) = \frac{3 + 3}{3} = 2$

**c.** $3 = \frac{x + 3}{x}$

$3x = x + 3$

$2x = 3$

$x = \frac{3}{2}$

**d.** $0 = \frac{x + 3}{x}$

$0 = x + 3$

$x = -3$

## Atividades – Páginas 215 e 216

**5. a.** Resposta pessoal. Os estudantes podem mencionar o impacto ambiental das embalagens plásticas.

**b.**

**Relação entre a medida da massa de garrafas PET e o preço total pago**

| Medida da massa (em kg) | 1 | 3 | 5 | 6 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|
| Preço (em R$) | 0,98 | 2,94 | 4,9 | 5,88 | 7,84 |

$2,94 : 0,98 = 3$

$4,90 : 0,98 = 5$

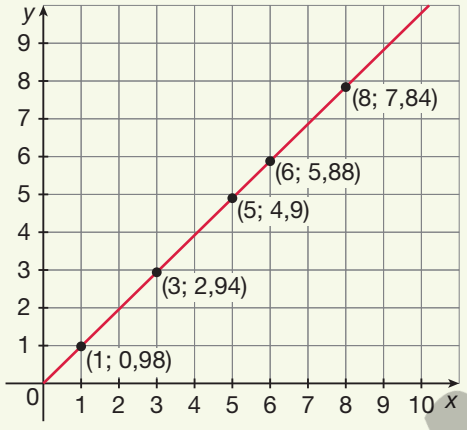
$6 \cdot 0,98 = 5,88$

$8 \cdot 0,98 = 7,84$

**c.** Como cada quilograma de garrafa PET custa R$ 0,98, para determinar o preço pago por qualquer quantidade de quilogramas de garrafa PET, basta multiplicar a quantidade de quilogramas de garrafa PET por 0,98.

Assim, podemos escrever a lei de formação $f(x) = 0,98x$, em que $f(x)$ é o preço pago (em R$) e $x$ é a medida da massa de garrafas PET (em kg).

**d.**




ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

**6.** Sim, pois a grandeza tempo pode assumir qualquer valor real.

**7.** Podemos imaginar traçar retas paralelas ao eixo $y$ e verificarmos se cada reta intersecta o gráfico em um único ponto. Em caso afirmativo, o gráfico representa uma função.

Assim, no gráfico do item **a** cada reta paralela ao eixo $y$ intersectará o gráfico apenas uma vez, então esse gráfico representa uma função; já no gráfico do item **b**, em quase todo o gráfico as retas paralelas ao eixo $y$ intersectarão o gráfico duas vezes, então esse gráfico não representa uma função.

**8. a.** $1 : 4 = 0,25$

$0,25 \cdot 6 = 1,5$

No 6º dia, a medida da altura da planta era 1,5 cm.

**b.** $10 : 0,25 = 40$

A planta atingiu 10 cm no 40º dia.

**c.** Sim; $a = 0,25\,t$ ou $a = \frac{1}{4}\,t$, em que $a$ é a medida da altura da planta (em cm) e $t$ é a medida do tempo (em dias).

## Atividades – Página 221

**9. a.** Sim, observando o quadro e o gráfico podemos perceber que, à medida que o valor de $x$ aumenta, o valor de $f(x)$ também aumenta.

**b.** Crescente, pois o valor de $f(x)$ aumenta sempre que o valor de $x$ aumenta.

**10. a.** $f(x) = 2x + 1$

$0 = 2x + 1$

$2x = -1$

$x = -\frac{1}{2}$

**b.** $y = ax + b$

$0 = ax + b$

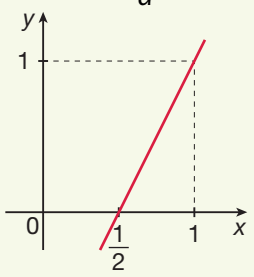
$ax = -b$

$x = -\frac{b}{a}$

MODERNA

O zero da função será um único número, em que $x = -\frac{b}{a}$, com $a \neq 0$.

**c.**




Zero da função

ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

**11.** Analisando cada lei de formação e gráfico, temos:

A: $y = 2$ é uma função constante representada por uma reta paralela ao eixo $x$ e que intersecta o eixo $y$ no ponto 2, que corresponde ao gráfico II.

B: Para a lei de formação da função $y = 4x$, temos:

| $x$ | $y = 4x$ |
|---|---|
| 0 | $y = 4 \cdot 0 = 0$ |
| 1 | $y = 4 \cdot 1 = 4$ |

O gráfico que passa pelos pontos (0, 0) e (1, 4) é o gráfico III.

C: Para a lei de formação da função $y = \frac{x-1}{2}$, temos:

| $x$ | $y = \frac{x-1}{2}$ |
|---|---|
| 0 | $y = \frac{0-1}{2} = -\frac{1}{2}$ |
| 1 | $y = \frac{1-1}{2} = 0$ |

O gráfico que passa pelos pontos $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ e (1, 0) é o gráfico I.

Portanto, as correspondências são: A − II, B − III, C − I.

**12. a.** $L(30) = 6 \cdot 30 - 3.000$

$L(30) = -2.820$

Se a empresa vender somente 30 produtos em um mês, ela terá um prejuízo de R$ 2.820,00.

**b.** $0 = 6x - 3.000$

$x = \frac{3.000}{6}$

$x = 500$

A partir de 501 produtos vendidos em um mês, a empresa começa a ter lucro.

**13. a.** Se utilizasse 23 GB pagaria o valor do plano mensal, R$ 54,99, pois seu plano permite utilizar até 25 GB por mês.

Já se utilizasse 30 GB, pagaria o valor do plano mensal mais o valor por cada GB consumido em excesso.

$54,99 + 5 \cdot 5 = 79,99$

Logo, se o consumidor utilizasse 30 GB pagaria R$ 79,99.

**b.** $64,99 - 54,99 = 10$

$10 : 5 = 2$

Esse consumidor utilizou 2 GB além dos que estavam disponíveis no plano mensal.

**c.** Como o valor do plano é R$ 54,99, com custo de R$ 5,00 para cada GB que exceda os 25 GB do plano, a lei de formação é $v(q) = 54,99 + 5q$, em que $v(q)$ é o valor da conta e $q$ é a quantidade excedente de GB.

## Tratamento da informação – Página 223

**1. a.** Resposta pessoal. Espera-se que, com o que foi aprendido na seção, os estudantes não respondam gráfico de linha, mas sim gráfico de setores, para comparar a distribuição percentual dos diferentes tipos de consumo de água.

**b.** Resposta pessoal.

**2. a.** Resposta pessoal.

**b.** Resposta pessoal.

**c.** Resposta pessoal.

## Atividades finais do Capítulo 7 – Páginas de 224 a 226

**1. a.** O lucro $L_s$ obtido na plantação de soja, em função da quantidade $x$ de quilogramas vendidos e do gasto com a produção, será a diferença entre o valor arrecadado com a venda e o valor gasto com a plantação. Assim, temos:

$L_s(x) = 1x - 0,75x$

**b.** O lucro $L_f$ obtido na plantação de feijão, em função da quantidade $x$ de quilogramas vendidos e do gasto com a produção, será a diferença entre o valor arrecadado com a venda e o valor gasto com a plantação. Assim, temos:

$L_f(x) = 1,2x - 0,85x$

**c.** Analisando o lucro de cada plantação para 10.000 quilogramas, temos:

$L_s = 10.000 - 0,75 \cdot 10.000$

$L_s = 2.500$

$L_f = 1,2 \cdot 10.000 - 0,85 \cdot 10.000$

$L_f = 12.000 - 8.500$

$L_f = 3.500$

Logo, o agricultor terá mais lucro na plantação de feijão.

MODENA

**2. a.** $2.250 + 3 \cdot 75 = 2.475$

$450 \cdot 3 = 1.350$

$1.350 - 2.475 = -1.125$

O marceneiro terá prejuízo de R$ 1.125,00.

**b.** A lei de formação será dada pela diferença do lucro que o marceneiro tem com cada estante e o valor fixo de mão de obra. Assim, temos:

$450 - 75 = 375$

$L(x) = 375x - 2.250$

**c.** $0 = 375x - 2.250$

$x = \frac{2.250}{375}$

$x = 6$

Esse marceneiro precisará vender 6 estantes em um mês para não ter lucro nem prejuízo.

**3. a.** $36 : 2 = 18$

Esse equipamento imprime 18 panfletos por minuto.

**b.** Se em cada minuto são impressos 18 panfletos (item **a**), então $n = 18t$, em que $n$ é a quantidade de panfletos impressos e $t$ o intervalo de tempo em minutos.

**c.** $n = 18t$

$n = 18 \cdot 30$

$n = 540$

Em meia hora, são impressos 540 panfletos.

**d.** $n = 18t$

$n = 18 \cdot 15$

$n = 270$

Não, pois em 15 minutos ele poderá imprimir, no máximo, 270 panfletos.

**4. a.** Para a loja A temos:

$s_A(x) = 1.500 + 0{,}02x$, em que $s_A(x)$ é o valor, em reais, do salário recebido pelo funcionário temporário e $x$ é o valor total, em reais, vendido por ele.

Para a loja B temos:

$s_B(x) = 0{,}05x$, em que $s_B(x)$ é o valor, em reais, do salário recebido pelo funcionário temporário e $x$ é o valor total, em reais, vendido por ele.

**b.** Para responder ao item, vamos analisar qual valor em vendas as duas lojas pagam a mesma quantia.

$1.500 + 0{,}02x = 0{,}05x$

$0{,}03x = 1.500$

$x = 50.000$

Assim, acima de R$ 50.000,00 em vendas totais mensais, será mais vantajoso trabalhar na loja B.

**5. a.** $y = -10 + 2x$

**b.** $-2 = -10 + 2x$

$2x = 8$

$x = 4$

Os funcionários terão até 4 horas para esvaziarem o *freezer* sem deixar nenhum alimento estragar.

**6. a.** Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes mencionem que como a medida da velocidade média é uma razão entre a medida de comprimento percorrida e a medida de tempo tomada para percorrê-la, então a medida do tempo médio para percorrer uma distância pode ser tomada pela razão entre a medida de comprimento dessa distância e a medida da velocidade média.

**b.** Resposta possível:

$1{,}2 = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$

$t(L) = \frac{L}{\frac{6}{5}}$

$t(L) = \frac{5}{6}L$, em que $L \geqslant 2{,}4$

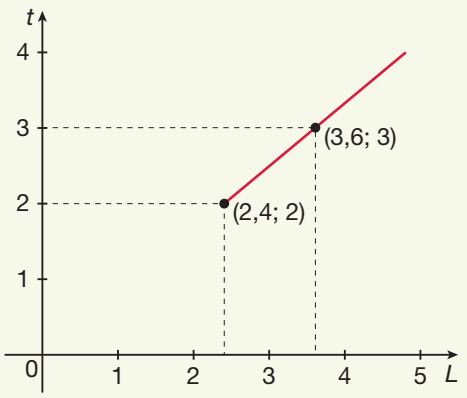
**c.** $t(L) = \frac{L}{1{,}2} = \frac{2{,}4}{1{,}2} = 2$

O menor valor de $t$ é 2 s.

**d.**

**Relação entre $L$ e $t(L)$**

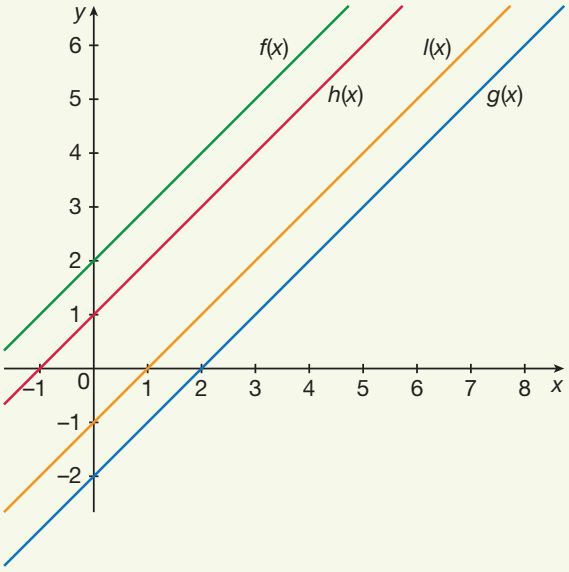
| $L$ | $t(L) = \frac{L}{1{,}2}$ |
|---|---|
| 2,4 | $t(2{,}4) = \frac{2{,}4}{1{,}2} = 2$ |
| 3,6 | $t(3{,}6) = \frac{3{,}6}{1{,}2} = 3$ |




ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

MODERNA

**7.**




ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

Espera-se que os estudantes percebam que o valor de $b$ ($y = ax + b$) determina o deslocamento vertical da reta em cada lei de formação.

**8.** $y = x$, pois é possível identificar, observando o gráfico, que o valor de cada abscissa é igual ao valor de cada ordenada dos pontos pertencentes à reta.

**9. a.** Verdadeira, pois, na função $f$, à medida que os valores de $x$ aumentam, os valores de $f(x)$ também aumentam, então essa é uma função crescente; na função $g$, à medida que os valores de $x$ aumentam, os valores de $g(x)$ diminuem, então essa é uma função decrescente.

**b.** Falsa, pois no gráfico a função $f$ passa pelo ponto (1, 2), mas $f(1) = 1 + 2 = 3$.

**c.** Falsa, pois no gráfico a reta também tem pontos no 3º quadrante, ou seja, assume valores negativos.

**d.** Verdadeira, pois o ponto (1, 2) é comum às duas retas que representam os gráficos das funções $f$ e $g$.

**e.** Verdadeira, pois $g(0) = -0 + 3 = 3$ e $g(1) = -1 + 3 = 2$, que corresponde a pontos pelos quais passa a reta que representa a função $g$. Como por dois pontos passa uma única reta, podemos entender que essa lei de formação é válida para todos os outros pontos do gráfico também.

**10. a.** Resposta pessoal.

**b.** Resposta pessoal.

## Avaliação do Capítulo 7 – Páginas 229 e 230

### Revisando o conteúdo

**a.** Resposta pessoal.

**b.** Resposta pessoal.

**c.** Respostas pessoais.

**d.** Resposta pessoal.

**e.** Resposta pessoal.

### Aplicando seus conhecimentos

**1.** Alternativa **d**.

Como um hexágono possui 6 lados e um hexágono regular possui todos os lados com mesma medida de comprimento, temos que a lei de formação que associa a medida do perímetro $p$ à medida do comprimento $x$ do lado de um hexágono regular é $p = 6x$.

**2.** Alternativa **d**.

$f(x) = 3x + 5$

$f(8) = 3 \cdot 8 + 5$

$f(8) = 29$

**3.** Alternativa **a**.

$y = 12 + 2x$

$26 = 12 + 2x$

$2x = 14$

$x = 7$

**4.** Alternativa **b**.

$f(x) = 5x + 2$

$f(0) = 5 \cdot 0 + 2$

$f(0) = 2$

**5.** Alternativa **d**.

Podemos identificar que o gráfico representado passa pelos pontos (0, 0) e (3,3). Logo, essa função é dada por $y = x$.

**6.** Alternativa **c**.

Como o gráfico não é paralelo ao eixo $x$ e nem tem pontos em que a abscissa é igual à ordenada, então esse gráfico não pode ter as leis de formação dadas nos itens **a** e **d**. Além disso, como o gráfico intersecta o eixo $y$ em $-3$, então o termo $b$ da função afim não é nulo, permitindo descartar o item **b** como opção.

Logo, a lei de formação que pode ser associada ao gráfico apresentado é $y = 5x - 3$.

**7.** Alternativa **c**.

$52 \cdot 0{,}7 = 36{,}4$

Logo, 700 gramas de comida nesse restaurante custam R$ 36,40.

MODERNA

**8.** Alternativa **c**.

$6{,}3 + 2{,}5 \cdot 12 = 6{,}3 + 30 = 36{,}3$

Logo, o valor da corrida será R$ 36,30.

# Capítulo 8 – Geometria

## Páginas de 231 a 263

### Objetivos e justificativas

- Compreender o conceito de semelhança entre figuras geométricas, especialmente casos de triângulos semelhantes.
- Aprender e aplicar os teoremas de Tales e de Pitágoras.
- Aprofundar conhecimentos sobre a análise de gráficos, para extrair o máximo de informações e permitir conclusões bem embasadas.
- Entender como as redes sociais criam bolhas informacionais a partir de seus algoritmos e quais são seus impactos.

Alguns conceitos de Geometria, como figuras semelhantes e, em particular, a semelhança de triângulos, são extremamente úteis no cotidiano, pois encontram aplicações práticas em diversas áreas, desde a navegação e a arquitetura até a arte e o *design*. A semelhança de triângulos, por exemplo, é fundamental na topografia, permitindo que se determinem distâncias inacessíveis por meio de medidas indiretas. Na arte, a proporção e a perspectiva são muitas vezes baseadas na semelhança de figuras, o que ajuda artistas a criarem obras visualmente coerentes. Além disso, entender a semelhança de triângulos pode auxiliar na resolução de problemas do dia a dia, como calcular a altura de uma árvore ou de um prédio usando apenas uma medida de sombra e uma distância conhecida.

O estudo dos teoremas de Tales e de Pitágoras justifica-se neste capítulo, pois eles são fundamentais para a compreensão de propriedades geométricas que aplicamos frequentemente. O Teorema de Tales é utilizado para determinar proporções e distâncias indiretas, sendo essencial em áreas como a arquitetura e a engenharia. Já o Teorema de Pitágoras é amplamente usado no cálculo de distâncias e na resolução de problemas práticos, como na construção civil, para garantir ângulos corretos. Ambos os teoremas desenvolvem o raciocínio lógico e são exemplos claros de como a matemática abstrata é aplicada para resolver questões práticas do dia a dia.

Gráficos são ferramentas visuais que sintetizam dados complexos e facilitam a identificação de tendências, correlações e discrepâncias. A habilidade de interpretar gráficos é cada vez mais necessária em um mundo onde dados são constantemente utilizados para embasar argumentos e políticas. Portanto, a análise de gráficos não é apenas uma competência matemática, mas uma habilidade crítica para a tomada de decisões baseadas em evidências no cotidiano.

Os algoritmos tendem a filtrar e apresentar conteúdo coerente com as visões e preferências prévias do usuário, reforçando crenças existentes e limitando a exposição a perspectivas divergentes. Isso pode levar à formação de grupos de indivíduos isolados em sua própria bolha de informações confirmatórias. Os impactos são profundos: podem diminuir o debate saudável, aumentar a polarização social e até influenciar processos democráticos ao moldar opiniões e comportamentos eleitorais. Portanto, compreender esses mecanismos é um passo essencial para promover uma sociedade mais informada e menos dividida.

### Resoluções das atividades

## Atividades – Página 235

**1. a.** Resposta pessoal.

**b.** $\frac{AB}{HE} = \frac{2}{3}$

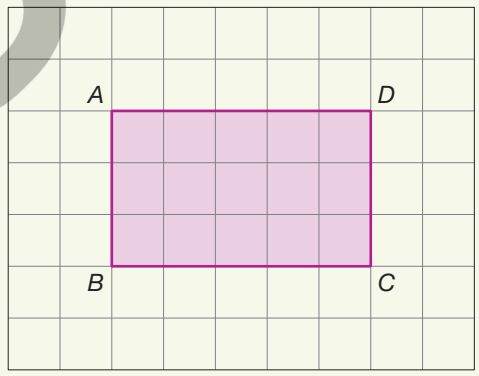
$\frac{BC}{EF} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$\frac{CD}{FG} = \frac{2}{3}$

$\frac{DA}{GH} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

**c.** Sim. Todos os ângulos medem 90°.

**2.** Exemplo de resposta:




ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

**a.** Sim.

**b.** Não, caso contrário seria semelhante aos da atividade anterior.

**3. a.** Usando a proporção, temos:

$\frac{80}{50} = \frac{4}{x}$

$\frac{8}{5} = \frac{4}{x}$

$8x = 4 \cdot 5$

$x = \frac{20}{8} = 2{,}5$

O andar, que na maquete tem medida de altura de 4 cm, terá 2,5 metros.

MODERNA

**b.** Usando a proporção, temos:

$\frac{80}{50} = \frac{x}{2}$

$\frac{8}{5} = \frac{x}{2}$

$5x = 8 \cdot 2$

$x = \frac{16}{5} = 3{,}2$

A porta, que no prédio mede 2 m, medirá 3,2 cm na maquete.

**c.** A razão de semelhança pode ser encontrada usando-se os valores dos itens anteriores.

4 cm = 0,04 m, assim:

$\frac{0{,}04}{2{,}5} = 0{,}016$

A razão de semelhança é 0,016.

**4. a.** Usando a medida do comprimento de dois lados do triângulo podemos, pela proporção, descobrir o valor de $x$.

$\frac{3}{4{,}5} = \frac{5}{x}$

$3x = 22{,}5$

$x = \frac{22{,}5}{3} = 7{,}5$

A medida do comprimento de $x$ é 7,5 cm.

**b.** A razão de semelhança é:

$\frac{4{,}5}{3} = \frac{6}{4} = \frac{7{,}5}{5} = 1{,}5$

**c.** Medida do perímetro do triângulo *ABC*:

3 cm + 4 cm + 5 cm = 12 cm

Medida do perímetro do triângulo *DEF*:

4,5 cm + 6 cm + 7,5 cm = 18 cm

$\frac{18}{12} = 1{,}5$

A razão de semelhança entre a medida do perímetro dos polígonos é 1,5.

**d.** Espera-se que os estudantes percebam que a razão de semelhança é a mesma.

**5.** Se o quadrado menor tem medida de perímetro igual a 10 cm, cada lado mede:

10 cm : 4 = 2,5 cm

Como a razão de semelhança entre a medida do perímetro é a mesma da medida do comprimento dos lados, a medida do lado do quadrado maior pode ser dada por:

$2{,}5 \cdot 2{,}5 = 6{,}25$

O lado do quadrado maior mede 6,25 cm.

## Atividades – Página 238

**6. a.** $\frac{18}{12} = \frac{x}{7{,}5}$

$12x = 18 \cdot 7{,}5$

$x = \frac{135}{12} = 11{,}25$

**b.** $\frac{14{,}8}{11{,}6} = \frac{x}{x-2}$

$14{,}8(x-2) = 11{,}6x$

$14{,}8x - 29{,}6 = 11{,}6x$

$3{,}2x = 29{,}6$

$x = \frac{29{,}6}{3{,}2} = 9{,}25$

**7.** $\frac{x}{4} = \frac{x+3}{6}$

$6x = 4(x+3)$

$6x = 4x + 12$

$2x = 12$

$x = \frac{12}{2} = 6$

**8. a.** Usando as proporções podemos escrever:

Lote 1 e lote 2:

$\frac{21}{21{,}4} = \frac{y}{26}$

$21{,}4y = 21 \cdot 26$

$y = \frac{546}{21{,}4} \simeq 25{,}5$ m

Lote 1 e lote 3:

$\frac{21}{21{,}4} = \frac{31{,}5}{w}$

$21w = 21{,}4 \cdot 31{,}5$

$w = \frac{674{,}1}{21} = 32{,}1$ m

Medida do perímetro do lote 3:

20,9 m + 31,5 m + 14,4 m + 32,1 m = 98,9 m

Como todos os lotes têm a mesma medida do perímetro, podemos escrever para o lote 1:

$30 + 21{,}4 + 21 + x = 98{,}9$

$x = 98{,}9 - 72{,}4 = 26{,}5$

$x = 26{,}5$ m

**b.** Medida do perímetro do:

lote 1: 30 + 21 + 21,4 + 26,5 = 98,9; 98,9 m

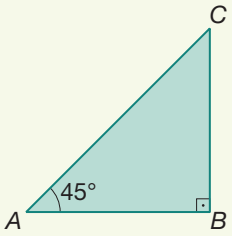
lote 2: 26,5 + 25,5 + 20,9 + 26 = 98,9; 98,9 m

lote 3: 20,9 + 31,5 + 14,4 + 32,1 = 98,9; 98,9 m

MODERNA

## Atividades – Páginas 242 e 243

**9.** Exemplo de resposta:




**a.** Como a soma das medidas das aberturas dos ângulos de um triângulo é 180°, temos:

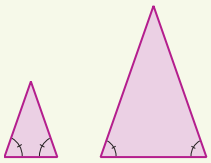
$180° - 90° - 45° = 45°$

**b.** Sim. Espera-se que os estudantes percebam que pelo critério de construção os triângulos são semelhantes pelo critério AA.

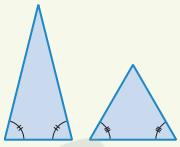
**c.** Caso AA: se dois triângulos têm dois ângulos correspondentes congruentes, então eles são semelhantes.

**10.** Exemplo de resposta:

Triângulos isósceles semelhantes:



Triângulos isósceles que não são semelhantes:

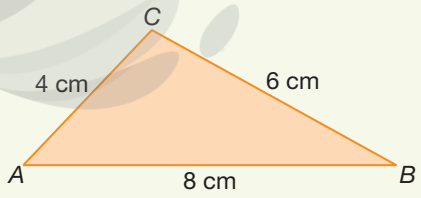


ILUSTRAÇÕES: ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

**11.** Os triângulos são semelhantes. Espera-se que os estudantes justifiquem essa afirmação citando o caso AA, uma vez que os ângulos correspondentes são congruentes.

**12.** Espera-se que os estudantes respondam que ambos os triângulos têm ângulos de mesma medida de abertura, e que as medidas de comprimento dos lados de um são o dobro das respectivas medidas de comprimento dos lados do outro. Dessa forma, esses triângulos são semelhantes.

**13.**




Espera-se que os estudantes respondam que a abertura dos ângulos correspondentes dos dois triângulos são congruentes e que, portanto, esses triângulos são semelhantes.

**14.** Como os triângulos são semelhantes, podemos utilizar a proporção relativa aos lados correspondentes:

$\frac{AB}{DE} = \frac{1,5}{x}$ e $\frac{AC}{DF} = \frac{1}{8}$

$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$

$\frac{1,5}{x} = \frac{1}{8}$

$x = 1,5 \cdot 8 = 12$

$\frac{BC}{EF} = \frac{2}{y}$ e $\frac{AC}{DF} = \frac{1}{8}$

$\frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$

$\frac{2}{y} = \frac{1}{8}$

$y = 2 \cdot 8 = 16$

**15.** Como os triângulos $ABC$ e $EDC$ são semelhantes, podemos escrever a seguinte relação entre seus lados:

$\frac{AB}{ED} = \frac{BC}{DC}$

$\frac{1,69}{x} = \frac{2,6}{4,16}$

$2,6x = 1,69 \cdot 4,16$

$x \simeq \frac{7,03}{2,6} \simeq 2,7$

A medida da altura que a bandeira está é, aproximadamente, 2,70 m.

**16. a.** Como os triângulos $AA'C$ e $BB'C$ são semelhantes, podemos escrever a seguinte relação entre seus lados:

$\frac{AA'}{BB'} = \frac{A'C}{B'C}$

$\frac{AA'}{7,5} = \frac{8}{10}$

$10 \cdot AA' = 7,5 \cdot 8$

$AA' = \frac{60}{10} = 6$

A medida da distância entre a torre da cidade A e a estrada principal é de 6 km.

**b.** Como os triângulos $AA'C$ e $BB'C$ são semelhantes, podemos escrever a seguinte relação entre seus lados:

$\frac{AC}{BC} = \frac{A'C}{B'C}$

$\frac{10}{y} = \frac{8}{10}$

$8y = 10 \cdot 10$

$y = \frac{100}{8} = 12,5$

A medida da distância entre a torre da cidade B e a estrada principal é de 12,5 km.

MODERNA

## Atividades – Páginas 251 e 252

**17. a.** $x^2 = 2^2 + 3^2$

$x^2 = 4 + 9 = 13$

$x = \sqrt{13}$

**b.** $4^2 = 2^2 + x^2$

$16 = 4 + x^2$

$12 = x^2$

$x = \sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$

**c.** $x^2 = 3^2 + 3^2$

$x^2 = 9 + 9 = 18$

$x = \sqrt{18} = \sqrt{9 \cdot 2} = 3\sqrt{2}$

**d.** $x^2 = 1^2 + 5^2$

$x^2 = 1 + 25$

$x^2 = 26$

$x = \sqrt{26}$

**18.** Usando o teorema de Pitágoras no triângulo formado entre o solo, a escada e a árvore, temos:

$x^2 = 4^2 + 6^2$

$x^2 = 16 + 36 = 52$

$x = \sqrt{52} = \sqrt{4 \cdot 13} = 2\sqrt{13}$

A medida do comprimento da escada é $2\sqrt{13}$ m.

**19. a.** De acordo com a imagem:

$x^2 = \sqrt{2}^2 + \sqrt{2}^2$

$x^2 = 2 + 2 = 4$

$x = \sqrt{4} = 2$

**b.** De acordo com a imagem:

$5^2 = x^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2$

$25 = x^2 + \frac{25}{4}$

$x^2 = \frac{100}{4} - \frac{25}{4} = \frac{75}{4}$

$x = \sqrt{\frac{75}{4}} = \sqrt{\frac{25 \cdot 3}{4}} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$

**20. a.** Se a medida do lado de um quadrado é 5 cm, então sua diagonal mede:

$x^2 = 5^2 + 5^2$

$x^2 = 25 + 25 = 50$

$x^2 = \sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = 5\sqrt{2}$

A medida de comprimento da diagonal é $5\sqrt{2}$ cm.

**b.** Se a medida do perímetro de um quadrado é 16 cm, e o quadrado tem os 4 lados com mesma medida de comprimento, temos:

$16 : 4 = 4$

O lado do quadrado mede 4 cm, então a medida de comprimento de sua diagonal é:

$x^2 = 4^2 + 4^2$

$x^2 = 16 + 16 = 32$

$x^2 = \sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = 4\sqrt{2}$

A medida de comprimento da diagonal é $4\sqrt{2}$ cm.

**c.** Um triângulo equilátero, cujo perímetro mede 24 cm, tem lados medindo:

$24 : 3 = 8$

O comprimento do lado de um triângulo equilátero mede 8 cm.

A medida da altura do triângulo pode ser obtida usando o teorema de Pitágoras.

$8^2 = x^2 + \left(\frac{8}{2}\right)^2$

$64 = x^2 + 16$

$x^2 = 48$

$x = \sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = 4\sqrt{3}$

A medida de comprimento da altura é $4\sqrt{3}$ cm.

**d.** Se a medida do comprimento da altura de um triângulo equilátero é $7\sqrt{3}$, então temos:

$x^2 = \left(7\sqrt{3}\right)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2$

$x^2 - \frac{x^2}{4} = 49 \cdot 3$

$\frac{3x^2}{4} = 147$

$3x^2 = 147 \cdot 4$

$x^2 = \frac{588}{3} = 196$

$x = 14$

A medida do comprimento do lado desse triângulo equilátero é de 14 cm.

**21.** Conhecendo a expressão para determinar a medida da diagonal de um quadrado, temos:

$d = \ell\sqrt{2} = 30\sqrt{2}$

$30\sqrt{2} = \ell\sqrt{2}$

$\ell = 30$

A medida do comprimento de cada via é 30 km.

Então, passando pelo ponto B, ela percorrerá:

$30 + 30 = 60$

60 km = 60.000 m

MODERNA

**22.** De acordo com os dados do enunciado, podemos aplicar o teorema de Pitágoras, considerando as medidas dos catetos 50 passos e 120 passos, para calcular a quantidade de passos necessária para chegar à direção correta:

$x^2 = 50^2 + 120^2$

$x^2 = 2.500 + 14.400 = 16.900$

$x = \sqrt{16.900} = 130$

Como essa pessoa vai voltar 120 passos e depois dar mais 50 passos no sentido norte, no total serão: $120 + 50 = 170$ passos.

$170 - 130 = 40$

Sabendo a direção correta, essa pessoa daria 40 passos a menos.

**23.** $x^2 = 1^2 + 1^2$ $\qquad$ $z^2 = 1^2 + \sqrt{3}^2$

$x^2 = 1 + 1 = 2$ $\qquad$ $z^2 = 1 + 3 = 4$

$x = \sqrt{2}$ $\qquad$ $z = \sqrt{4} = 2$

$y^2 = 1^2 + \sqrt{2}^2$ $\qquad$ $w = 1^2 + 2^2$

$y^2 = 1 + 2 = 3$ $\qquad$ $w^2 = 1 + 4 = 5$

$y = \sqrt{3}$ $\qquad$ $w = \sqrt{5}$

As medidas são $x = \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3}$, $z = 2$ e $w = \sqrt{5}$

**24.** Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo $EFG$, temos:

$EG^2 = 12^2 + 5^2$

$EG^2 = 144 + 25 = 169$

$EG = \sqrt{169} = 13$

Como o paralelepípedo tem todas as faces de um retângulo, e em todo retângulo as diagonais são congruentes, temos:

$EG = FH$

$BH^2 = FH^2 + BF^2$

$BH^2 = 13^2 + 5^2$

$BH^2 = 169 + 25$

$BH = \sqrt{194}$

Assim a medida do comprimento do segmento $\overline{EG}$ é 13 cm e a medida do comprimento do segmento $\overline{BH}$ é $\sqrt{194}$ cm.

## Tratamento da informação – Páginas 253 e 254

**1. a.** Espera-se que os estudantes tirem algumas conclusões como: "Em média, foram desmatados 1.651.625 hectares por ano no período analisado."; "A medida da área desmatada em 2019, ficou abaixo da média no período analisado."

**b.** Não, porque os dados apresentados no gráfico são insuficientes para se chegar a tal conclusão.

**c.** Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes levantem hipóteses e mencionem fatores como condições climáticas e ambientais, políticas ambientais frágeis, expansão agrícola etc.

**d.** Resposta pessoal.

**2. a.** 2011 e 2020.

**b.** Não, porque os dados apresentados no gráfico são insuficientes para se chegar a tal conclusão.

**c.** Espera-se que os estudantes encontrem que sim, foram maiores. Em 2021 a produção foi de 390 milhões de toneladas. Em 2022, 400 milhões de toneladas; de acordo com os dados obtidos da dissertação de mestrado Corais e poluição por plástico: o desafio da economia circular na China e Indonésia.

**d.** Exemplos de resposta: polui os mares e oceanos, prejudicando a vida marinha; polui o solo porque a decomposição do plástico é lenta; substâncias químicas presentes em alguns tipos de plástico podem contaminar alimentos e bebidas etc.

**e.** Resposta pessoal. Os estudantes podem citar os plásticos biodegradáveis (que se decompõem mais rapidamente), bioplásticos (feitos a partir de fontes renováveis como o amido de milho, cana-de-açúcar etc.), troca de canudinhos de plástico por canudos feitos de bambu ou palha etc.

**3. a.** Resposta pessoal. As conclusões dependerão dos gráficos construídos.

**b.** Resposta pessoal. As conclusões dependerão do conjunto de dados coletados.

**c.** Resposta pessoal. A resposta dependerá da pergunta central que motivou a pesquisa, do questionário de pesquisa e de como foram analisados os dados coletados.

## Atividades finais do Capítulo 8 – Páginas de 255 a 257

**1.** Como os polígonos são semelhantes, podemos escrever a seguinte proporção para determinar o valor de $x$:

MODERNA

$\frac{AB}{DC} = \frac{A'B'}{D'C'}$

$\frac{5,1}{x} = \frac{10,2}{10}$

$10,2x = 5,1 \cdot 10$

$x = \frac{5,1}{10,2} = 5$

Podemos escrever a seguinte proporção para determinar o valor de $y$:

$\frac{AD}{BC} = \frac{A'D'}{B'C'}$

$\frac{3}{4} = \frac{6}{y}$

$3y = 4 \cdot 6$

$y = \frac{24}{3} = 8$

$x = 5$ cm e $y = 8$ cm

Medida do perímetro do quadrilátero menor:

$3 + 5,1 + 5 + 4 = 17,1$; 17,1 cm

Medida do perímetro do quadrilátero maior:

$6 + 10,2 + 10 + 8 = 34,2$; 34,2 cm

$\frac{17,1}{34,2} = \frac{1}{2}$

A razão entre as medidas dos perímetros do quadrilátero menor e do maior é $\frac{1}{2}$.

**2.** Espera-se que os estudantes respondam que não. Considere, por exemplo, um retângulo cujos lados medem 3 cm, 3 cm, 1 cm e 1 cm de comprimento e um quadrado cuja medida do comprimento do lado é igual a 2 cm. Ambos têm a mesma medida de perímetro (8 cm), os respectivos ângulos internos são congruentes (90°), porém são figuras distintas.

**3.** Usando a proporção para descobrir a medida do comprimento $x$ do lote de João, temos:

$\frac{20}{30} = \frac{25}{x}$

$\frac{2}{3} = \frac{25}{x}$

$2x = 25 \cdot 3$

$x = \frac{75}{2} = 37,5$

$30 + 37,5 = 67,5$

João precisará comprar 67,5 m de tela.

**4.** Usando a proporção para descobrir a medida do comprimento da imagem, temos:

$\frac{6}{8} = \frac{x}{15}$

$8x = 15 \cdot 6$

$x = \frac{90}{8} = 11,25$

A medida do comprimento da imagem ampliada é 11,25 cm.

**5. a.** Exemplo de resposta: Dois retângulos, um com lados de comprimento medindo 2 cm e 3 cm, e o outro com lados de comprimento medindo 4 e 6 cm.

**b.** Exemplo de resposta: Um retângulo com lados de comprimento medindo 2 cm e 3 cm, e um quadrado com lados de comprimento medindo 5 cm.

**c.** Exemplo de resposta: Acrescentar a informação de que as medidas de comprimento dos lados correspondentes são proporcionais.

**6.** 1 m = 100 cm

Usando a proporção para descobrir as medidas de comprimento reais do quarto, temos:

$\frac{2,5}{100} = \frac{10}{x}$

$2,5x = 1.000$

$x = \frac{1.000}{2,5} = 400$

10 cm de comprimento na planta baixa representam 400 cm, ou 4 m em medida real de comprimento.

$\frac{2,5}{100} = \frac{7,5}{y}$

$2,5y = 750$

$y = \frac{750}{2,5} = 300$

7,5 cm de comprimento na planta baixa representam 300 cm, ou 3 m em medida real de largura.

**7.** Para confirmar que é um campo retangular, as linhas laterais devem ser perpendiculares às linhas de fundo, e verificamos isso com a validação do teorema de Pitágoras.

$36^2 + 27^2 = 1.296 + 729 = 2.025$

$45^2 = 2.025$

Logo, o triângulo será retângulo e as linhas laterais serão perpendiculares às linhas de fundo.

**8. a.** Sendo $x$ a medida da diagonal da televisão em centímetros, podemos calcular a medida da diagonal por meio do teorema de Pitágoras:

$x^2 = 70^2 + 44^2$

$x^2 = 4.900 + 1.936 = 6.836$

$x = \sqrt{6.836} \simeq 82$

$82 : 2,54 \simeq 32$

O televisor é de, aproximadamente, 32 polegadas.

MODERNA

**b.** A medida do comprimento da diagonal do televisor de 40 polegadas é:

$40 \cdot 2{,}54 = 101{,}6$

Usando o teorema de Pitágoras para determinar a medida da altura desse televisor, temos:

$101{,}6^2 = 90^2 + x^2$

$10.322{,}56 = 8.100 + x^2$

$x^2 = 2.222{,}56$

$x \simeq 47$

A medida da altura desse televisor é de, aproximadamente, 47 cm.

**9.** A sombra da planta é paralela à sombra do vaso; portanto, podemos usar o teorema de Tales para descobrir a medida da altura da planta.

Considerando que 1 m = 100 cm, temos:

$\frac{45}{150} = \frac{30}{y}$

$45y = 150 \cdot 30$

$y = \frac{4.500}{45}$

$y = 100$

A altura da parte da planta que fica fora do vaso mede 100 cm ou 1 m.

**10.** Usando uma proporção para descobrir essas medidas, temos:

$\frac{26{,}5}{17} = \frac{y}{48}$

$17y = 26{,}5 \cdot 48$

$y = \frac{1.272}{17} \simeq 74{,}8$

A medida do comprimento do campo deve ser, aproximadamente, 74,8 m.

**11. a.** Usando a proporção entre a medida do comprimento da altura do quadro, a medida do comprimento da altura da fotografia e a profundidade da câmera improvisada, podemos obter a medida da distância $x$:

$\frac{20}{x} = \frac{10}{40}$

$10x = 20 \cdot 40$

$x = \frac{800}{10} = 80$

A medida da distância entre o quadro e o orifício da câmera deve ser 80 cm.

**b.** Usando a mesma proporção indicada no item anterior, temos:

$\frac{20}{x} = \frac{5}{40}$

$5x = 20 \cdot 40$

$x = \frac{800}{5} = 160$

A medida da distância entre o quadro e o orifício da câmera deve ser 160 cm ou 1,6 m.

**12.** Sendo $y$ a medida da altura da montanha e usando uma proporção para descobrir essas medidas, temos:

$\frac{5}{4} = \frac{y}{30}$

$4y = 30 \cdot 5$

$y = \frac{150}{4} = 37{,}5$

A medida da altura da montanha é 37,5 m.

**13. a.** É uma redução de 63%, pois:

$\frac{3{,}15}{5} = 0{,}63$ e $\frac{5{,}04}{8} = 0{,}63$

**b.** É uma ampliação de 214%, pois:

$\frac{10{,}7}{5} = 2{,}14$ e $\frac{17{,}12}{8} = 2{,}14$

**c.** Não é possível, mantendo a proporcionalidade.

$\frac{6{,}35}{5} = 1{,}27$ e $\frac{14}{8} = 1{,}75$

**d.** É uma ampliação de 127%, pois:

$\frac{6{,}35}{5} = 1{,}27$ e $\frac{7{,}62}{6} = 1{,}27$

**e.** Não é possível, mantendo a proporcionalidade.

$\frac{3}{5} = 0{,}6$ e $\frac{4}{6} = 0{,}666...$

**f.** É uma redução de 23%, pois:

$\frac{1{,}15}{5} = 0{,}23$ e $\frac{1{,}38}{6} = 0{,}23$

## Avaliação do Capítulo 8 – Páginas de 261 a 263

### Revisando o conteúdo

**a.** Respostas pessoais.

**b.** Resposta pessoal.

**c.** Respostas pessoais.

**d.** Resposta pessoal.

**e.** Respostas pessoais.

### Aplicando seus conhecimentos

**1.** Alternativa **a**.

Usando a proporção entre os lados correspondentes, temos:

$\frac{x}{4} = \frac{3{,}2}{2{,}5}$

$2{,}5x = 4 \cdot 3{,}2$

$2{,}5x = 12{,}8$

$x = \frac{12{,}8}{2{,}5} = 5{,}12$

MODERNA

**2.** Alternativa **d**.

Usando a proporção entre os lados correspondentes, temos:

$\frac{1}{0,4} = \frac{x + 0,4}{1}$

$0,4x + 0,16 = 1 \cdot 1$

$0,4x = 1 - 0,16$

$x = \frac{0,84}{0,4} = 2,1$

**3.** Alternativa **b**.

Aplicando o teorema de Tales, temos:

$\frac{10}{x} = \frac{2}{3}$

$2x = 10 \cdot 3$

$2x = 30$

$x = \frac{30}{2} = 15$

**4.** Alternativa **c**.

Pelo critério AA, sabemos que os triângulos *ABC* e *EDC* são semelhantes, pois ambos têm um ângulo reto e o ângulo em *C* em comum.

Assim, podemos escrever a seguinte relação:

$\frac{AB}{ED} = \frac{BC}{DC}$

$\frac{AB}{ED} = \frac{BC}{AC - AD}$

$\frac{5}{DE} = \frac{13}{12 - 2}$

$\frac{5}{ED} = \frac{13}{10}$

$13 \cdot DE = 5 \cdot 10$

$DE = \frac{50}{13} \simeq 3,8$

**5.** Alternativa **c**.

**a.** Falsa. Dois triângulos isósceles podem ter medidas de comprimento de lados não proporcionais e medida de abertura de ângulos diferentes, então nem sempre são semelhantes.

**b.** Falsa. Dois triângulos retângulos podem ter a medida dos outros dois ângulos diferentes; portanto, nem sempre são semelhantes.

**c.** Verdadeira. Todos os triângulos equiláteros têm sempre a abertura dos ângulos internos medindo 60° graus; portanto, sempre são semelhantes.

**d.** Falsa. Dois triângulos escalenos serão semelhantes se as medidas de abertura dos ângulos correspondentes forem iguais.

**6.** Alternativa **c**.

Os triângulos são semelhantes, pois têm dois ângulos de mesma medida. Assim, podemos usar a relação:

$\frac{2,5}{5} = \frac{x}{6,6}$

$5x = 2,5 \cdot 6,6$

$5x = 16,5$

$x = \frac{16,5}{5} = 3,3$

$\frac{2,5}{5} = \frac{3,2}{y}$

$2,5y = 5 \cdot 3,2$

$2,5y = 16$

$y = \frac{16}{2,5} = 6,4$

Portanto, $x = 3,3$ cm e $y = 6,4$ cm.

**7.** Alternativa **b**.

Considerando o muro, a escada e a posição em que a escada está no solo, temos um triângulo retângulo e podemos aplicar o teorema de Pitágoras para obter a medida da altura do muro:

$4^2 = 2,4^2 + x^2$

$16 = 5,76 + x^2$

$x^2 = 10,24$

$x = 3,2$

A medida da altura do muro é 3,2 m.

**8.** Alternativa **d**.

Usando o teorema de Pitágoras no triângulo *BCD*, podemos obter a medida do comprimento de $\overline{DC}$:

$8^2 = 6^2 + DC^2$

$64 = 36 + DC^2$

$DC^2 = 28$

$DC = \sqrt{28} = \sqrt{4 \cdot 7} = 2\sqrt{7}$

A medida do comprimento é $2\sqrt{7}$.

**9.** Alternativa **a**.

Primeiro calculamos a medida de comprimento de $\overline{EG}$, aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo *EGH*:

$EG^2 = 3^2 + 3^2$

$EG^2 = 9 + 9 = 18$

$EG = \sqrt{18} = \sqrt{9 \cdot 2} = 3\sqrt{2}$

Agora, aplicamos o teorema de Pitágoras no triângulo *AEG*, para descobrir a medida do comprimento de $\overline{AG}$:

$AG^2 = 3^2 + \left(3\sqrt{2}\right)^2$

$AG^2 = 9 + 9 \cdot 2 = 27$

$AG = \sqrt{27} = \sqrt{9 \cdot 3} = 3\sqrt{3}$

MODERNA

# Orientações específicas do Livro do Estudante

NOVA EJA MODERNA

# MATEMÁTICA

**EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS**

VOLUME II

**2º segmento • Etapas 7 e 8**

**Área de conhecimento:** Práticas em Matemática


**Organizadora: Editora Moderna**

Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna.

**Editora responsável:**

**Maria Cecília da Silva Veridiano**

Especialista em Educação Matemática: Fundamentos Teóricos e Metodológicos pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editora.



1ª edição

São Paulo, 2024

MODERNA


MODERNA

**Elaboração dos originais:**

Maria Cecília da Silva Veridiano
Especialista em Educação Matemática: Fundamentos Teóricos e Metodológicos pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editora.

Carlos Eduardo Marques
Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editor.

Enrico Briese Casentini
Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editor.

João Alves de Souza Neto
Mestre em Educação pela Universidade Federal de São Carlos (SP). Editor.

Kátia Tiemy Sido
Licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editora.

Mara Regina Garcia Gay
Especialista em Educação Matemática: Fundamentos Teóricos e Metodológicos pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Editora.

Marilu Maranho Tassetto
Bacharela em Letras pela Universidade de São Paulo. Editora.

Mateus Coqueiro Daniel de Souza
Mestre em Ciências, no Programa: Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, pela Universidade de São Paulo. Editor.

Paulo César Rodrigues dos Santos
Bacharel em Sistemas de Informação pela Universidade de São Paulo. Editor.

Tatiana Sousa Paim
Mestra em Matemática pela Universidade Federal do ABC (SP). Editora.

Aline Reissuy de Moraes
Mestra em Ensino de Ciências e Matemática – Área de Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade de Passo Fundo (RS). Professora.

Ana Carolina dos Santos
Mestra em Ciências, no Programa: História Social, pela Universidade de São Paulo. Professora.

Bruna Nitiele da Silva Anacleto
Licenciada em História pela Universidade de Passo Fundo (RS). Professora.

Diana Maia
Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Editora.

Gabriel Rath Kolyniak
Licenciado em Letras pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Editor.

Henrique Pavan Beiro de Souza
Doutor em Ciências Humanas e Sociais pela Universidade Federal do ABC (SP). Professor.

Luis Felipe Porto Mendes
Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editor.

Marianna Capani Dominguez
Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho". Editora.

Rafael da Ponta Vicente
Mestre em Geografia pela Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho". Professor.

Raphael Macedo de Oliveira
Bacharel em Ciências Sociais pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Professor.

Tais Saito Tavares
Doutora em Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (PR). Editora.

Tatiana Aleixo Bologna
Especialista em Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (PR). Editora e professora.

Val Rosa
Doutora em Educação Matemática, Área de Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos, pela Universidade Estadual "Júlio de Mesquita Filho". Professora.

Victor Hugo dos Santos Gois
Mestre em Ensino de Matemática pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Editor.

**Organizadora dos objetos digitais:** Maria Cecília da Silva Veridiano

**Elaboradores dos objetos digitais:** Carlos Eduardo Marques, Mateus Coqueiro Daniel de Souza, Paulo César Rodrigues dos Santos, Willian Raphael Silva

**Edição de texto:** Carlos Eduardo Marques, Enrico Briese Casentini, João Alves de Souza Neto, Kátia Tiemy Sido, Mara Regina Garcia Gay, Marilu Maranho Tassetto, Mateus Coqueiro Daniel de Souza, Paulo César Rodrigues dos Santos, Tatiana Sousa Paim
**Assistência editorial:** Ivan Kuvasney Lima, Tadashi Horita
**Preparação de texto:** Geuid Dib Jardim
**Gerência de planejamento editorial e revisão:** Maria de Lourdes Rodrigues
**Coordenação de revisão:** Elaine C. del Nero, Mônica Rodrigues de Lima
**Revisão:** Ana Cortazzo, Caroline Seco, Salvine Maciel, Sirlene Prignolato, Tatiana Malheiro
**Gerência de *design*, produção gráfica e digital:** Patricia Costa
**Coordenação de *design* e projetos visuais:** Marta Cerqueira Leite
**Projeto gráfico:** Everson de Paula, Mariza de Souza Porto
**Capa:** Everson de Paula, Bruno Tonel, Mariza de Souza Porto
*Foto:* FG Trade/E+/Getty Images
**Coordenação de produção gráfica:** Aderson Oliveira
**Coordenação de arte:** Alexandre Lugó, Wilson Gazzoni Agostinho
**Edição de arte:** Elaine Cristina da Silva
**Editoração eletrônica:** Setup Bureau Editoração Eletrônica
**Coordenação de pesquisa iconográfica:** Flávia Aline de Morais, Sônia Oddi
**Pesquisa iconográfica:** Junior Rozzo
**Coordenação de *bureau*:** Rubens M. Rodrigues
**Tratamento de imagens:** Ademir Baptista, Ana Isabela Pithan Maraschin, Vânia Maia
**Pré-impressão:** Alexandre Petreca, Marcio H. Kamoto
**Coordenação de produção industrial:** Wendell Monteiro
**Impressão e acabamento:**

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**
**(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)**

Nova EJA Moderna matemática : volume II / organizadora Editora Moderna ; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna ; editora responsável Maria Cecília da Silva Veridiano. -- 1. ed. -- São Paulo : Moderna, 2024.

Área de conhecimento: Práticas em matemática.
ISBN 978-85-16-13926-1 (aluno)
ISBN 978-85-16-13928-5 (professor)

1. Educação de Jovens e Adultos (Ensino fundamental) 2. Matemática (Ensino fundamental) I. Veridiano, Maria Cecília da Silva.

24-205998 CDD-372.7

**Índices para catálogo sistemático:**

1. Educação de Jovens e Adultos : Matemática : Ensino fundamental 372.7

Cibele Maria Dias - Bibliotecária - CRB-8/9427

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.
Todos os direitos reservados

**EDITORA MODERNA LTDA.**
Rua Padre Adelino, 758 - Belenzinho
São Paulo - SP - Brasil - CEP 03303-904
Canal de atendimento: 0303 663 3762
www.moderna.com.br
2024
Impresso no Brasil

1 3 5 7 9 10 8 6 4 2

# APRESENTAÇÃO

Prezado estudante!

Gostaríamos de parabenizá-lo pela decisão de retomar os estudos. Voltar a estudar significa trabalhar por você, por pessoas queridas de seu convívio e por um mundo melhor.

Hoje, o mundo está cada vez mais complexo. Os empregadores têm procurado pessoas mais qualificadas e bem preparadas. Por isso, além de contribuir para que os cidadãos sejam mais conscientes acerca da vida em sociedade, estudar também melhora muito as oportunidades de trabalho.

A sociedade brasileira tem reconhecido cada vez mais que a educação é um direito de todos. Esse reconhecimento acabou virando lei. Mesmo os que não puderam estudar quando criança ou adolescente continuam tendo esse direito. Por isso, você é bem-vindo à escola.

Este livro foi feito especialmente para você, que já enfrentou inúmeros desafios e aprendeu muito com as experiências de vida fora da escola. Em outras palavras, ele foi elaborado para ajudá-lo a enfrentar as necessidades do mundo atual em casa, no trabalho e na comunidade e a tomar decisões que poderão mudar seu futuro.

Esperamos que este material desperte em você o desejo de continuar sempre aprendendo. Assim, você se sentirá um cidadão participativo da vida em sociedade, com mais autonomia e autoconfiança.

Para conquistar tudo isso, você conta com fortes aliados: seus colegas e seus professores e professoras. E tenha certeza de que eles também querem aprender o que você tem para lhes oferecer.

Bons estudos!

MODERNA



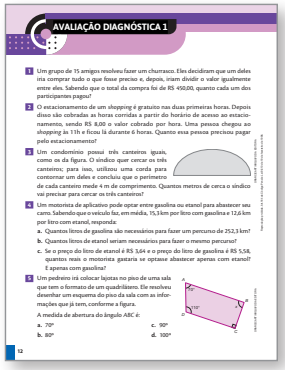
3

# CONHEÇA SEU LIVRO

O seu livro está organizado em 4 unidades, e cada uma delas, em 2 capítulos. Acompanhe a seguir como essas unidades e capítulos estão organizados.

## Avaliação diagnóstica

Seção de atividades para verificar seus conhecimentos.




## Abertura de unidade

Apresenta a temática da unidade por meio de textos, imagens e questões reflexivas.



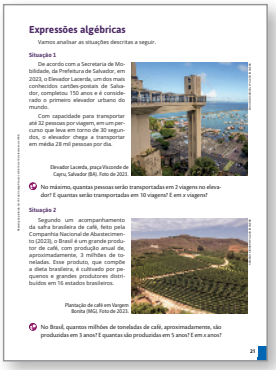

## Abertura de capítulo

O tema do capítulo é apresentado por meio de uma imagem, de um breve texto e de uma lista com os principais tópicos que serão abordados.




## Apresentação do conteúdo

Os conteúdos são apresentados por meio de situações, exemplos e imagens que contribuem para a assimilação dos conceitos.




Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

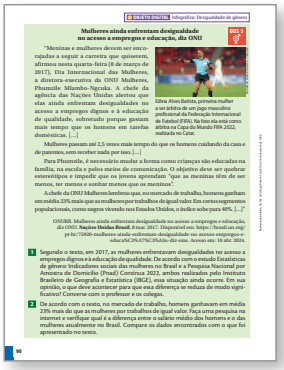


4

**Oi, pessoal!**
**Vamos cuidar bem do nosso livro para que outros colegas possam estudar com ele!**
**Vamos nos lembrar de anotar nossas respostas no nosso caderno.**

## Boxe

Durante o desenvolvimento da teoria há boxes para destacar conteúdos que envolvem curiosidades, aplicações no cotidiano e situações que tratam da Etnomatemática e da História da Matemática.



Infográfico: Desigualdade de gênero

**Mulheres ainda enfrentam desigualdade no acesso a empregos e educação, diz ONU**

ODS 5

"Meninas e mulheres devem ser encorajadas a seguir a carreira que quiserem, afirmou nesta quarta-feira (8 de março de 2017), Dia Internacional das Mulheres, a diretora-executiva da ONU Mulheres, Phumzile Mlambo-Ngcuka. A chefe da agência das Nações Unidas alertou que elas ainda enfrentam desigualdades no acesso a empregos dignos e à educação de qualidade, sobretudo porque gastam mais tempo que os homens em tarefas domésticas. [...]

Mulheres passam até 2,5 vezes mais tempo do que os homens cuidando da casa e de parentes, sem receber nada por isso. [...]

Para Phumzile, é necessário mudar a forma como crianças são educadas na família, na escola e pelos meios de comunicação. O objetivo deve ser quebrar estereótipos e impedir que os jovens aprendam "que as meninas têm de ser mansas, ter menos e sonhar menos que os meninos".

A chefe da ONU Mulheres lembrou que, no mercado de trabalho, homens ganham em média 23% mais que as mulheres por trabalhos de igual valor. Em certos segmentos populacionais, como negros vivendo nos Estados Unidos, o índice sobe para 40%. [...]"

Edina Alves Batista, primeira mulher a ser árbitra de um jogo masculino profissional da Federação Internacional de Futebol (FIFA). Na foto ela está como árbitra na Copa do Mundo FIFA 2022, realizada no Catar.

ONUBR. Mulheres ainda enfrentam desigualdade no acesso a empregos e educação, diz ONU. **Nações Unidas Brasil**, 8 mar. 2017. Disponível em: https://brasil.un.org/pt-br/71020-mulheres-ainda-enfrentam-desigualdade-no-acesso-empregos-e-educa%C3%A7%C3%A3o-diz-onu. Acesso em: 10 abr. 2024.

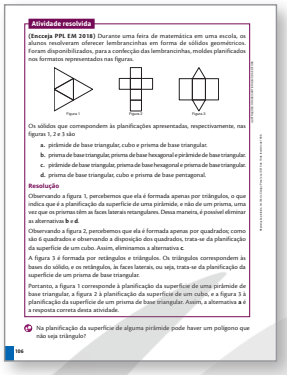
1 Segundo o texto, em 2017, as mulheres enfrentavam desigualdades no acesso a empregos dignos e à educação de qualidade. De acordo com o estudo Estatísticas de gênero: Indicadores sociais das mulheres no Brasil e a Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílio (Pnad) Contínua 2022, ambos realizados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), essa situação ainda ocorre. Em sua opinião, o que deve acontecer para que essa diferença se reduza de modo significativo? Converse com o professor e os colegas.

2 De acordo com o texto, no mercado de trabalho, homens ganhavam em média 23% mais do que as mulheres por trabalhos de igual valor. Faça uma pesquisa na internet e verifique qual é a diferença entre o salário médio dos homens e o das mulheres atualmente no Brasil. Compare os dados encontrados com o que foi apresentado no texto.

90

## Atividade resolvida

Em cada capítulo, há atividades que são apresentadas junto à resolução, contribuindo com a autonomia nos estudos por meio da aplicação da teoria em exercícios.



**Atividade resolvida**

**(Enceja PPL EM 2018)** Durante uma feira de matemática em uma escola, os alunos resolveram oferecer lembrancinhas em forma de sólidos geométricos. Foram disponibilizados, para a confecção das lembrancinhas, moldes planificados nos formatos representados nas figuras.

Figura 1 Figura 2 Figura 3

Os sólidos que correspondem às planificações apresentadas, respectivamente, nas figuras 1, 2 e 3 são

a. pirâmide de base triangular, cubo e prisma de base triangular.
b. prisma de base triangular, prisma de base hexagonal e pirâmide de base triangular.
c. pirâmide de base triangular, prisma de base hexagonal e prisma de base triangular.
d. prisma de base triangular, cubo e prisma de base pentagonal.

**Resolução**

Observando a figura 1, percebemos que ela é formada apenas por triângulos, o que indica que é a planificação da superfície de uma pirâmide, e não de um prisma, uma vez que os prismas têm as faces laterais retangulares. Dessa maneira, é possível eliminar as alternativas **b** e **d**.

Observando a figura 2, percebemos que ela é formada apenas por quadrados; como são 6 quadrados e observando a disposição dos quadrados, trata-se da planificação da superfície de um cubo. Assim, eliminamos a alternativa **c**.

A figura 3 é formada por retângulos e triângulos. Os triângulos correspondem às bases do sólido, e os retângulos, às faces laterais, ou seja, trata-se da planificação da superfície de um prisma de base triangular.

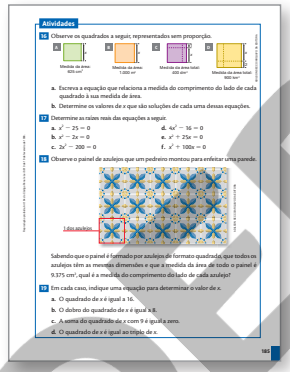
Portanto, a figura 1 corresponde à planificação da superfície de uma pirâmide de base triangular; a figura 2 à planificação da superfície de um cubo; e a figura 3 à planificação da superfície de um prisma de base triangular. Assim, a alternativa **a** é a resposta correta desta atividade.

Na planificação da superfície de alguma pirâmide pode haver um polígono que não seja triangular?

166

## Atividades

Com diferentes níveis de dificuldade, algumas atividades estimulam a discussão, a reflexão e a resolução em grupo.



**Atividades**

**16** Observe os quadrados a seguir, representados sem proporção.

Medida da área: 625 cm²
Medida da área: 1.000 cm²
Medida da área total: 450 cm²
Medida da área total: 1.000 cm²

a. Escreva a equação que relaciona a medida do comprimento do lado de cada quadrado à sua medida de área.
b. Determine os valores de *x* que são soluções de cada uma dessas equações.

**17** Determine as raízes reais das equações a seguir.

a. $x^2 - 25 = 0$
b. $x^2 - 2x = 0$
c. $2x^2 - 200 = 0$
d. $4x^2 - 16 = 0$
e. $x^2 + 25x = 0$
f. $x^2 + 100x = 0$

**18** Observe o painel de azulejos que um pedreiro montou para enfeitar uma parede.

1 dos azulejos

Sabendo que o painel é formado por azulejos de formato quadrado, que todos os azulejos têm as mesmas dimensões e que a medida da área de todo o painel é 9.375 cm², qual é a medida do comprimento do lado de cada azulejo?

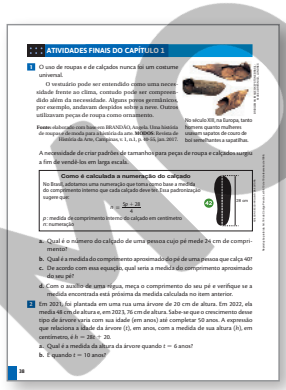
**19** Em cada caso, indique uma equação para determinar o valor de *x*.

a. O quadrado de *x* é igual a 16.
b. O dobro do quadrado de *x* é igual a 8.
c. A soma do quadrado de *x* com 9 é igual a zero.
d. O quadrado de *x* é igual ao triplo de *x*.

183

## Atividades finais de capítulo

Essas atividades possibilitam retomar os conteúdos e aplicá-los ao final do estudo de todos os tópicos do capítulo.



**ATIVIDADES FINAIS DO CAPÍTULO 1**

**1** O uso de roupas e de calçados nunca foi um costume universal.

O vestuário pode ser entendido como uma necessidade frente ao clima, contudo pode ser compreendido além da necessidade. Alguns povos germânicos, por exemplo, andavam despidos sobre a neve. Outros utilizavam peças de roupa como ornamento.

No século XIII, na Europa, tanto homens quanto mulheres usavam sapatos de couro de boi semelhantes a sapatilhas.

**Fonte:** elaborado com base em BRANDÃO, Angela. Uma história de moda sem data para começar ou um. **MODA**: Revista do Mestrado da Kids, Campinas, v. 1, n. 1, p. 9-16, jun. 2017.

A necessidade de criar padrões de tamanhos para peças de roupa e calçados surgiu a fim de vendê-los em larga escala.

**Como é calculada a numeração do calçado**

No Brasil, adotamos uma numeração que toma como base a medida do comprimento interno que cada calçado deve ter. Essa padronização sugere que:

$n = \frac{3p + 28}{4}$

*p*: medida de comprimento interno do calçado em centímetro
*n*: numeração

a. Qual é o número do calçado de uma pessoa cujo pé mede 26 cm de comprimento?
b. Qual é a medida do comprimento aproximado do pé de uma pessoa que calça 40?
c. De acordo com essa equação, qual seria a medida do comprimento aproximado do seu pé?
d. Com o auxílio de uma régua, meça o comprimento do seu pé e verifique se a medida encontrada está próxima da medida calculada no item anterior.

**2** Em 2023, foi plantada em uma rua uma árvore de 20 cm de altura. Em 2022, ela media 48 cm de altura e, em 2023, 76 cm de altura. Sabe-se que o crescimento desse tipo de árvore varia com sua idade (em anos) até completar 50 anos. A expressão que relaciona a idade da árvore ($t$), em anos, com a medida de sua altura ($h$), em centímetro, é $h = 28t + 20$.

a. Qual é a medida da altura da árvore quando $t = 6$ anos?
b. E quando $t = 10$ anos?

38

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

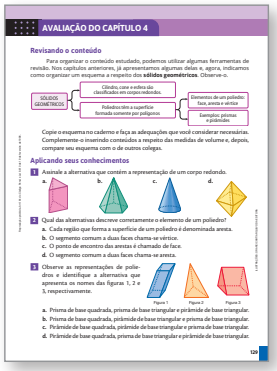
MODERNA



5

## Avaliação de capítulo

Ao final de cada capítulo, são apresentadas atividades objetivas que podem ser utilizadas como avaliação, organização ou revisão dos conteúdos estudados.


AVALIAÇÃO DO CAPÍTULO 4

Revisando o conteúdo

Para organizar o conteúdo estudado, podemos utilizar algumas ferramentas de revisão. Nos capítulos anteriores, já apresentamos algumas delas e, agora, indicamos como organizar um esquema a respeito dos **sólidos geométricos**. Observe-o.



Copie o esquema no caderno e faça as adequações que você considerar necessárias. Complemente-o inserindo conteúdos a respeito das medidas de volume e, depois, compare seu esquema com o de outros colegas.

Aplicando seus conhecimentos

1 Assinale a alternativa que contém a representação de um corpo redondo.

a. b. c. d.

2 Qual das alternativas descreve corretamente o elemento de um poliedro?

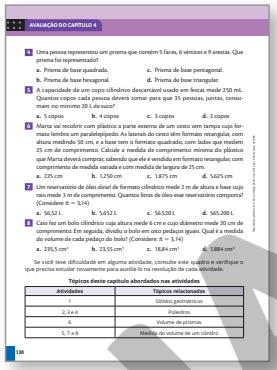
a. Cada região que forma a superfície de um poliedro é denominada aresta.
b. O segmento comum a duas faces chama-se vértice.
c. O ponto de encontro das arestas é chamado de face.
d. O segmento comum a duas faces chama-se aresta.

3 Observe as representações de poliedros e identifique a alternativa que apresenta os nomes das figuras 1, 2 e 3, respectivamente.

Figura 1 Figura 2 Figura 3

a. Prisma de base quadrada, prisma de base triangular e pirâmide de base triangular.
b. Prisma de base quadrada, pirâmide de base triangular e prisma de base triangular.
c. Pirâmide de base quadrada, pirâmide de base triangular e prisma de base triangular.
d. Pirâmide de base quadrada, prisma de base triangular e pirâmide de base triangular.

129


AVALIAÇÃO DO CAPÍTULO 4

6 Uma pessoa representou um prisma que contém 5 faces, 6 vértices e 9 arestas. Que prisma foi representado?

a. Prisma de base quadrada.
b. Prisma de base hexagonal.
c. Prisma de base pentagonal.
d. Prisma de base triangular.

5 A capacidade de um copo cilíndrico descartável usado em festas mede 250 mL. Quantos copos cada pessoa deverá tomar para que 35 pessoas, juntas, consumam no mínimo 20 L de suco?

a. 5 copos b. 4 copos c. 3 copos d. 2 copos

6 Marta vai recobrir com plástico a parte externa de um cesto sem tampa cujo formato lembra um paralelepípedo. As laterais do cesto têm formato retangular, com altura medindo 50 cm, e a base tem o formato quadrado, com lados que medem 25 cm de comprimento. Calcule a medida de comprimento mínima do plástico que Marta deverá comprar, sabendo que ele é vendido em formato retangular, com comprimento de medida variada e com medida de largura de 25 cm.

a. 225 cm b. 1.250 cm c. 1.875 cm d. 5.625 cm

7 Um reservatório de óleo diesel de formato cilíndrico mede 2 m de altura e base cujo raio mede 3 m de comprimento. Quantos litros de óleo esse reservatório comporta? (Considere: $\pi = 3{,}14$)

a. 56,52 L b. 5.652 L c. 56.520 L d. 565.200 L

8 Caio fez um bolo cilíndrico cuja altura mede 6 cm e cujo diâmetro mede 20 cm de comprimento. Em seguida, dividiu o bolo em oito pedaços iguais. Qual é a medida do volume de cada pedaço do bolo? (Considere: $\pi = 3{,}14$)

a. 235,5 cm³ b. 23,55 cm³ c. 1884 cm³ d. 1.884 cm³

Se você teve dificuldade em alguma atividade, consulte este quadro e verifique o que precisa estudar novamente para auxiliá-lo na resolução de cada atividade.

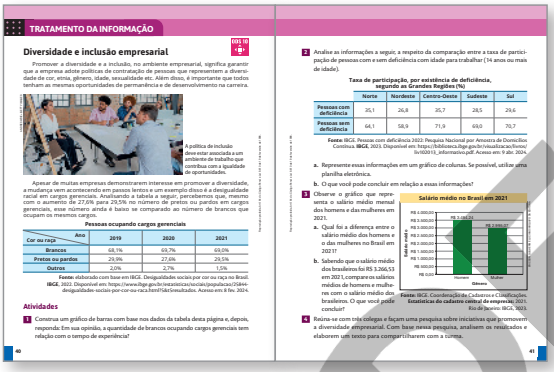
**Tópicos deste capítulo abordados nas atividades**

| Atividades | Tópicos relacionados |
|---|---|
| 1 | Sólidos geométricos |
| 2, 3 e 4 | Poliedros |
| 6 | Volume de prismas |
| 5, 7 e 8 | Medida do volume de um cilindro |

130

## Tratamento da informação

Nessa seção, são apresentados tópicos da Matemática que envolvem pesquisa estatística, leitura e interpretação de gráficos e de tabelas.


TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

ODS 10

**Diversidade e inclusão empresarial**

Promover a diversidade e a inclusão, no ambiente empresarial, significa garantir que a empresa adote políticas de contratação de pessoas que representem a diversidade de cor, etnia, gênero, idade, sexualidade etc. Além disso, é importante que todos tenham as mesmas oportunidades de permanência e de desenvolvimento na carreira.



Apesar de muitas empresas demonstrarem interesse em promover a diversidade, a mudança vem acontecendo em passos lentos e um exemplo disso é a desigualdade racial em cargos gerenciais. Analisando a tabela a seguir, percebemos que, mesmo com o aumento de 27,6% para 29,5% no número de pretos ou pardos em cargos gerenciais, esse número ainda é baixo se comparado ao número de brancos que ocupam os mesmos cargos.

**Pessoas ocupando cargos gerenciais**

| Cor ou raça \ Ano | 2019 | 2020 | 2021 |
|---|---|---|---|
| Brancos | 68,1% | 69,7% | 69,0% |
| Pretos ou pardos | 29,9% | 27,6% | 29,5% |
| Outros | 2,0% | 2,7% | 1,5% |

**Fonte:** elaborado com base em IBGE. Desigualdades sociais por cor ou raça no Brasil. **IBGE**, 2022. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/populacao/25844-desigualdades-sociais-por-cor-ou-raca.html?t=destaques. Acesso em: 8 fev. 2024.

**Atividades**

1 Construa um gráfico de barras com base nos dados da tabela desta página e, depois, responda: Em sua opinião, a quantidade de brancos ocupando cargos gerenciais tem relação com o tempo de experiência?

60

2 Analise as informações a seguir, a respeito da comparação entre a taxa de participação de pessoas com e sem deficiência com idade para trabalhar (14 anos ou mais de idade).

**Taxa de participação, por existência de deficiência, segundo as Grandes Regiões (%)**

| | Norte | Nordeste | Centro-Oeste | Sudeste | Sul |
|---|---|---|---|---|---|
| Pessoas com deficiência | 35,1 | 26,8 | 35,7 | 28,5 | 29,6 |
| Pessoas sem deficiência | 64,1 | 58,9 | 71,9 | 69,0 | 70,7 |

**Fonte:** IBGE. Pessoas com deficiência 2022: Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua. **IBGE**, 2023. Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv102013_informativo.pdf. Acesso em: 9 abr. 2024.

a. Represente essas informações em um gráfico de colunas. Se possível, utilize uma planilha eletrônica.

b. O que você pode concluir em relação a essas informações?

3 Observe o gráfico que representa o salário médio mensal dos homens e das mulheres em 2021.



**Fonte:** IBGE, Coordenação de Trabalho e Rendimento. **Estatísticas do cadastro central de empresas** 2021. Rio de Janeiro: IBGE, 2023.

a. Qual foi a diferença entre o salário médio dos homens e o das mulheres no Brasil em 2021?

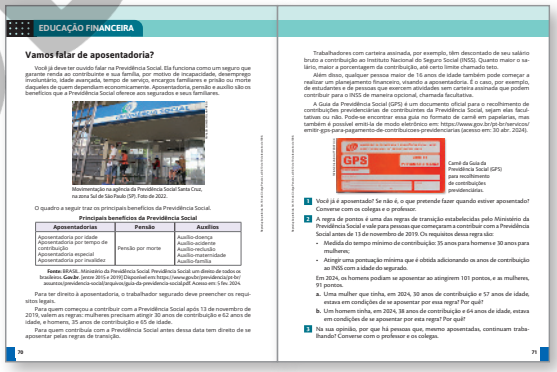
b. Sabendo que o salário médio dos brasileiros foi R$ 3.266,13 em 2021, compare os salários médios de homens e mulheres com o salário médio dos brasileiros. O que você pode concluir?

4 Reúna-se com três colegas e façam uma pesquisa sobre iniciativas que promovem a diversidade empresarial. Com base nessa pesquisa, analisem os resultados e elaborem um texto para comentarem com a turma.

41

## Educação financeira

Por meio de textos informativos, nesta seção são apresentados conteúdos que favorecem a compreensão de conceitos matemáticos em práticas financeiras.


EDUCAÇÃO FINANCEIRA

**Vamos falar de aposentadoria?**

Você já deve ter ouvido falar na Previdência Social. Ela funciona como um seguro que garante renda ao contribuinte e sua família, por motivo de incapacidade, desemprego involuntário, idade avançada, tempo de serviço, encargos familiares e prisão ou morte daqueles de quem dependem economicamente. Aposentadoria, pensão e auxílio são os benefícios que a Previdência Social oferece aos segurados e seus familiares.



Movimentação na agência da Previdência Social Santa Cruz, na zona Sul de São Paulo (SP). Foto de 2022.

O quadro a seguir traz os principais benefícios da Previdência Social.

**Principais benefícios da Previdência Social**

| Aposentadorias | Pensão | Auxílios |
|---|---|---|
| Aposentadoria por idade<br>Aposentadoria por tempo de contribuição<br>Aposentadoria especial<br>Aposentadoria por invalidez | Pensão por morte | Auxílio-doença<br>Auxílio-acidente<br>Auxílio-reclusão<br>Auxílio-maternidade<br>Auxílio-família |

**Fonte:** BRASIL. Ministério da Previdência Social. Previdência Social: um direito de todos os brasileiros. **Gov.br**. [entre 2010 e 2019]. Disponível em: https://www.gov.br/previdencia/pt-br/assuntos/previdencia-social/arquivos/guia-da-previdencia-social.pdf. Acesso em: 5 fev. 2024.

Para ter direito à aposentadoria, o trabalhador segurado deve preencher os requisitos legais.

Para quem começou a contribuir com a Previdência Social após 13 de novembro de 2019, valem as regras: mulheres precisam atingir 30 anos de contribuição e 62 anos de idade, e homens, 35 anos de contribuição e 65 de idade.

Para quem contribuiu com a Previdência Social antes dessa data tem direito de se aposentar pelas regras de transição.

70

Trabalhadores com carteira assinada, por exemplo, têm descontado de seu salário bruto a contribuição ao Instituto Nacional do Seguro Social (INSS). Quanto maior o salário, maior a porcentagem da contribuição, até certo limite chamado teto.

Além disso, qualquer pessoa maior de 16 anos de idade também pode começar a realizar um planejamento financeiro, visando a aposentadoria. É o caso, por exemplo, de estudantes e de pessoas que exercem atividades sem carteira assinada que podem contribuir para o INSS de maneira opcional, chamada facultativa.

A Guia da Previdência Social (GPS) é um documento oficial para o recolhimento de contribuições previdenciárias de contribuintes da Previdência Social, sejam elas facultativas ou não. Pode-se encontrar essa guia no formato de carnê em papelarias, mas também é possível emiti-la de modo eletrônico em: https://www.gov.br/pt-br/servicos/emitir-gps-para-pagamento-de-contribuicoes-previdenciarias (acesso em: 30 abr. 2024).




Carnê da Guia da Previdência Social (GPS) para recolhimento de contribuições previdenciárias.

1 Você já é aposentado? Se não é, o que pretende fazer quando estiver aposentado? Converse com os colegas e o professor.

2 A regra de pontos é uma das regras de transição estabelecidas pelo Ministério da Previdência Social e vale para pessoas que começaram a contribuir com a Previdência Social antes de 13 de novembro de 2019. Os requisitos dessa regra são:

- Medida do tempo mínimo de contribuição: 35 anos para homens e 30 anos para mulheres;
- Atingir uma pontuação mínima que é obtida adicionando os anos de contribuição ao INSS com a idade do segurado.

Em 2024, os homens podiam se aposentar ao atingirem 101 pontos, e as mulheres, 91 pontos.

a. Uma mulher que tinha, em 2024, 30 anos de contribuição e 57 anos de idade, estava em condições de se aposentar por essa regra? Por quê?

b. Um homem tinha, em 2024, 38 anos de contribuição e 64 anos de idade, estava em condições de se aposentar por esta regra? Por quê?

3 Na sua opinião, por que há pessoas que, mesmo aposentadas, continuam trabalhando? Converse com o professor e os colegas.

71

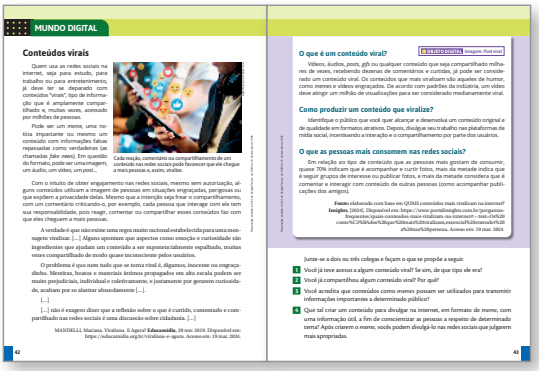


Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODELO

## Mundo digital

Seção que apresenta textos e imagens para promover a reflexão crítica sobre as práticas que envolvem o uso da internet, das fontes de informações digitais, seus benefícios e riscos.


MUNDO DIGITAL

Conteúdos virais

Quem usa as redes sociais na internet, seja para estudo, para trabalho ou para entretenimento, já deve ter se deparado com conteúdos "virais", tipo de informação que é amplamente compartilhado e, muitas vezes, acessado por milhões de pessoas.

Pode ser um meme, uma notícia impactante ou mesmo um conteúdo com informações falsas repassadas como verdadeiras (as chamadas *fake news*). Em questão de formato, pode ser uma imagem, um áudio, um vídeo, um post...

Com o intuito de obter engajamento nas redes sociais, mesmo sem autorização, alguns conteúdos utilizam a imagem de pessoas em situações engraçadas, perigosas ou que exponham a privacidade delas. Mesmo que a intenção seja fraar o compartilhamento, com um comentário criticando-o, por exemplo, cada pessoa que interage com ele tem sua responsabilidade, pois reagir, comentar ou compartilhar esses conteúdos faz com que eles cheguem a mais pessoas.

A verdade é que não existe uma regra muito racional estabelecida para uma determinado conteúdo viralizar. [...] Alguns apontam que aspectos como emoção e curiosidade são ingredientes que ajudam um conteúdo a ser exponencialmente espalhado, muitas vezes compartilhado de modo quase inconsciente pelos usuários.

O problema é que nem tudo que se torna viral é, digamos, inocente ou engraçadinho. Mentiras, boatos e materiais íntimos propagados em alta escala podem ser muito prejudiciais, individual e coletivamente, e justamente por gerarem curiosidade, acabam por se alastrar absurdamente. [...]

[...]

[...] não é exagero dizer que a reflexão sobre o que é curtido, comentado e compartilhado nas redes sociais é uma discussão sobre cidadania. [...]

MANDELLI, Mariana. Viralizou. E Agora? **Educamídia**, 29 nov. 2019. Disponível em: https://educamidia.org.br/viralizou-e-agora. Acesso em: 10 mar. 2024.

42

Cada reação, comentário ou compartilhamento de um conteúdo nas redes sociais pode favorecer que ele chegue a mais pessoas e, assim, viralize.

O que é um conteúdo viral?

Vídeos, áudios, posts, gifs ou qualquer conteúdo que seja compartilhado milhares de vezes, recebendo dezenas de comentários e curtidas, já pode ser considerado um conteúdo viral. Os conteúdos que mais viralizam são aqueles de humor, como memes e vídeos engraçados. De acordo com padrões da indústria, um vídeo deve atingir um milhão de visualizações para ser considerado mediamente viral.

Como produzir um conteúdo que viralize?

Identifique o público que você quer alcançar e desenvolva um conteúdo original e de qualidade em formatos atrativos. Depois, divulgue seu trabalho nas plataformas de mídia social, incentivando a interação e o compartilhamento por parte dos usuários.

O que as pessoas mais consomem nas redes sociais?

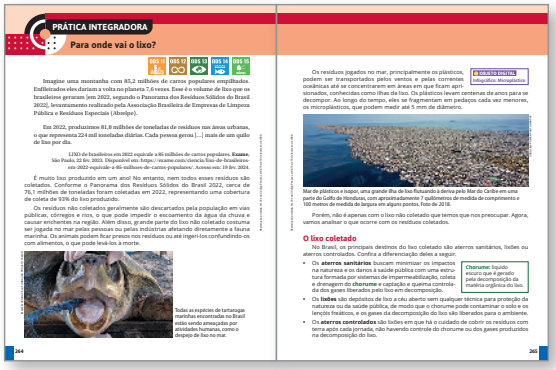
Em relação ao tipo de conteúdo que as pessoas mais gostam de consumir, quase 70% indicam que é acompanhar e curtir fotos, mais da metade indica que é seguir grupos de interesse ou publicar fotos, e mais da metade considera que é comentar e interagir com conteúdo de outras pessoas (como acompanhar publicações dos amigos).

**Fonte:** elaborado com base em QUAIS conteúdos mais viralizam na internet? **Insights**, [2024]. Disponível em: https://www.portalinsights.com.br/perguntas-frequentes/quais-conteudos-mais-viralizam-na-internet#:~:text=De%20com%C3%A9dias%20que%20mais,essencial%20lembrarde%20s%20mar%20presente. Acesso em: 19 mar. 2024.

Junte-se a dois ou três colegas e façam o que se propõe a seguir.

1. Você já teve acesso a algum conteúdo viral? Se sim, de que tipo ele era?
2. Você já compartilhou algum conteúdo viral? Por quê?
3. Você acredita que conteúdos como memes possam ser utilizados para transmitir informações importantes a determinado público?
4. Que tal criar um conteúdo para divulgar na internet, em formato de meme, com uma informação útil, a fim de conscientizar as pessoas a respeito de determinado tema? Após criarem o meme, vocês podem divulgá-lo nas redes sociais que julgarem mais apropriadas.

43


PRÁTICA INTEGRADORA

Para onde vai o lixo?

ODS 11 ODS 12 ODS 14 ODS 15

Imagine uma montanha com 85,2 milhões de carros populares empilhados. Enfileirados eles dariam a volta no planeta 7,6 vezes. Esse é o volume de lixo que os brasileiros geraram [em 2022, segundo o Panorama dos Resíduos Sólidos do Brasil 2022], levantamento realizado pela Associação Brasileira de Empresas de Limpeza Pública e Resíduos Especiais (Abrelpe).

Em 2022, produzimos 81,8 milhões de toneladas de resíduos nas áreas urbanas, o que representa 224 mil toneladas diárias. Cada pessoa gerou [...] mais de um quilo de lixo por dia.

LIXO de brasileiros em 2022 equivale a 85 milhões de carros populares. **Exame**, São Paulo, 22 fev. 2023. Disponível em: https://exame.com/ciencia/lixo-de-brasileiros-em-2022-equivale-a-85-milhoes-de-carros-populares/. Acesso em: 19 fev. 2024.

É muito lixo produzido em um ano! No entanto, nem todos esses resíduos são coletados. Conforme o Panorama dos Resíduos Sólidos do Brasil 2022, cerca de 76,1 milhões de toneladas foram coletadas em 2022, representando uma cobertura de coleta de 93% do lixo produzido.

Os resíduos não coletados geralmente são descartados pela população em vias públicas, córregos e rios, o que pode impedir o escoamento da água da chuva e causar enchentes na região. Além disso, grande parte do lixo não coletado costuma ser jogada no mar pelas pessoas ou pelas indústrias afetando diretamente a fauna marinha. Os animais podem ficar presos nos resíduos ou até mesmo ingeri-los confundindo-os com alimentos, o que pode levá-los à morte.

Todas as espécies de tartarugas marinhas encontradas no Brasil estão sendo ameaçadas por atividades humanas, como o despejo de lixo no mar.

Os resíduos jogados no mar, principalmente os plásticos, podem ser transportados pelos ventos e pelas correntes oceânicas até se concentrarem em áreas em que ficam aprisionados, conhecidas como ilhas de lixo. Os plásticos levam centenas de anos para se decompor. Ao longo do tempo, eles se fragmentam em pedaços cada vez menores, os microplásticos, que podem medir até 5 mm de diâmetro.

INFOGRÁFICO
Infográfico Monoplástico

Mar de plásticos e isopor, uma grande ilha de lixo flutuando à deriva pelo Mar do Caribe em uma parte do Golfo de Honduras, com aproximadamente 7 quilômetros de medida de comprimento e 100 metros de medida de largura em alguns pontos. Foto de 2018.

Porém, não é apenas com o lixo não coletado que temos que nos preocupar. Agora, vamos analisar o que ocorre com os resíduos coletados.

O lixo coletado

No Brasil, os principais destinos do lixo coletado são aterros sanitários, lixões ou aterros controlados. Confira a diferenciação deles a seguir.

- Os **aterros sanitários** buscam minimizar os impactos na natureza e os danos à saúde pública com uma estrutura formada por sistemas de impermeabilização, coleta e drenagem do **chorume** e captação e queima controlada dos gases liberados pelo lixo em decomposição.
- Os **lixões** são depósitos de lixo a céu aberto sem qualquer técnica para proteção da natureza ou da saúde pública, de modo que o chorume pode contaminar o solo e os lençóis freáticos, e os gases da decomposição do lixo são liberados para o ambiente.
- Os **aterros controlados** são lixões em que há o cuidado de cobrir os resíduos com terra após cada jornada, não havendo controle do chorume ou dos gases produzidos na decomposição do lixo.

Chorume: líquido escuro que é gerado pela decomposição da matéria orgânica do lixo.

364

365

## Prática integradora

Seção que traz informações e atividades que possibilitam integrar vivências e conhecimentos de diferentes áreas.

## Ícone Objeto Digital

OBJETO DIGITAL

Conteúdos digitais relacionados à coleção são indicados por meio de um ícone que apresenta o tipo e o título de cada objeto digital.

## Ícone atividade em dupla ou em grupo

Indica atividades que podem ser desenvolvidas em duplas ou em grupo, a fim de promover a troca de conhecimento entre os estudantes.

## Ícone atividade oral

Indica atividades que podem ser desenvolvidas oralmente, por meio de rodas de conversa e exposição de percepções, opiniões ou respostas pessoais.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

7

# DESENVOLVIMENTO SUSTENTÁVEL

Você sabia que em 2015 foi assinado, na sede da Organização das Nações Unidas (ONU), em Nova York (Estados Unidos), um documento em que 193 países, incluindo o Brasil, se comprometeram a tomar medidas importantes para acabar com a pobreza, proteger o meio ambiente e garantir que as pessoas possam desfrutar de paz e de prosperidade? Trata-se da **Agenda 2030**. Nela, são apresentados **17 Objetivos de Desenvolvimento Sustentável**, os ODS, que determinam metas transformadoras para promover o desenvolvimento sustentável até 2030, a fim de que possamos cumprir a Agenda no Brasil e no mundo. Vamos conhecê-los?




RELEITURA DOS ÍCONES DA ONU POR VINICIUS ROSSIGNOL FELIPE

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



## ODS 9

**INDÚSTRIA, INOVAÇÃO E INFRAESTRUTURA**

Construir infraestruturas resilientes, promover a industrialização inclusiva e sustentável e fomentar a inovação.



## ODS 10

**REDUÇÃO DAS DESIGUALDADES**

Reduzir as desigualdades no interior dos países e entre países.



## ODS 11

**CIDADES E COMUNIDADES SUSTENTÁVEIS**

Tornar as cidades e comunidades mais inclusivas, seguras, resilientes e sustentáveis.



## ODS 12

**CONSUMO E PRODUÇÃO RESPONSÁVEIS**

Garantir padrões de consumo e de produção sustentáveis.



## ODS 13

**AÇÃO CONTRA A MUDANÇA GLOBAL DO CLIMA**

Adotar medidas urgentes para combater as alterações climáticas e os seus impactos.



## ODS 14

**VIDA NA ÁGUA**

Conservar e usar de forma sustentável os oceanos, os mares e os recursos marinhos para o desenvolvimento sustentável.



## ODS 15

**VIDA TERRESTRE**

Proteger, restaurar e promover o uso sustentável dos ecossistemas terrestres, gerir de forma sustentável as florestas, combater a desertificação, travar e reverter a degradação dos solos e travar a perda da biodiversidade.



## ODS 16

**PAZ, JUSTIÇA E INSTITUIÇÕES EFICAZES**

Promover sociedades pacíficas e inclusivas para o desenvolvimento sustentável, proporcionar o acesso à justiça para todos e construir instituições eficazes, responsáveis e inclusivas a todos os níveis.



## ODS 17

**PARCERIAS E MEIOS DE IMPLEMENTAÇÃO**

Reforçar os meios de implementação e revitalizar a parceria global para o desenvolvimento sustentável.

Fonte: ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS. **Sobre o nosso trabalho para alcançar os Objetivos de Desenvolvimento Sustentável no Brasil**. Disponível em: https://brasil.un.org/pt-br/sdgs. Acesso em: 27 fev. 2024.

Neste livro, você encontrará ícones dos ODS quando forem trabalhados temas ou conceitos com os quais eles podem ser relacionados.

RELEITURA DOS ÍCONES DA ONU POR VINICIUS ROSSIGNOL FELIPE



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

# SUMÁRIO


AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 1 ..... 12

UNIDADE 1 Brasil em foco ..... 18

CAPÍTULO 1 Equações do 1º grau ..... 20

Expressões algébricas ..... 21

Equações ..... 24

Equações do 1º grau com uma incógnita ..... 30

Possibilidade e probabilidade ..... 33

ATIVIDADES FINAIS DO CAPÍTULO 1 ..... 38

TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO Diversidade e inclusão empresarial ..... 40

MUNDO DIGITAL Conteúdos virais ..... 42

AVALIAÇÃO DO CAPÍTULO 1 ..... 44

CAPÍTULO 2 Números reais ..... 46

Números naturais, inteiros e racionais ..... 47

Números irracionais ..... 52

Números reais ..... 56

Radiciação ..... 61

Gráfico de setores ..... 64

TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO Dados sobre LGBTI+fobia no Brasil ..... 67

ATIVIDADES FINAIS DO CAPÍTULO 2 ..... 69

EDUCAÇÃO FINANCEIRA Vamos falar de aposentadoria? ..... 70

AVALIAÇÃO DO CAPÍTULO 2 ..... 72

UNIDADE 2 Sociedade em movimento ..... 76

CAPÍTULO 3 Grandezas e regra de três ..... 78

Grandezas e medidas ..... 79

Proporcionalidade ..... 80

Regra de três simples ..... 91

TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO Construção de gráfico de setores ..... 96

ATIVIDADES FINAIS DO CAPÍTULO 3 ..... 98

EDUCAÇÃO FINANCEIRA Golpes financeiros: o que são e como evitar ..... 100

AVALIAÇÃO DO CAPÍTULO 3 ..... 102

CAPÍTULO 4 Sólidos geométricos e volumes ..... 104

Sólidos geométricos ..... 105

Poliedros ..... 107

Volume de prismas ..... 110

Medida do volume de um cilindro ..... 119

TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO Construção de gráficos em planilha eletrônica ..... 122

ATIVIDADES FINAIS DO CAPÍTULO 4 ..... 125

MUNDO DIGITAL Algoritmos, perfis digitais e representatividade ..... 127

AVALIAÇÃO DO CAPÍTULO 4 ..... 129

PRÁTICA INTEGRADORA Mudanças climáticas ..... 131

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 2 ..... 135

UNIDADE 3 Trabalho e tecnologia ..... 140

CAPÍTULO 5 Matemática Financeira e Estatística ..... 142

Porcentagem ..... 143

Medidas de tendência central ..... 152

Amplitude total e ponto médio ..... 156

TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO Pesquisas estatísticas ..... 161

ATIVIDADES FINAIS DO CAPÍTULO 5 ..... 164


MODERNA

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

**EDUCAÇÃO FINANCEIRA**
Microempreendedor Individual (MEI) ..... 167

**AVALIAÇÃO DO CAPÍTULO 5** ..... 169

**CAPÍTULO 6 Equações** ..... 171

Equações do 1º grau com duas incógnitas ..... 172

Sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas ..... 175

Equação do 2º grau com uma incógnita ..... 182

Produtos notáveis ..... 186

Resolução de uma equação do 2º grau completa ... 189

Analisando as raízes de uma equação do 2º grau ... 193

**TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO** Coleta e organização de dados ..... 194

**ATIVIDADES FINAIS DO CAPÍTULO 6** ..... 196

**MUNDO DIGITAL** A tecnologia e as mudanças no mercado de trabalho ..... 197

**AVALIAÇÃO DO CAPÍTULO 6** ..... 200

**UNIDADE 4 Desenvolvimento e sustentabilidade** ..... 202

**CAPÍTULO 7 Funções** ..... 204

Noção intuitiva de função ..... 205

Representação gráfica de uma função ..... 210

Função afim ..... 218

**TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO**
Organização dos dados de uma pesquisa ..... 222

**ATIVIDADES FINAIS DO CAPÍTULO 7** ..... 224

**EDUCAÇÃO FINANCEIRA**
Independência financeira: um caminho para a redução de violências ..... 227

**AVALIAÇÃO DO CAPÍTULO 7** ..... 229

**CAPÍTULO 8 Geometria** ..... 231

Figuras semelhantes ..... 232

Teorema de Tales ..... 236

Triângulos semelhantes ..... 238

Teorema de Pitágoras ..... 244

**TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO** Analisar dados de gráficos para tirar conclusões ..... 253

**ATIVIDADES FINAIS DO CAPÍTULO 8** ..... 255

**MUNDO DIGITAL** É tudo interessante? ..... 258

**AVALIAÇÃO DO CAPÍTULO 8** ..... 261

**PRÁTICA INTEGRADORA** Para onde vai o lixo? ..... 264

**RESPOSTAS** ..... 269

**SUGESTÕES DE AMPLIAÇÃO** ..... 286

**TRANSCRIÇÕES DOS ÁUDIOS** ..... 287

**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS COMENTADAS** ..... 292

**SUMÁRIO DOS OBJETOS DIGITAIS**

Vídeo: Placa de automóvel ..... 36
Imagem: *Post* viral ..... 43
*Podcast*: Uma breve história do pi ..... 55
*Podcast*: Consolidação das Leis do Trabalho ..... 83
Infográfico: Desigualdade de gênero ..... 90
Carrossel de imagens: Embalagens ..... 116
*Podcast*: Finanças da família ..... 149
Imagem: Origem do Dia do Trabalho ..... 182
Vídeo: Equações do 2º grau ..... 189
*Podcast*: A fórmula é de Bhaskara? ..... 190
Imagem: Sustentabilidade na indústria têxtil ..... 217
Infográfico: Etanol ou gasolina? ..... 218
Carrossel de imagens: Câmara escura de orifício ..... 257
Infográfico: Microplástico ..... 265



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

# Orientações para a Avaliação diagnóstica 1

A avaliação diagnóstica possibilita identificar habilidades e conhecimentos prévios dos estudantes, a fim de planejar estratégias de ensino adequadas às necessidades de cada um. Oriente a turma a registrar todos os cálculos efetuados em cada atividade. Assim, ao analisar suas respostas, será possível identificar padrões e lacunas no conhecimento e conteúdos que requeiram intervenção.

A **atividade 1** possibilita avaliar a habilidade de resolver um problema envolvendo a divisão de números naturais. É fundamental analisar as estratégias utilizadas pelos estudantes para efetuar a divisão de 450 por 15.

Na **atividade 2**, é preciso verificar se eles compreenderam que, apesar de as duas primeiras horas serem gratuitas, a pessoa não pagará por apenas 4 horas.

O objetivo da **atividade 3** é avaliar se os estudantes resolvem um problema que envolve a noção de medida do perímetro. Nesse caso, analise se eles compreenderam que cada canteiro precisará de 4 m de cerca. Como são 3 canteiros, pode-se resolver o problema efetuando $4 + 4 + 4 = 12$ ou $3 \times 4 = 12$.

## AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 1

**1** Um grupo de 15 amigos resolveu fazer um churrasco. Eles decidiram que um deles iria comprar tudo o que fosse preciso e, depois, iriam dividir o valor igualmente entre eles. Sabendo que o total da compra foi de R$ 450,00, quanto cada um dos participantes pagou? **1.** R$ 30,00

**2** O estacionamento de um *shopping* é gratuito nas duas primeiras horas. Depois disso são cobradas as horas corridas a partir do horário de acesso ao estacionamento, sendo R$ 8,00 o valor cobrado por hora. Uma pessoa chegou ao *shopping* às 11h e ficou lá durante 6 horas. Quanto essa pessoa precisou pagar pelo estacionamento? **2.** R$ 48,00

**3** Um condomínio possui três canteiros iguais, como os da figura. O síndico quer cercar os três canteiros; para isso, utilizou uma corda para contornar um deles e concluiu que o perímetro de cada canteiro mede 4 m de comprimento. Quantos metros de cerca o síndico vai precisar para cercar os três canteiros? **3.** 12 m



ORARICART/ARQUIVO DA EDITORA

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

**4** Um motorista de aplicativo pode optar entre gasolina ou etanol para abastecer seu carro. Sabendo que o veículo faz, em média, 15,3 km por litro com gasolina e 12,6 km por litro com etanol, responda:

**4. a.** Aproximadamente 16,49 litros.

**a.** Quantos litros de gasolina são necessários para fazer um percurso de 252,3 km?

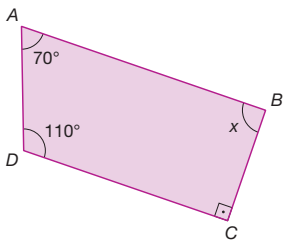
**4. b.** Aproximadamente 20,02 litros.

**b.** Quantos litros de etanol seriam necessários para fazer o mesmo percurso?

**4. c.** Aproximadamente R$72,87; aproximadamente R$ 92,01.

**c.** Se o preço do litro de etanol é R$ 3,64 e o preço do litro de gasolina é R$ 5,58, quantos reais o motorista gastaria se optasse abastecer apenas com etanol? E apenas com gasolina?

**5** Um pedreiro irá colocar lajotas no piso de uma sala que tem o formato de um quadrilátero. Ele resolveu desenhar um esquema do piso da sala com as informações que já tem, conforme a figura. **5.** Alternativa **c**.




ORARICART/ARQUIVO DA EDITORA

A medida de abertura do ângulo *ABC* é:

**a.** 70°
**b.** 80°
**c.** 90°
**d.** 100°



A **atividade 4** é uma oportunidade para os estudantes demonstrarem sua habilidade em resolver problemas que envolvem divisão e multiplicação com números decimais e arredondamentos.

A **atividade 5** verifica a habilidade dos estudantes de resolver um problema que envolve a soma das medidas das aberturas dos ângulos internos de um quadrilátero. Verifique se eles compreendem o símbolo de ângulo reto, relacionando-o com 90°. Além disso, eles devem reconhecer que a soma das medidas das aberturas dos ângulos internos de um quadrilátero é 360°.

MODERNA

**9. a.** Ruas associadas a retas paralelas: rua Pará e rua Roraima. Ruas associadas a retas concorrentes: rua Amazonas e rua Pará, rua Amazonas e rua Roraima, rua Tocantins e rua Pará, rua Tocantins e rua Roraima.

**6.** Alternativa **a**.

**6** Uma pessoa herdou $\frac{3}{4}$ do terreno que era de seu avô. Desse terreno, essa pessoa pretende deixar para seu filho $\frac{2}{3}$, para que ele construa uma casa. Qual a fração de terreno que ficará para o filho dessa pessoa, em relação ao terreno do avô?

**a.** $\frac{1}{2}$ **b.** $\frac{5}{7}$ **c.** $\frac{1}{12}$ **d.** $\frac{5}{12}$

**7** Uma reserva legal é uma área delimitada dentro da propriedade rural que deve manter a cobertura de vegetação nativa, e sua dimensão em termos percentuais depende da área do imóvel e de sua localização. De acordo com a Lei 12.651/2012, em imóveis rurais localizados na Amazônia Legal, a área de reserva é de 80% da propriedade nas áreas de florestas; 35% nas de Cerrado; e 20% para os imóveis em áreas de Campos Gerais. Nas demais regiões do país, a área de reserva é de 20%.

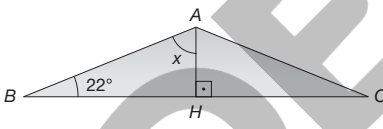
Com base no texto, qual é a área de reserva legal de um imóvel rural com medida de área de 121.000 m² localizado:

**a.** na Amazônia Legal, nas áreas de florestas? **7. a.** 96.800 m².

**b.** na Amazônia Legal, nas áreas de Cerrado? **7. b.** 42.350 m².

**c.** em outros lugares do Brasil? **7. c.** No mínimo 24.200 m².

**8** Considere o triângulo *ABC* ilustrado.




**a.** Sabendo que o triângulo *ABC* é isósceles e $\overline{AH}$ é sua altura, qual é a medida *x*, em grau? **8. a.** 68°

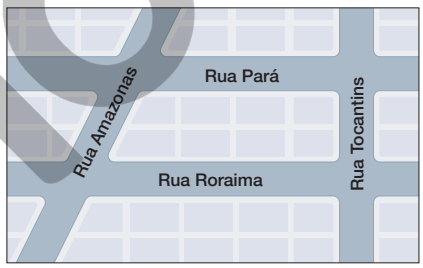
**b.** Qual é a medida da abertura do ângulo *BÂC*? Explique como pensou para determinar essa medida. **8. b.** 136°; resposta pessoal.

**c.** Como você classificaria o triângulo *AHC*? Justifique. **8. c.** Triângulo retângulo, pois a medida de abertura de um de seus ângulos internos é igual a 90°.

**9** Observe a representação e responda.

**a.** No trecho do mapa indicado na figura, quais ruas podem ser associadas a retas paralelas e quais podem ser associadas a retas concorrentes?

**b.** O cruzamento de algumas dessas ruas pode ser associado a retas perpendiculares? Quais são esses cruzamentos? **9. b.** Sim; rua Tocantins e rua Pará, rua Tocantins e rua Roraima.



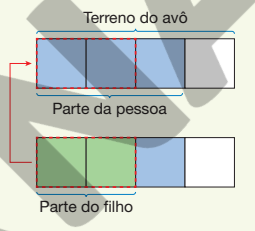

**Fonte:** Elaborado para fins didáticos.

ILUSTRAÇÕES: ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



O objetivo da **atividade 6** é avaliar se os estudantes resolvem um problema que envolve multiplicação de frações. Aqui, eles podem tanto utilizar uma estratégia operacional sistematizada e efetuar a multiplicação $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$ ou criar uma estratégia própria valendo-se da imaginação e criatividade. Por exemplo, é possível fazer o seguinte esquema:




ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

Por meio da **atividade 7** é possível verificar se os estudantes resolvem problemas que envolvam o cálculo de porcentagem. As estratégias para calcular porcentagem são diversas, e eles podem utilizar a que lhes seja mais familiar – convertendo a porcentagem em fração ou em número decimal ou utilizando alguma estratégia de cálculo mental. No **item a**, devem calcular 80% de 121.000; no **item b**, 35% de 121.000; e no **item c**, 20% de 121.000. Para o **item c**, é possível que algum estudante perceba a relação entre 80% e 20%, então podem dividir o valor calculado corretamente no **item a** por 4.

Na **atividade 8**, os estudantes devem mobilizar conhecimentos sobre a soma das medidas das aberturas dos ângulos internos de um triângulo, a altura de um triângulo isósceles e a classificação de um triângulo quanto às medidas das aberturas dos ângulos internos. Para calcular a medida desconhecida no **item a**, podem fazer $x = 180° - 90° - 22°$. No **item b**, sabendo que o triângulo *ABC* é isósceles, é possível calcular a medida da abertura do ângulo $B\hat{A}C$ como $2 \cdot x = 136°$. No **item c**, é esperado que eles percebam o símbolo do ângulo reto para classificar o triângulo como triângulo retângulo.

Por meio da **atividade 9** é possível avaliar os conhecimentos dos estudantes sobre posições relativas entre duas retas no plano.

MODERNA

A **atividade 10** possibilita avaliar se os estudantes reconhecem os conceitos de rotação e de sentido horário. É preciso que eles compreendam que, para determinar uma rotação, é necessário saber o sentido, a medida da abertura do ângulo e o ponto de rotação. Assim, nessa situação, é necessário compreender que a foto foi girada 90° no sentido horário a partir do canto superior esquerdo.

O objetivo da **atividade 11** é analisar como os estudantes resolvem um problema que envolve escalas em mapas e conversão de unidades de medida de comprimento. Eles precisam compreender que 1 cm do mapa corresponde a 60.000 cm na realidade. Portanto, se a medida da distância entre as cidades no mapa é de 30 cm, na realidade, isso corresponde a 30 cm · 60.000, ou seja, 1.800.000 cm ou 18 km.

## AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 1

**10** Uma pessoa tirou uma foto com seu celular, como indicado na imagem. Porém o aplicativo utilizado para visualizar as fotos rotacionou a foto original em 90°, no sentido horário com centro de rotação no canto superior esquerdo. **10.** Alternativa **d**.



Qual foi a imagem que a pessoa encontrou em seu celular?

**a.**



**c.**



**b.**



**d.**



FOTOS: MESQUITAFMS/ISTOCK PHOTO/GETTY IMAGES

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

**11** Um grupo de amigos pretende viajar da cidade **A** até a cidade **B**. Para calcular a medida da distância entre essas duas cidades, um deles consultou um mapa impresso, cuja escala é de 1 : 60.000. Com uma régua, ele constatou que a medida da distância, em linha reta, entre essas duas cidades no mapa é de 30 cm. Qual é a medida da distância real, em quilômetros, entre essas cidades, em linha reta? **11.** 18 km

**12** Uma papelaria tem duas opções de *kits* de canetas, como indica a figura.

**a.** As canetas são vendidas com preço proporcional? Por quê?

**b.** Qual dos dois *kits* tem o preço unitário da caneta mais barato?

**12. a.** Não, pois o preço unitário é diferente em cada *kit*.
**12.b.** O *kit* de oito canetas.




ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

14

Por meio da **atividade 12** é possível avaliar a capacidade dos estudantes de interpretar situações do dia a dia envolvendo a avaliação de preços e o conceito de proporcionalidade. No **item a**, eles podem calcular o custo de 1 caneta em cada *kit*. No *kit* com 2 canetas, cada caneta custa 7 reais (14 : 2 = 7) e, no *kit* com 8 canetas, cada caneta custa aproximadamente 6,87 reais (55 : 8 = 6,875). Portanto, eles devem concluir que as canetas não são vendidas a um preço proporcional. No **item b**, eles devem perceber que o *kit* com 8 canetas tem o preço unitário mais baixo, oferecendo um melhor custo-benefício para quem procura o menor preço por caneta e precisa comprar mais de duas canetas.

MODERNA

**13. a.** Falsa. Ao duplicar a medida do comprimento dos lados de um quadrado, quadruplica-se a medida de sua área.

**13** Identifique quais afirmações são falsas e quais são verdadeiras. Depois, no caderno, corrija aquelas que forem falsas.

**a.** Ao duplicar a medida do comprimento dos lados de um quadrado, duplica-se também a medida de sua área.

**b.** Para calcular a medida da área de um retângulo, basta saber as medidas de comprimento de sua base e sua altura. **13. b.** Verdadeira.

**c.** Sabendo a medida de comprimento de um dos lados do quadrado, podemos calcular a medida de sua área. **13. c.** Verdadeira.

**d.** Ao dobrar a medida do comprimento dos lados de um quadrado, dobra-se também a medida de seu perímetro. **13. d.** Verdadeira.

**14.** Alternativa **a**.

**14** Uma pessoa pretende delimitar uma região triangular de seu quintal para plantar hortaliças. Ela quer utilizar como lados a base de uma das paredes de sua casa, que mede 3 m de comprimento, a base de uma parte do muro que mede 2 m de comprimento e a base de uma cerca que pretende colocar. Sabendo que a medida do perímetro da região para o plantio deve ser de 9 m, qual deve ser a medida de comprimento da base da cerca que ela pretende colocar no terceiro lado da região triangular?

**a.** 4 m **b.** 5 m **c.** 6 m **d.** 7 m

**15** Um jardineiro foi contratado para colocar grama no jardim de uma casa, conforme ilustrado na figura, em que a região verde representa o jardim.

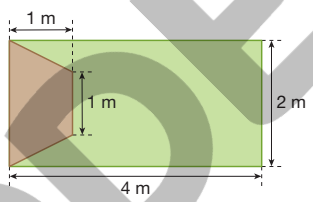



ILUSTRAÇÃO: ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

Considerando que o terreno é retangular e que o preço da grama é R$ 5,00 por metro quadrado, qual será o total gasto para cobrir o jardim com grama? **15.** R$ 32,50

**16** Em determinado dia, um cliente de uma agência bancária estava com um saldo negativo no valor de R$ 552,30. No dia seguinte, ele recebeu um depósito no valor de R$ 101,40 e foram descontados R$ 67,00 de juros de sua conta. Após essas transações, qual é o saldo atual do cliente? **14.** Saldo negativo de R$ 517,90.

**17** Calcule o valor numérico das expressões:

**a.** $\sqrt{25} + 3^2$ **17. a.** 14

**b.** $-\sqrt{144} + (0{,}2)^2$ **17. b.** $-11{,}96$

**c.** $(-1{,}3)^2 + (-1{,}5)^2$ **17. c.** 3,94



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

Na **atividade 13**, o objetivo é avaliar a compreensão dos estudantes sobre os conceitos de medida de área e perímetro de quadrados e retângulos.

Já o da **atividade 14** é avaliar a habilidade de resolver um problema que envolve a noção de perímetro de um triângulo. Nesse caso, são dadas as medidas de comprimento de dois de seus lados e a medida do perímetro e é solicitado que se determine a medida de comprimento do terceiro lado. Para a interpretação correta do problema, é fundamental entender que a informação "9 m" corresponde à medida do perímetro do triângulo.

A **atividade 15** visa avaliar a capacidade dos estudantes de resolver um problema que envolve o cálculo de medida da área. Nessa atividade, eles precisam analisar a figura e entender que a medida da área da região verde pode ser calculada subtraindo a medida da área da figura marrom da medida da área total do terreno. Para isso, é necessário saber como calcular as medidas da área de um retângulo e de um trapézio. Após determinar a medida da área da região verde, eles precisam calcular o custo para cobrir essa região, sabendo que o metro quadrado da grama custa 5 reais. Para isso, basta multiplicar a medida da área da região verde pelo valor do metro quadrado.

Por meio da **atividade 16** é possível verificar se os estudantes resolvem um problema envolvendo números negativos em um contexto bancário ao analisar informações sobre a movimentação da conta de um cliente. É fundamental que eles compreendam termos como "saldo negativo", "depósito" e "descontado".

A finalidade da **atividade 17** é verificar se os estudantes resolvem expressões numéricas que envolvem radiciação, potenciação e adição com números racionais. É preciso verificar se eles compreendem o significado de elevar um número ao quadrado. Alguns ainda podem ter dificuldade e, por exemplo, em vez de resolver corretamente $3^2 = 3 \cdot 3$, consideram equivocadamente como $3 \cdot 2$.

Na **atividade 18**, os estudantes são desafiados a analisar um quadro e avaliar a veracidade de quatro afirmações sobre ele. Além disso, eles devem considerar uma informação importante no enunciado, que explica como é calculado o saldo de gols. Para avaliar a afirmação do **item a**, os estudantes precisam localizar o nome do time na coluna nomeada "Clube" e comparar os números da coluna "Gols marcados" para atestar a veracidade da afirmação. Nos **itens b** e **d**, é necessário localizar as informações sobre os clubes citados e as respectivas informações da coluna "Saldo de gols"; aqui, os estudantes podem encontrar dificuldade para resolver subtração envolvendo números negativos. No **item c**, é possível comparar as informações das colunas "Gols marcados" e "Gols sofridos" ou analisar apenas a coluna "Saldo de gols"; nesse caso, é preciso entender que um saldo negativo representa que o time sofreu mais gols do que marcou.

O objetivo da **atividade 19** é verificar se os estudantes conseguem resolver um problema que envolve a ideia de probabilidade como a razão entre o número de casos favoráveis e o total de casos possíveis. Logo, é necessário que entendam que o total de casos possíveis é dado pela soma do número de mulheres e número de homens. Eles podem apresentar o resultado com qualquer fração equivalente à fração irredutível. Por exemplo, para o cálculo da probabilidade de o sorteado ser um homem, é possível indicar: $\frac{300}{700} = \frac{30}{70} = \frac{3}{7}$.



**18. a.** Falsa. O quadro mostra que o time que marcou mais gols foi o Atlético-GO.

**18** No Campeonato Brasileiro de Futebol – série B, o saldo de gols é calculado pela diferença entre o número de gols marcados e o número de gols sofridos. O quadro a seguir apresenta parte da classificação final de alguns times da série B no campeonato de 2023. **18. d.** Falsa. A diferença entre o saldo de gols do ABC e o do Londrina foi de 4 gols, pois $-23 - (-27) = 4$.

**Campeonato Brasileiro de Futebol de 2023 – série B**

| Posição | Clube | Gols marcados | Gols sofridos | Saldo de gols |
|---|---|---|---|---|
| 1º | Vitória – BA | 50 | 31 | 19 |
| 4º | Atlético – GO | 56 | 45 | 11 |
| 19º | Londrina – PR | 31 | 58 | −27 |
| 20º | ABC – RN | 28 | 51 | −23 |

**Fonte:** CAMPEONATO Brasileiro de Futebol – Série B – 2023. **Confederação Brasileira de Futebol (CBF)**, 2023. Disponível em: https://www.cbf.com.br/futebol-brasileiro/competicoes/campeonato-brasileiro-serie-b/2023. Acesso em: 25 abr. 2024.

**18. b.** Verdadeira.

Com base no texto, identifique quais afirmações são falsas e quais são verdadeiras.

**a.** Pelo quadro, o Vitória marcou mais gols no campeonato.

**b.** A diferença entre o saldo de gols do Atlético e do Londrina foi de 38 gols.

**c.** O Londrina e o ABC sofreram mais gols do que marcaram. **18. c.** Verdadeira.

**d.** A diferença entre o saldo de gols do ABC e o do Londrina foi de 50 gols.

**19** Uma instituição de caridade fez uma rifa de uma bicicleta visando arrecadar dinheiro para ajudar famílias que foram prejudicadas com as fortes chuvas. Dos compradores, 400 eram mulheres e 300 eram homens. Sabendo que cada pessoa comprou um único número, responda às questões.

**a.** Qual é a probabilidade de o sorteado ser um homem? **19. a.** $\frac{3}{7}$

**b.** Qual é a probabilidade de ser uma mulher? **19. b.** $\frac{4}{7}$

**20** Uma pessoa está preparando um suco seguindo a receita: para cada litro de suco concentrado, são necessários 2 litros de água. Qual é a razão entre a quantidade de suco concentrado e a de água? **20.** $\frac{1}{2}$

**21** Um veterinário atendeu 200 cães e 80 gatos em certo mês. Sabendo que ele não atendeu nenhum outro animal nesse mês, qual é a razão entre o número de gatos e de cães atendidos? **21.** $\frac{80}{200}$



A **atividade 20** avalia a habilidade dos estudantes em entender e aplicar o conceito de razão em um contexto prático. Nesse caso, a razão entre a quantidade de suco concentrado e a de água é de 1 para 2, ou seja, para cada litro de suco concentrado, são necessários 2 litros de água. Os estudantes podem confundir razão com adição e pensar que a quantidade de suco concentrado e a de água devem ser adicionadas. Assim, é importante reforçar que a razão é uma comparação entre duas quantidades.

A **atividade 21** avalia a habilidade dos estudantes em entender e aplicar o conceito de razão em um contexto prático. Nesse caso, a razão entre o número de gatos e de cães é de 80 para 200.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

**22.** Resposta no **Manual do professor**.

**22** No caderno, construa um gráfico de linha correspondente às informações apresentadas, na tabela a seguir, sobre a cidade de Sorriso (MT).

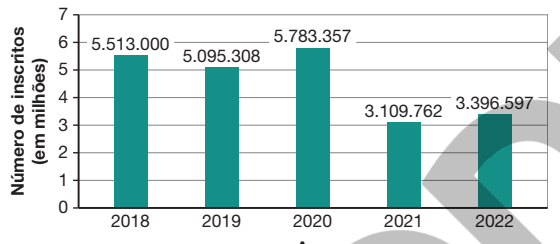
**Medida de temperatura máxima em Sorriso (MT) em janeiro de 2024**

| Dia | Medida da temperatura (em °C) |
|---|---|
| 1 | 26,7 |
| 2 | 24,4 |
| 3 | 24,9 |
| 4 | 24,4 |
| 5 | 23,2 |
| 6 | 24,5 |
| 7 | 25,2 |

**Fonte:** INSTITUTO NACIONAL DE METEOROLOGIA. **Dados Históricos Anuais**. Disponível em: https://portal.inmet.gov.br/dadoshistoricos. Acesso em: 28 fev. 2024.

**23** O gráfico a seguir apresenta o número de inscritos no Enem entre 2018 e 2022.

**Número de inscritos no Enem entre 2018 e 2022**




ORARICICART/ARQUIVO DA EDITORA

**Fonte:** BRASIL. Ministério da Educação. 3,9 milhões estão inscritos no Enem 2023. INEP. **Gov.br**, 2023. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/assuntos/noticias/enem/3-9-milhoes-estao-inscritos-no-enem-2023. Acesso em: 28 fev. 2024.

De acordo com as informações do gráfico, identifique em seu caderno quais afirmações são falsas e quais são verdadeiras.

**a.** O menor número de inscritos no Enem ocorreu em 2021. **23. a.** Verdadeira.

**b.** Em 2020 houve o maior número de inscritos. **23. b.** Verdadeira.

**c.** Em 2018 o número de inscritos foi maior que em 2019. **23. c.** Verdadeira.

**d.** Em 2022 o número de inscritos foi menor que em 2021.
**23. d.** Falsa. Em 2022 o número de inscritos foi maior que em 2021.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

O objetivo da **atividade 22** é avaliar a habilidade dos estudantes em construir um gráfico de linha com base em dados de uma tabela simples. É fundamental avaliar se eles leem corretamente os dados ao transferir as informações da tabela para o gráfico e se compreendem as escalas. Verifique se eles associaram os dias ao eixo horizontal e as medidas da temperatura ao eixo vertical, se incluíram os títulos no gráfico e nos eixos e se indicaram a fonte dos dados. A resposta para essa atividade está nas Orientações específicas para o desenvolvimento dos capítulos.

A **atividade 23** avalia a habilidade dos estudantes em interpretar um gráfico de colunas simples julgando a veracidade de quatro afirmações. Eles podem fazer esses julgamentos analisando a altura das colunas. No **item a**, eles precisam identificar a coluna de menor altura; no **item b**, identificar a coluna de maior altura. Nos **itens c** e **d**, devem comparar duas colunas específicas e indicadas pelo ano em cada item e verificar qual é maior ou menor, respectivamente. Alguns estudantes podem estar em fase de desenvolvimento da habilidade de comparar visualmente as alturas das colunas em um gráfico e podem se concentrar mais nas informações numéricas apresentadas do que na representação visual desses números. Isso pode dificultar a rápida comparação das alturas das colunas, habilidade essencial na interpretação desse tipo de gráfico.

# Orientações para a Unidade 1

O tema da abertura tem como objetivo abordar com os estudantes a participação das pessoas idosas na sociedade, possibilitando que um trabalho em parceria com os professores de História e de Geografia seja realizado para contextualizar as mudanças na idade da população e a diminuição das taxas de natalidade. Nesse contexto, é possível trabalhar a historicidade das experiências sociais e culturais, articulando os processos históricos, sociais, econômicos, políticos e culturais, contribuindo para uma leitura crítica da realidade e para uma explicação das transformações ocorridas na sociedade baseada em dados estatísticos.

Solicite aos estudantes que observem as imagens da abertura e as descrevam. É importante ouvir a opinião de todos, uma vez que alguns estudantes podem se encaixar na descrição realizada. É imprescindível que essa conversa seja pautada no respeito a si mesmo e aos outros, acolhendo e valorizando a diversidade dos indivíduos.

Após esse primeiro momento, leia com os estudantes o texto inicial e promova uma roda de conversa para trabalhar as **questões 1** e **2**.

UNIDADE 1

# Brasil em foco



FG TRADE/E+/GETTY IMAGES

Trabalhadores em galpão industrial. Foto de 2019.



CESAR DINIZ/PULSAR IMAGENS

Grupo de terceira idade se apresentando no Polo Cultural Estação Ferroviária de Caruaru (PE). Foto de 2022.

Com a evolução da medicina e das tecnologias, as pessoas estão vivendo por mais tempo e de maneira mais ativa.

De acordo com o Censo 2022, cerca de 11% dos habitantes do Brasil têm 65 anos ou mais, o que corresponde a 22 milhões de pessoas. Em comparação com o Censo 2010, houve um crescimento de aproximadamente 57% da população nessa faixa etária. E esse aumento deve continuar ocorrendo nos próximos anos até que, segundo o Ministério da Saúde, em 2030, o número de pessoas idosas supere o número de crianças até 14 anos.

Assim, é importante que políticas públicas sejam pensadas considerando essa mudança nas características da população, e a sociedade deve deixar de lado o preconceito em razão da idade, que tenta limitar as ações da população idosa.

Com o aumento da idade da população, espera-se uma participação maior da população idosa no mercado de trabalho, principalmente em equipes formadas por jovens, para produzir uma mescla de idade, conhecimento e experiência.

Converse com os colegas e o professor sobre as questões a seguir.

1. Segundo o Censo 2010, quantas pessoas, aproximadamente, tinham 65 anos ou mais no Brasil? **1.** 14 milhões de pessoas.
2. Quais benefícios você considera que pessoas mais velhas podem agregar ao mercado de trabalho? **2.** Resposta pessoal.



Reprodução proibida. Art.184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Na **questão 1**, eles devem calcular a quantidade aproximada de pessoas que tinham 65 anos ou mais no Brasil no Censo 2010, considerando que essa quantidade teve um aumento de 57% para chegar a 22 milhões de pessoas no Censo 2022. Já a **questão 2** possibilita trabalhar o TCT Processo de envelhecimento, respeito e valorização do idoso, bem como o **ODS 8** (Trabalho decente e crescimento econômico) e o **ODS 10** (Redução das desigualdades). Para ampliar o estudo desse tema, o texto "Valorização da mão de obra sênior vai aumentar no mundo todo" (disponível em: https://g1.globo.com/bemestar/blog/longevidade-modo-de-usar/post/2023/08/24/valorizacao-da-mao-de-obra-senior-vai-aumentar-no-mundo-todo.ghtml – acesso em: 26 abr. 2024) pode ser disponibilizado aos estudantes para servir de motivação.

No entanto, em decorrência de doenças, por exemplo, muitas pessoas idosas podem ficar em situação de vulnerabilidade, inclusive precisando de cuidados especiais. Além disso, segundo o Cadastro Único do governo federal, quase 24 mil pessoas idosas vivem em situação de rua no Brasil.

Com famílias cada vez menores, tem se tornado cada vez mais difícil cuidar dos mais velhos e uma alternativa tem sido o ingresso dessas pessoas em instituições de acolhimento.

No Brasil, a maioria das instituições de acolhimento a pessoas idosas são particulares. O poder público também oferece opções, com destaque à Instituição de Longa Permanência para Idosos (ILPIs) e ao Centro-Dia.

> [...] Em dez anos, o número de [pessoas idosas acolhidas] em instituições conveniadas a estados e municípios, cresceu 65% no Brasil — saltou de 40,6 mil em 2012 para 67,2 mil em 2022.
>
> Mesmo com esse crescimento, as vagas disponíveis estão longe de atender a demanda e a situação pode piorar, pois o ritmo de envelhecimento da população no país acelera. [...]

PINA, Rute. Desafio à vista: país envelhece e enfrenta dilema para ampliar rede de abrigos públicos para idosos. **UOL/VivaBem**, 9 fev. 2024. Disponível em: https://www.uol.com.br/vivabem/reportagens-especiais/abrigos-publicos-para-idosos/. Acesso em: 19 mar. 2024.

Agora, converse novamente com os colegas e o professor.

**3** Quantos filhos seus avós tiveram? E seus pais? E quantos você pretende ter? Houve diminuição ou aumento na quantidade de filhos a cada geração? **3.** Respostas pessoais.

**4** Com o envelhecimento da população, o que você considera que o poder público pode fazer para atender à demanda de acolhimento das pessoas idosas em situação de vulnerabilidade? **4.** Resposta pessoal.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Por fim, realize a leitura compartilhada do restante do texto e a discussão das **questões 3** e **4**. A **questão 3** tem por objetivo caracterizar a turma. Você pode fazer um esquema na lousa para mostrar o aumento ou a diminuição da quantidade de filhos com base nas respostas dos estudantes.

A **questão 4** pode suscitar uma conversa sobre políticas públicas para pessoas idosas e desenvolver o **ODS 3** (Saúde e bem-estar). Para apoiar a discussão, indique a leitura de artigos como "Universidade de Brasília tem política de combate ao etarismo", disponível em: https://noticias.unb.br/112-extensao-e-comunidade/6545-universidade-de-brasilia-tem-politica-de-combate-ao-etarismo, e "Idosos estão adiando cada vez mais a saída do mercado de trabalho", disponível em: https://agenciabrasil.ebc.com.br/economia/noticia/2018-10/idosos-estao-adiando-cada-vez-mais-saida-do-mercado-de-trabalho (acessos em: 26 abr. 2024).

## Orientações para o Capítulo 1

Este capítulo trabalha conteúdos associados a expressões algébricas, cálculo do valor numérico de expressões algébricas, o conceito de equação, o reconhecimento de equações do 1º grau com uma incógnita, uso do princípio fundamental da contagem e o cálculo da probabilidade de um evento. Esses assuntos propiciam aos estudantes repertório para a resolução de problemas cotidianos, a habilidade de trabalhar com expressões algébricas e resolução de equações e desenvolve o raciocínio lógico e a capacidade de abstração. O princípio fundamental da contagem auxilia no entendimento de combinações possíveis, conhecimento importante para o cálculo da probabilidade de eventos.

Peça aos estudantes que observem a imagem e converse com eles a respeito dos critérios para a fabricação da bandeira nacional informados no texto. Trabalhe a proporcionalidade entre as medidas e o significado disso para a confecção da bandeira. Indagar sobre critérios de confecção e sobre como determinar medidas com base nesses critérios pode suscitar a importância da Matemática para a sociedade e servir de motivação e valorização dos estudantes, uma vez que eles podem utilizar a experiência de vida para resolver um problema do cotidiano.

CAPÍTULO 1

# Equações do 1º grau

**Neste capítulo você vai:**

- reconhecer expressões algébricas;
- determinar o valor numérico de expressões algébricas;
- estudar o conceito de equação;
- reconhecer equações do 1º grau com uma incógnita;
- utilizar o princípio fundamental da contagem;
- calcular a probabilidade de um evento.



CAIO ACQUESTA/ISTOCK PHOTOS/GETTY IMAGES

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Bandeira Nacional hasteada no Parque da Independência, em São Paulo (SP). Foto de 2022.

Muitas pessoas desconhecem que a fabricação da Bandeira Nacional obedece a rígidos critérios em relação às dimensões das figuras geométricas (retângulo, losango e círculo), das letras e das estrelas. Esses critérios obedecem à Lei nº 5.700 de 1º de setembro de 1971.

Para o cálculo das dimensões, tomamos por base a largura e a dividimos em 14 partes iguais, e cada uma das partes será considerada 1 módulo (1*M*). As outras medidas da bandeira são proporcionais a essa. Por exemplo, a medida do comprimento será 20*M* e a medida da distância dos vértices do losango amarelo ao contorno do retângulo será 1,7*M*.

O que poderia acontecer se os critérios para a confecção da Bandeira Nacional não fossem seguidos? Qual é a importância desses critérios?

Se a medida da largura de uma bandeira do Brasil for 28 cm, qual será a medida de seu comprimento? Explique aos colegas e ao professor como você determinou essa medida. **Abertura:** Espera-se que os estudantes concluam que a medida do comprimento será de 40 cm.



Se julgar conveniente, peça aos estudantes que façam uma pesquisa sobre outros símbolos nacionais, como as Armas Nacionais (ou Brasão Nacional) e o Selo Nacional. A pesquisa pode abordar o significado desses símbolos e os critérios utilizados para sua elaboração.

Para orientar a correção da pesquisa, sugerimos que consulte a matéria "Símbolos nacionais representam a identidade de uma nação, diz consultor", disponível em: https://www12.senado.leg.br/noticias/materias/2020/09/17/simbolos-nacionais-representam-a-identidade-de-uma-nacao-diz-consultor, e a Lei nº 5.700, de 1º de setembro de 1971, disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l5700.htm (acessos em: 26 abr. 2024).

# Expressões algébricas

Vamos analisar as situações descritas a seguir.

### Situação 1

De acordo com a Secretaria de Mobilidade, da Prefeitura de Salvador, em 2023, o Elevador Lacerda, um dos mais conhecidos cartões-postais de Salvador, completou 150 anos e é considerado o primeiro elevador urbano do mundo.

Com capacidade para transportar até 32 pessoas por viagem, em um percurso que leva em torno de 30 segundos, o elevador chega a transportar em média 28 mil pessoas por dia.



EDSON GRANDISOLI/PULSAR IMAGENS

Elevador Lacerda, praça Visconde de Cayru, Salvador (BA). Foto de 2023.

No máximo, quantas pessoas serão transportadas em 2 viagens no elevador? E quantas serão transportadas em 10 viagens? E em $x$ viagens?

**Atividade oral 1:** 64 pessoas; 320 pessoas; $32x$ pessoas.

### Situação 2

Segundo um acompanhamento da safra brasileira de café, feito pela Companhia Nacional de Abastecimento (2023), o Brasil é um grande produtor de café, com produção anual de, aproximadamente, 3 milhões de toneladas. Esse produto, que compõe a dieta brasileira, é cultivado por pequenos e grandes produtores distribuídos em 16 estados brasileiros.



ADRIANO KIRIHARA/PULSAR IMAGENS

Plantação de café em Vargem Bonita (MG). Foto de 2023.

No Brasil, quantos milhões de toneladas de café, aproximadamente, são produzidas em 3 anos? E quantas são produzidas em 5 anos? E em $x$ anos?

**Atividade oral 2:** 9 milhões de toneladas; 15 milhões de toneladas; $3x$ milhões de toneladas.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

A **situação 2** destaca que o Brasil é um grande produtor de café. Peça que a leiam individualmente e respondam às perguntas da **atividade oral 2**. Em seguida, motive-os a compartilhar suas percepções sobre como determinar a quantidade de café produzida e apresentar as respostas explicando o raciocínio que desenvolveram. Uma resolução possível é multiplicar a produção anual de café (3 milhões de toneladas) pela quantidade de anos (3, 5 ou x).

## Expressões algébricas

O objetivo deste tópico é abordar com os estudantes como as expressões algébricas podem ser utilizadas para interpretar, analisar e resolver problemas. Esse estudo se justifica uma vez que o estudante pode raciocinar e perceber a lógica em situações concretas, fazendo generalizações, representando situações em linguagem matemática e utilizando simbologia algébrica.

A **situação 1** apresenta informações sobre o funcionamento de passeios realizados no Elevador Lacerda, em Salvador (BA). Leia o texto com os estudantes e converse com eles sobre os dados numéricos apresentados. Em seguida, leia a **atividade oral 1** e questione-os sobre que dados numéricos devem utilizar para respondê-la. Verifique se eles concluem que basta multiplicar a quantidade máxima de pessoas que podem ser transportadas em uma viagem (32) pela quantidade de viagens (2, 10 ou $x$). É importante que eles percebam que o número de pessoas transportadas depende do número de viagens realizadas; assim, podem generalizar a resposta indicando que $x$ corresponde a um número qualquer de viagens.

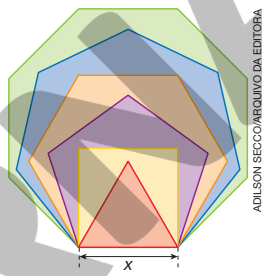
Nas situações descritas anteriormente, ao expressar a quantidade de passageiros que o elevador transportará em $x$ viagens e a quantidade de milhões de toneladas de café produzidas em $x$ anos, usamos letras para representar quantidades variáveis.

- Quantidade de pessoas transportadas em $x$ viagens: $32x$
- Quantidade de milhões de toneladas de café produzidas em $x$ anos: $3x$

Em diferentes momentos, usamos letras em expressões matemáticas para generalizar situações cotidianas, expressar relações, indicar quantidades desconhecidas etc. As expressões matemáticas formadas por letras e números ou somente por letras são denominadas **expressões algébricas**.

## Valor numérico

Observe a figura.




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Nela estão representados alguns polígonos com todos os lados de mesma medida de comprimento e indicada por $x$.

Vamos escrever uma expressão que represente a medida do perímetro desses polígonos.

- Triângulo: $x + x + x = 3x$
- Quadrado: $x + x + x + x = 4x$
- Pentágono: $x + x + x + x + x = 5x$
- Hexágono: $x + x + x + x + x + x = 6x$
- Heptágono: $x + x + x + x + x + x + x = 7x$
- Octógono: $x + x + x + x + x + x + x + x = 8x$

Seja a medida de comprimento $x$ igual a 2 cm. Para determinar a medida do perímetro do triângulo, substituímos $x$ por 2 na expressão algébrica:

$$3x = 3 \cdot 2 = 6$$

Substituímos $x$ por 2.

Ao substituir $x$ por 2 na expressão algébrica, determinamos que a medida do perímetro do triângulo é 6 cm.

Quando substituímos cada letra por determinado número e efetuamos as operações indicadas, o resultado é o **valor numérico** dessa expressão para os números escolhidos. **Atividade oral:** Quadrado: 8 cm; pentágono: 10 cm; hexágono: 12 cm; heptágono: 14 cm; octógono: 16 cm.

Considerando $x$ igual a 2 cm, qual é a medida do perímetro dos outros polígonos da figura desta página?

Junte-se a um ou dois colegas e respondam. Para que a medida do perímetro do triângulo da figura anterior seja igual a 8 cm, qual deverá ser o valor de $x$, ou seja, qual deverá ser a medida de comprimento do lado do triângulo?

**Atividade em grupo:** $\frac{8}{3}$ cm



Reprodução proibida. Art.184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

### Valor numérico

Este tópico tem por objetivo abordar com os estudantes o cálculo do valor numérico de expressões algébricas. Para isso, são apresentadas algumas expressões que representam a medida do perímetro de certos polígonos regulares. Se considerar adequado, dê outros exemplos de expressões algébricas para que eles possam determinar diferentes valores numéricos.

Converse com os estudantes sobre a figura apresentada e peça que identifiquem cada um dos polígonos. Se julgar necessário, identifique-os pela cor. Aproveite para se certificar de que todos compreendem o conceito de medida do perímetro. No caso de polígonos, a medida do perímetro pode ser definida como a soma das medidas do comprimento de todos os lados.

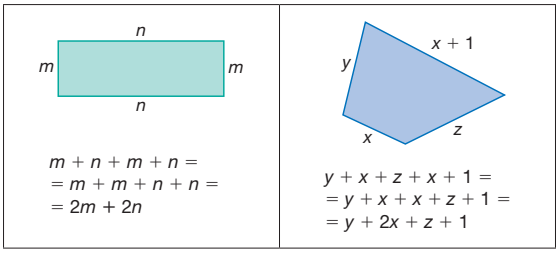
É interessante conversar com os estudantes sobre os valores que $x$ pode assumir nessa situação. Verifique se compreendem que $x$ pode assumir qualquer valor positivo, uma vez que se trata de uma medida, e não pode assumir valores negativos ou nulo.

Em seguida, peça que respondam às questões propostas oralmente. Incentive o cálculo mental e estratégias pessoais e solicite que expliquem como pensaram para respondê-las.

A **atividade oral** tem como objetivo verificar se os estudantes compreenderam como calcular o valor numérico de uma expressão algébrica. Para isso, devem determinar o valor numérico de $4x$, $5x$, $6x$, $7x$ e $8x$ com $x = 2$ cm para obter a medida do perímetro do quadrado, do pentágono, do hexágono, do heptágono e do octógono, respectivamente.

Na **atividade em grupo**, sugerimos que os estudantes compartilhem suas conclusões. Solicite que escrevam uma expressão algébrica que determine o valor de $x$. Nesse caso, eles podem escrever $3x = 8$.

Acompanhe, agora, como escrevemos a expressão que representa a medida do perímetro dos polígonos a seguir.




$m + n + m + n =$
$= m + m + n + n =$
$= 2m + 2n$

$y + x + z + x + 1 =$
$= y + x + x + z + 1 =$
$= y + 2x + z + 1$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO / ARQUIVO DA EDITORA

## Atividades

**1. a.** $10 + 2x$, em que $x$ representa a distância percorrida, em quilômetro.

**1** Uma empresa de entregas expressas cobra uma taxa de R$ 10,00 por entrega mais R$ 2,00 por quilômetro percorrido pelo entregador.

**a.** Escreva uma expressão algébrica que represente o valor a ser pago em função da quilometragem percorrida.

**b.** Quanto será cobrado por um serviço em que o entregador percorreu 18,5 km? **1. b.** R$ 47,00



LISA F. YOUNG/SHUTTERSTOCK

**2** Copie o quadro no caderno e, utilizando uma calculadora, calcule o valor numérico das expressões em cada caso. **2.** Resposta no **Manual do professor**.

**Cálculo do valor numérico**

| | $x + 1$ | $2x + 4$ | $x^2 + 1$ |
|---|---|---|---|
| $x = 5$ | | | |
| $x = 10$ | | | |
| $x = 2{,}5$ | | | |
| $x = 0{,}3$ | | | |

**3** Uma artesã fez alguns brincos e pulseiras para serem vendidos em uma feira no centro da cidade. Para decidir o preço de venda, ela calculou que cada pulseira deve ser vendida por um valor que seja o dobro do valor de um par de brincos.

**a.** Se o valor de venda de um par de brincos for $x$, qual será o valor de venda da pulseira? E qual será o valor de venda de um conjunto de 1 pulseira e 1 par de brincos? **3. a.** $2x$; $3x$

**b.** Se a artesã estabelecer 20 reais como valor de venda da pulseira, qual será o valor de venda de um conjunto de 1 pulseira e 1 par de brincos? **3. b.** R$ 30,00

23

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODELO

Utilize a **atividade 2** para avaliar se os estudantes compreenderam como calcular o valor numérico de uma expressão algébrica. No caso da última expressão, é importante verificar se eles compreendem a notação $x^2$. A resposta dessa atividade está nas Orientações específicas para o desenvolvimento dos capítulos.

Na **atividade 3**, peça aos estudantes que, antes de escreverem uma expressão algébrica, "testem" alguns valores numéricos para cada situação a fim de que se sintam seguros ao fazer generalizações.

Reproduza os polígonos dos exemplos na lousa e pergunte aos estudantes como fariam para representar a medida do perímetro de cada um deles. Esse é um momento interessante para verificar a compreensão que eles têm das propriedades da adição.

### Atividades

As atividades têm por objetivo verificar se os estudantes utilizam expressões algébricas para generalizar situações cotidianas e se calculam o valor numérico dessas expressões.

Na **atividade 1**, verifique se os estudantes compreenderam que o valor a ser pago depende da taxa por entrega e da quantidade de quilômetros percorridos. Caso alguns deles tenham dificuldade, se julgar necessário, é possível construir um quadro na lousa, conforme mostrado a seguir.

**Valor a ser pago em relação à quantidade de quilômetros percorridos**

| Quilômetros percorridos | Valor a ser pago (em reais) |
|---|---|
| 1 | $10 + 2 \cdot 1 = 10 + 2 = 12$ |
| 2 | $10 + 2 \cdot 2 = 10 + 4 = 14$ |
| 3 | $10 + 2 \cdot 3 = 10 + 6 = 16$ |

Na **atividade 4**, é importante que a turma perceba que, a partir de 10 horas até 24 horas, o valor a ser pago pelo estacionamento será 15 reais.

Utilize a **atividade 5** para verificar se os estudantes compreenderam o conteúdo desenvolvido até aqui. Circule pela sala de aula, observando se os estudantes têm dificuldades ou dúvidas, e auxilie-os caso necessário.

É possível aproveitar o momento para avaliar o estágio do pensamento algébrico em que a turma se encontra. Por meio das resoluções das atividades, verifique quantos estudantes optaram pelos caminhos da aritmética e quantos optaram por uma estratégia algébrica. Converse sobre a validade e as limitações de ambos os procedimentos.

**4** Um estacionamento cobra R$ 5,00 pela primeira hora de um automóvel estacionado e R$ 1,00 para cada hora adicional de permanência, até o valor máximo de R$ 15,00 por dia.

**a.** Sendo $x$ a quantidade de horas adicionais que um carro ficou estacionado, escreva uma expressão algébrica que represente o valor a ser pago em função do tempo de permanência no estacionamento. Para essa expressão, $x$ pode assumir valor igual a 10? Por quê? **4. a.** $5 + x$. Sim, pois $5 + 10 = 15$, e esse é o valor máximo.

**b.** Se um automóvel ficou estacionado 4 horas nesse local, quanto o proprietário terá de pagar? **4. b.** R$ 8,00

**c.** E se um automóvel ficar estacionado por um período de 12 horas, qual será o valor a pagar? **4. c.** R$ 15,00

**5** Em uma metalúrgica, há 5 máquinas para a fabricação de parafusos. Cada máquina produz 500 parafusos por hora.


VIKTOR KUNZ/SHUTTERSTOCK

**a.** Escreva uma expressão algébrica que represente a quantidade de parafusos produzidos nessa metalúrgica. Considere $x$ o tempo de produção, em hora. **5. a.** $2.500x$

**b.** Quantos parafusos são produzidos em 5 horas ininterruptas? **5. b.** 12.500 parafusos.

**c.** Nessa empresa, as máquinas funcionam normalmente 8 horas por dia. Quantos parafusos são produzidos por dia? **5. c.** 20.000 parafusos.

**d.** Se em determinado dia uma dessas máquinas ficou 4 horas sem funcionar devido à manutenção, quantos parafusos deixaram de ser produzidos nesse dia? **5. d.** 2.000 parafusos.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

## Equações

Em feiras livres era comum a utilização de balanças de dois pratos. Você sabe como essa balança funciona?

Em um dos pratos dessa balança, deposita-se uma peça-padrão cuja medida de massa é conhecida; no outro, coloca-se o objeto que se deseja medir a massa. Quando se estabelece o equilíbrio dos pratos, podemos conhecer a medida da massa do objeto, que será igual à medida da massa da peça-padrão.

Na imagem a seguir, a balança não está em equilíbrio. A medida da massa da peça-padrão é maior que a medida da massa das laranjas; isso significa que a medida da massa das laranjas é menor que 2 kg.



ANJAD/SHUTTERSTOCK

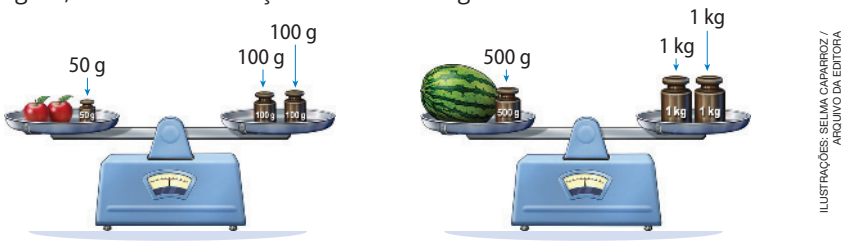


## Equações

Este tópico tem o objetivo de construir com os estudantes procedimentos para resolver equações utilizando as propriedades da igualdade e a verificação da solução encontrada em relação à situação-problema proposta. Esse estudo incentiva a criação de estratégias próprias ou operacionais para a resolução de problemas, além de estimular os estudantes a avaliarem resultados e considerarem sua razoabilidade.

É provável que os estudantes conheçam a balança de pratos e o seu funcionamento. Aproveite para conversar com eles sobre esse assunto. Compreender o funcionamento desse tipo de balança pode auxiliar na compreensão da ideia de equação.

Agora, observe as balanças ilustradas a seguir.




Balança 1 Balança 2

ILUSTRAÇÕES: SELMA CAPARROZ / ARQUIVO DA EDITORA

Essas balanças estão em equilíbrio. Isso significa que, em cada balança, as medidas das massas sobre os dois pratos são iguais. Considerando que as duas maçãs têm a mesma medida de massa, vamos representar a medida da massa de cada maçã por $x$, em grama, e a medida da massa da melancia por $y$, em grama.

Dessa maneira, podemos representar as situações pelas sentenças matemáticas a seguir.

Balança 1

$2x + 50 = 200$

Balança 2

$y + 500 = 2.000$

Essas sentenças matemáticas representam uma **igualdade**. Em uma igualdade, a expressão à esquerda do sinal de igual (=) é chamada de 1º membro da igualdade, e a expressão à direita do sinal de igual (=) é chamada de 2º membro da igualdade.

Nas sentenças destacadas anteriormente, temos:

$\underbrace{2x + 50}_{\text{1º membro}} = \underbrace{200}_{\text{2º membro}}$ $\underbrace{y + 500}_{\text{1º membro}} = \underbrace{2.000}_{\text{2º membro}}$

As sentenças $2x + 50 = 200$ e $y + 500 = 2.000$ são também exemplos de equações.

**Equação** é uma igualdade que tem uma expressão algébrica em um ou em ambos os membros. As letras envolvidas em uma equação são denominadas **incógnitas**.

Acompanhe outros exemplos de equação a seguir.

- $2x = 4$ é uma equação, e a incógnita da equação é $x$.
- $a^2 = 4$ é uma equação, e a incógnita da equação é $a$.
- $3x + 5y = 7$ é uma equação, e as incógnitas da equação são $x$ e $y$.

Nem toda sentença matemática que envolve uma expressão algébrica é uma equação. As sentenças a seguir, por exemplo, não são equações.

- $x + y > 8$
- $5 + 3 = 8$

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



Proponha aos estudantes que leiam as situações que envolvem a determinação da medida da massa das maçãs ou da melancia e peça a eles que expliquem como fariam para determinar a medida da massa de cada fruta, a fim de desenvolver a capacidade de argumentação. Além disso, pergunte como eles representariam essas situações matematicamente. É importante que façam a conexão entre a linguagem materna e a linguagem matemática para que possam cada vez mais ter autonomia para criar modelos que resolvam grupos de situações-problema.

Após a discussão sugerida anteriormente, mostre como é possível representar as situações utilizando equações e apresente a definição de equação. Nesse momento, é importante distinguir o conceito de incógnita do de variável. Se julgar oportuno, associe o termo "incógnita" ao significado de valor desconhecido.

Peça aos estudantes que justifiquem o porquê de as sentenças $x + y > 8$ e $5 + 3 = 8$ não serem equações. Espera-se que eles percebam que na primeira não há uma igualdade e que na segunda não há incógnita.

MODERNA

## Raiz de uma equação

Para explicar o significado de raiz de uma equação, retome o exemplo das maçãs e da melancia, perguntando qual é a medida da massa de cada maçã e qual é a medida da massa da melancia. Esse é um momento oportuno para trabalhar o raciocínio lógico; por isso, compartilhe as estratégias dos estudantes para responder às perguntas. É possível que eles percebam que, para que os pratos da **balança 1** fiquem em equilíbrio, as duas maçãs juntas devem ter medida de massa de 150 gramas e que, como elas têm medidas de massa iguais, cada uma tem 75 gramas. Para a melancia, é possível que verifiquem que ela tem medida de massa igual a 1,5 kg ou 1.500 gramas. Peça que substituam na equação da **balança 1** o valor 75 e na equação da **balança 2**, 1.500 e verifiquem a igualdade. Como a igualdade se mantém, informe-os de que 75 e 1.500 são raízes da equação da **balança 1** e da **balança 2**, respectivamente.

Reproduza o exemplo desta página na lousa e promova uma roda de conversa sobre as questões propostas.

### Atividades

Como ainda não foram explicados métodos para determinar a raiz de uma equação, sugerimos que as **atividades** de **6** a **9** sejam resolvidas mentalmente, por tentativa e erro ou por meio de esquemas.

## Raiz de uma equação

A incógnita de uma equação pode assumir diversos valores, mas apenas para alguns desses valores a sentença será verdadeira.

No caso da equação $x - 2 = 1$, o número 3 torna a sentença verdadeira, pois: $3 - 2 = 1$

Então, dizemos que o número 3 é a raiz da equação $x - 2 = 1$.

**Raiz** de uma equação é um número que, ao substituir a incógnita, torna a sentença verdadeira.

Para verificar se um número é raiz ou não de uma equação, podemos substituir a incógnita pelo número: se a sentença for verdadeira, o número será raiz da equação; se a sentença for falsa, o número não será raiz da equação.

Vamos verificar, por exemplo, se o número **−1** é raiz da equação **$8x + 3 = -5$**.

$8x + 3 = -5$

$8 \cdot (-1) + 3 = -5$ — substituindo $x$ por $-1$

$-8 + 3 = -5$

$-5 = -5$ — sentença verdadeira

Portanto, $-1$ é raiz da equação $8x + 3 = -5$.

Converse com os colegas e o professor.

**a.** No exemplo anterior, o número 1 poderia ser raiz dessa equação? Por quê?

**b.** Considere a equação $x + 14 = 23$. Para determinar a raiz dessa equação, podemos pensar no número que adicionado a 14 resulta em 23? Por quê?

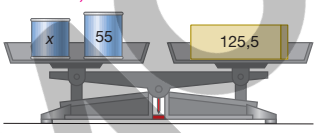
**c.** Como podemos fazer para determinar a raiz da equação $x - 14 = 23$?

**Atividade oral:**
**a.** Não, porque $8 \cdot 1 + 3 = 11$, que é diferente de $-5$.
**b.** Sim, porque ao adicionar 9 a 14 resulta 23.
**c.** Espera-se que os estudantes respondam que pensariam no número do qual se subtrai 14 resultando 23. Esse número é 37.

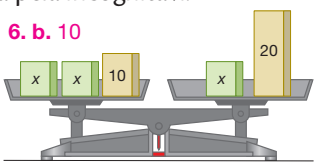
### Atividades

**6** Observe as balanças em equilíbrio representadas a seguir. Determine em cada caso a medida da massa dos objetos indicada pela incógnita $x$.

**a.** **6. a.** 70,5




**b.** **6. b.** 10




**7** Um quadrado tem perímetro medindo 16 centímetros. Qual é a medida de comprimento do lado desse quadrado? **7.** 4 cm

**8** Um retângulo tem perímetro medindo 24 centímetros. Sabendo que a largura mede o dobro da altura, quais são as medidas de comprimento dos lados desse retângulo?

**8.** 4 cm e 8 cm



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

Na **atividade 6**, **item a**, oriente os estudantes a pensarem no número que, adicionado a 55, resulta em 125,5. O mesmo raciocínio pode ser utilizado para a resolução do **item b**.

Na **atividade 7**, os estudantes devem perceber que a medida do perímetro de um quadrado é dada pela soma das medidas de comprimento de seus lados. Considerando a medida do comprimento do lado do quadrado igual a $x$, eles devem escrever a equação $4x = 16$. Assim, devem determinar o número que, ao ser multiplicado por 4, resulta em 16.

Na **atividade 8**, considerando $x$ a medida da altura do retângulo, a medida da largura será $2x$. Assim, os estudantes chegarão à equação $6x = 24$ e deverão determinar o número que, ao ser multiplicado por 6, resulta em 24.

**9** Sabemos que a medida da área de um quadrado é dada pela multiplicação entre a medida da base e a da altura. Como essas medidas são iguais, considerando $x$ a medida de comprimento dos lados, podemos escrever:

Área do quadrado: $x \cdot x = x^2$

Desse modo, para um quadrado de medida de área igual a 49 cm², podemos escrever a equação:

$x^2 = 49$ em que $x$ é a medida do comprimento do lado do quadrado

**a.** Para descobrir essa medida $x$, devemos pensar no número que, elevado ao quadrado, resulta em 49. Que número é esse? **9. a.** 7

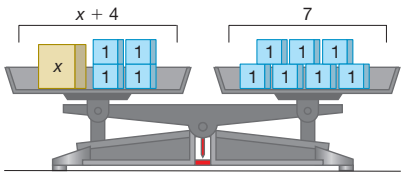
**b.** Há somente um número que elevado ao quadrado resulta em 49? Converse com os colegas e o professor. **9. b.** Espera-se que os estudantes percebam que $(-7)^2$ é também 49.

**c.** Há mais de uma possibilidade para a medida $x$, do comprimento do lado do quadrado? Converse com os colegas e o professor.

**9. c.** Espera-se que os estudantes reconheçam que há apenas uma possibilidade: 7 cm, pois não existe medida de comprimento negativa.

## Equações equivalentes

Observe a seguinte balança em equilíbrio.



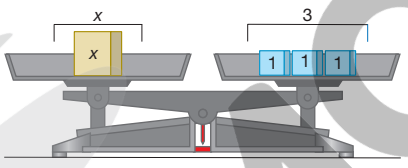

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO / ARQUIVO DA EDITORA

Em um dos pratos, há uma caixa de medida de massa $x$ quilogramas e 4 blocos, cada um com medida de massa de 1 quilograma. No outro prato, há 7 blocos com medida de massa igual a 1 quilograma cada um.

Podemos representar essa situação com a equação a seguir.

$$x + 4 = 7$$

Se retirarmos de cada prato da balança 4 blocos de medida de massa de 1 quilograma, ela continuará em equilíbrio.




Para essa nova situação, podemos escrever a equação: $x = 3$

Observe que as equações $x + 4 = 7$ e $x = 3$ têm raiz igual a 3. Quando duas equações têm a mesma raiz, elas são chamadas de **equações equivalentes**.

Ao adicionar uma mesma quantidade aos dois membros de uma equação ou subtrair dos dois membros uma mesma quantidade, obtemos uma equação equivalente à primeira. Esse é o **princípio aditivo** das igualdades.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



A **atividade 9** apresenta uma equação do 2º grau, por meio da qual os estudantes são levados a analisar a solução de um problema. Nesse caso, haveria duas soluções para a equação dada, mas, como se trata de uma medida, deve-se considerar somente a solução positiva.

### Equações equivalentes

A analogia entre equações e balanças de prato possibilita aos estudantes visualizar as equações equivalentes no processo de resolução de uma equação; é importante, porém, ir além com os princípios aditivo e multiplicativo para que não haja mecanização das resoluções.

A ideia é que os estudantes percebam que equações equivalentes são aquelas que têm a mesma raiz. Se julgar necessário, reproduza outros exemplos na lousa:

**a.** As equações $x + 5 = 8$ e $x - 4 = 3$ não são equivalentes, pois $x + 5 = 8$ tem raiz igual a 3, e $x - 4 = 3$ tem raiz igual a 7.

**b.** $3x + x = 8$ e $x + 1 = 3$ são equivalentes, pois têm a mesma raiz ($x = 2$).

### Sugestão de leitura

FLORES, S. R. **Linguagem matemática e jogos**: uma introdução ao estudo de expressões algébricas e equações do 1º grau para alunos da EJA. 39 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos. 2013. Disponível em: https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/5935/5148.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 25 abr. 2024.

Essa dissertação traz contribuições para auxiliar nas dificuldades elementares dos estudantes da EJA no que diz respeito aos conceitos iniciais de expressões algébricas e equações do 1º grau, ampliando a prática didática do professor por meio de dois pilares didáticos: a comparação entre a linguagem materna e a linguagem matemática e o uso de atividades lúdicas em sala de aula.

Ao apresentar a situação desta página, certifique-se de que os estudantes compreendem o significado de terça parte de uma quantidade. É possível associar a terça parte com uma divisão por 3.

Explore o fato de que uma igualdade matemática continua sendo uma igualdade ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número; no caso da divisão, esse número não pode ser o zero. Assim, mostre que o exemplo poderia ter sido resolvido da seguinte maneira:

$3x = 18$

$\frac{3x}{3} = \frac{18}{3}$ (dividimos os dois membros por 3)

$x = 6$

Podemos utilizar o princípio aditivo das igualdades para resolver algumas equações. Acompanhe um modo de obter a raiz da equação $x + 4 = 7$.

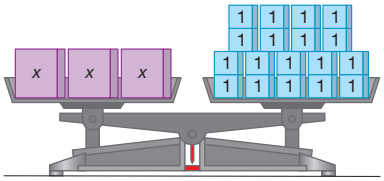
$x + 4 = 7$

$x + 4 - \mathbf{4} = 7 - \mathbf{4}$ — Aplicando o princípio aditivo das igualdades, subtraímos 4 dos dois membros.

$x = 7 - 4$

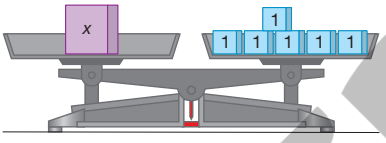
$x = 3$

Agora, observe a balança em equilíbrio a seguir.




No primeiro prato, há 3 caixas de medida de massa $x$ quilogramas. No outro prato, há 18 blocos com medida de massa de 1 quilograma cada um.

Se deixarmos a terça parte das caixas em um prato (ou seja, 1 caixa), para manter a balança equilibrada, devemos deixar a terça parte dos blocos no outro prato (ou seja, 6 blocos).




Ao multiplicar ou dividir ambos os membros de uma equação por um mesmo número diferente de zero, obtemos uma equação equivalente à primeira. Esse é o **princípio multiplicativo** das igualdades.

Observe as equações que podemos escrever para representar cada uma das balanças:

1ª balança: $3x = 18$

2ª balança: $x = 6$

Usando o princípio multiplicativo da igualdade, podemos determinar a raiz da equação: $3x = 18$

$3x = 18$

$3x \cdot \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}} = 18 \cdot \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$ — Aplicando o princípio multiplicativo das equações, multiplicamos os dois membros por $\frac{1}{3}$.

$x = 6$

**Atividade resolvida**

**(Encceja EF 2017)** As antigas balanças de prato ainda são usadas em algumas mercearias para a pesagem de alimentos. O equilíbrio ocorre quando a soma das massas dos objetos colocados em um dos pratos é igual à soma das massas dos objetos colocados no outro prato.



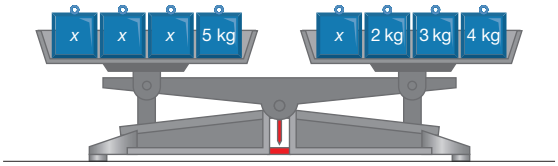
ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA
Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

## Atividade resolvida

Ao trabalhar esta atividade, uma prática que pode ser adotada é realizar sua leitura em conjunto com a turma, identificando as principais informações. Além disso, os estudantes podem comparar a atividade com o conteúdo apresentado nas páginas anteriores, cujos exemplos baseavam-se na analogia entre a balança e a equação.

Um estudante foi desafiado a descobrir qual é o valor de $x$ representado na balança equilibrada da figura, sabendo que todas as caixinhas marcadas com $x$ têm a mesma massa em kg.




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ ARQUIVO DA EDITORA

O valor de $x$, em quilograma, é igual a

**a.** 1. **b.** 2. **c.** 5. **d.** 8.

### Resolução

Como a balança está equilibrada, ou seja, a medida das massas dos objetos nos dois pratos é igual, e os objetos com a indicação $x$ têm a mesma medida de massa, então podemos escrever a igualdade a seguir.

$x + x + x + 5 = x + 2 + 3 + 4$

$3x + 5 = x + 9$

$3x - x = 9 - 5$

$2x = 4$

$x = 2$

Logo, o valor de $x$, em quilograma, é igual a 2.

Assim, a alternativa **b** é a correta.

## Atividades

**10. b.** Resposta possível: $1.800 + x + 2.500 + x + x = 25.000$

**10** Em uma loja de roupas, há três vendedores que, juntos, venderam um total de 25.000 reais. João vendeu 1.800 reais a mais que Sueli. Dora vendeu 2.500 reais a mais que Sueli.

**10. c.** A raiz dessa equação é $x = 6.900$.

**a.** Considerando o valor das vendas de Sueli igual a $x$, como podemos escrever o valor das vendas de João e Dora? **10. a.** João: $1.800 + x$; Dora: $2.500 + x$

**b.** Indique uma equação que permita calcular o valor das vendas de Sueli.

**c.** Calcule a raiz da equação que você indicou no **item b**.

**d.** Determine o valor das vendas de João e de Dora. **10. d.** João: R$ 8.700; Dora: R$ 9.400.

**11** Escreva no caderno duas equações equivalentes a cada uma das equações a seguir.

**11.** Respostas possíveis:

**a.** $3x + 5 = 20$
**11. a.** $3x = 15$ e $3x - 20 = -5$

**b.** $7x - 15 = 2x + 10$
**11. b.** $5x = 25$ e $5x - 25 = 0$

**c.** $x - \frac{1}{2} = 3x + \frac{5}{2}$ **11. c.** $-2x = 3$ e $2x - 1 = 6x + 5$

**d.** $-5 - 3x + 2 = 10 - 4$
**11. d.** $-3x - 3 = 6$ e $-3x = 9$



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

A estratégia de resolução traduz a situação para a linguagem algébrica, fazendo a representação de uma equação, e apresenta sua resolução utilizando os princípios aditivo e multiplicativo. Pergunte aos estudantes se eles resolveriam de outra maneira e valide as estratégias apresentadas.

### Atividades

Na **atividade 10**, os estudantes devem perceber que os valores das vendas de João e de Dora dependem do valor das vendas de Sueli; portanto, nas expressões algébricas obtidas no **item a**, deve aparecer apenas uma incógnita, que corresponda às vendas de Sueli. Os **itens b**, **c** e **d** conduzem os estudante, a progressivamente, determinar os valores em reais das vendas de cada um.

Se considerar adequado, ao propor a **atividade 11**, escreva na lousa as diferentes equações equivalentes que foram propostas pelos estudantes e, além dessas, apresente outras.

MODERNA

Utilize a **atividade 12** para avaliar se os estudantes estão conseguindo assimilar o conteúdo e quais são suas dificuldades, para que possam ser sanadas e, assim, eles prossigam com o estudo.

## Equações do 1º grau com uma incógnita

O objetivo deste tópico é apresentar alguns problemas que podem ser resolvidos por meio de uma equação do 1º grau. Esse estudo contribui para o desenvolvimento do raciocínio matemático e auxilia no planejamento de ações para resolver problemas.

Na **atividade oral**, o **item a** visa verificar a compreensão dos estudantes acerca dos significados de incógnita e grau de uma equação. O **item b** tem por finalidade verificar e compartilhar estratégias pessoais de resolução de equações do 1º grau.

**Atividade oral: a.** Duas incógnitas. Espera-se que os estudantes percebam que se trata de uma equação do 1º grau com duas incógnitas.

**12** Uma pessoa comprou 2 aparelhos de telefone celular; um para ela e outro para o filho. O aparelho que ela comprou para o filho era 200 reais mais barato que o dela. Os dois aparelhos juntos custaram 2.000 reais.

**a.** Considerando o valor do aparelho do filho igual a $x$, escreva o valor do aparelho da pessoa em função de $x$. **12. a.** $x + 200$

**b.** Escreva uma equação que permita calcular o valor do aparelho de celular do filho. **12. b.** $x + x + 200 = 2.000$

**c.** Qual é o valor do aparelho do filho? **12. c.** R$ 900,00

**d.** Determine o valor do celular que essa pessoa comprou para ela. **12. d.** R$ 1.100,00

**Atividade oral: b.** É possível que os estudantes respondam que fariam por tentativa e erro ou ainda que usariam o conceito de equações equivalentes.

# Equações do 1º grau com uma incógnita

Podemos aplicar as equações equivalentes na resolução de **equações do 1º grau** com uma incógnita.

As equações do 1º grau com apenas uma incógnita podem ser escritas como uma equação equivalente na forma $ax + b = 0$, em que $a$ e $b$ são números racionais conhecidos e $a$ é diferente de zero. Nesse caso, a incógnita é $x$ e $a$ e $b$ são chamados de coeficientes.

Exemplos:

- $3x + 1 = 0$
- $-2x - 5 = 10$
- $\frac{x}{2} + 1 = 0$

Converse com o professor e os colegas.

**a.** Quando determinamos o valor de $x$ em uma equação, dizemos que estamos resolvendo essa equação. Quantas incógnitas tem a equação $x + y = 5$? Ela é uma equação do 1º grau com uma incógnita? Por quê?

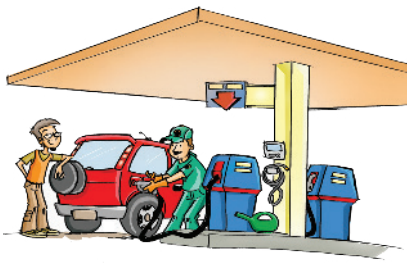
**b.** Como podemos encontrar o valor de $x$ que satisfaz às equações de 1º grau citadas nos exemplos?

## Resolver um problema por meio de equação

Traduzir os dados de um enunciado para a linguagem algébrica é uma estratégia para resolver alguns problemas, como os apresentados a seguir.

**Problema 1**

Em uma viagem, o motorista fez uma parada para abastecer depois de percorrer $\frac{2}{3}$ do trajeto. Antes de retornar à estrada, ele verificou que faltava percorrer uma distância de medida 15 km. Qual era a extensão desse trajeto?



MARCO CORTEZ/ARQUIVO DA EDITORA

Reprodução proibida. Art.184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



### Resolver um problema por meio de equação

Antes de apresentar aos estudantes as resoluções propostas no livro, apresente os problemas deste tópico e peça que os resolvam utilizando estratégias pessoais. Depois, solicite que compartilhem com a turma os diferentes procedimentos utilizados.

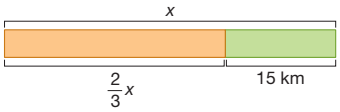
O **problema 1** envolve o cálculo de fração de uma quantidade. Aproveite para verificar se algum estudante apresenta dificuldade em operar com números fracionários e retome esse conteúdo, se for preciso.

Os dados apresentados relacionam duas partes do trajeto:

- os primeiros $\frac{2}{3}$ do percurso;
- a medida da distância (15 km) que restava para completar o percurso.

Nesses casos, podemos representar a situação por um esquema gráfico, como um retângulo. Essas representações nos auxiliam na resolução de problemas.

Observe o esquema, em que a medida de comprimento do retângulo ($x$) representa todo o percurso.




Analisando o esquema, escrevemos a equação: $\frac{2}{3}x + 15 = x$

Resolvendo a equação, obtemos:

$\mathbf{3} \cdot \left(\frac{2}{3}x + 15\right) = \mathbf{3} \cdot x$ ——— Multiplicamos por 3 os dois membros.

$2x + 45 = 3x$

$2x - \mathbf{3x} + 45 = 3x - \mathbf{3x}$ ——— Subtraímos $3x$ dos dois membros.

$-x + 45 = 0$

$-x + 45 - \mathbf{45} = -\mathbf{45}$ ——— Subtraímos 45 dos dois membros.

$\mathbf{(-1)} \cdot (-x) = -45 \cdot \mathbf{(-1)}$ ——— Multiplicamos por $-1$ os dois membros.

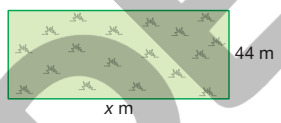
$x = 45$

Logo, a extensão de todo o trajeto mede 45 km.

### Problema 2

Um agricultor iniciará o cultivo de uma horta em um terreno cujo perímetro mede 308 m. O terreno tem formato retangular, e um dos lados mede 44 m de comprimento. Qual é a medida da área desse terreno?

Esse é um problema que envolve conhecimento geométrico. De acordo com o enunciado, temos a medida do comprimento de um dos lados. Falta calcular a medida do comprimento do outro lado, antes de determinar a medida da área do terreno.




Vamos representar a medida do comprimento do lado desconhecido por $x$. Desse modo, podemos escrever uma equação com os dados do problema: $x + 44 + x + 44 = 308$

Resolvendo essa equação, obtemos:

$x + 44 + x + 44 = 308$

$2x + 88 = 308$

$2x + 88 - \mathbf{88} = 308 - \mathbf{88}$ ——— Adicionamos $-88$ aos dois membros.

$2x = 220$

$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \cdot 2x = 220 \cdot \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$ ——— Multiplicamos por $\frac{1}{2}$ (inverso de 2) os dois membros.

$x = 110$

Logo, as medidas de comprimento dos lados desse terreno são 44 m e 110 m.

Como a medida da área de um retângulo é igual ao produto entre a medida do comprimento da base e a da altura, a medida da área do terreno é 4.840 m².



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO /ARQUIVO DA EDITORA

O uso do esquema apresentado na resolução pode auxiliar na compreensão do problema. O retângulo do esquema pode ser substituído por um segmento de reta, se julgar necessário.

O **problema 2** envolve as noções de medida de área e perímetro e representa a situação por meio de um desenho que auxilia na sua compreensão. Aproveite para verificar se os estudantes reconhecem o que difere área de perímetro e, caso necessário, retome o conceito das medidas dessas grandezas de maneira breve com eles.

## Sugestão de leitura

JESUINO, N. L.; GOMES, A. A. M. O ensino da equação do 1º grau para Educação de Jovens e Adultos – uso da resolução de problemas como motivação para aprendizagem matemática. *In*: **VI Seminário de Escritas e Leituras em Educação Matemática**, 2021. Disponível em: https://conferencias.ufsc.br/index.php/SELEM/VISELEM/paper/view/1908/0. Acesso em: 22 fev. 2024.

Esse artigo apresenta o desenvolvimento de uma pesquisa aplicada no contexto da EJA com o objetivo de compreender as potencialidades do uso da resolução de problemas como metodologia de ensino e de aprendizagem de equações do 1º grau.

Um dos conceitos retomados no **problema 3** é a porcentagem. Os estudantes podem ter contato com esse conceito em várias situações de seu cotidiano e também estar familiarizados com o seu cálculo utilizando diferentes estratégias. É importante compreenderem que nesse problema não vamos calcular 35% de 525, e sim que 35% correspondem a 525 clientes.

## Atividade resolvida

Ao trabalhar esta atividade, recomenda-se que os estudantes, em um primeiro momento, leiam-na e tentem resolvê-la sem consultar a resolução apresentada no livro. Em seguida, eles podem ser orientados a comparar a estratégia que utilizaram com a sugerida na resolução.

Após validar as estratégias utilizadas pelos estudantes, converse com a turma sobre a valorização das estratégias pessoais e apresente o uso do conhecimento algébrico para resolver problemas. Dessa maneira, eles podem perceber que diferentes estratégias podem levar ao mesmo resultado, porém algumas podem ser mais eficientes que outras. Conhecer diferentes estratégias é interessante para ampliar o repertório de conhecimento.

**Problema 3**

Uma empresa realizou uma pesquisa e constatou que 35% dos clientes entrevistados não estavam satisfeitos com seus produtos. Se essa porcentagem corresponde a 525 clientes, qual foi o total de clientes entrevistados?

Para determinar essa quantidade, podemos considerar que $x$ corresponde ao total de clientes entrevistados. Desse modo, escrevemos:

35% de $x = 525$

$\frac{35}{100}x = 525$

$\frac{100}{35} \cdot \frac{35}{100}x \cdot 525 \cdot \mathbf{\frac{100}{35}}$ —— Multiplicamos por $\frac{100}{35}$ os dois membros.

$x = 1.500$

Assim, concluímos que foram entrevistados 1.500 clientes.

**Atividade resolvida**

**(Encceja EF 2020)** Um comerciante quer comprar peças de decoração, que custam 3 reais cada uma, para serem revendidas em uma feira de artesanato. Para transportar todas as peças até a feira, o comerciante terá um gasto de 50 reais. Considerando que ele revenda todas as peças, cada uma por 5 reais, o comerciante pretende obter, descontando o frete, um lucro de 250 reais.

Para obter o lucro desejado, a quantidade de peças que o comerciante deverá comprar é

**a.** 60. **b.** 100. **c.** 125. **d.** 150.

**Resolução**

De acordo com o enunciado, temos:

- custo da peça: 3 reais
- custo do frete: 50 reais
- preço da venda por peça: 5 reais
- lucro desejado: 250 reais

O lucro é dado pela diferença entre o preço da venda e o preço de custo (preço da peça mais frete). Assim, indicando a quantidade de peças por $x$, temos:

$5x - (3x + 50) = 250$

$5x - 3x - 50 = 250$

$2x = 250 + 50$

$2x = 300$

$x = 150$

Portanto, para obter o lucro desejado, o comerciante deverá vender 150 peças. Assim, a alternativa **d** é a resposta correta.



Comente com os estudantes que a estratégia utilizada na resolução se inicia com a identificação dos dados no enunciado. Assim, é necessário saber o custo da peça, o custo do frete, o preço da venda por peça e o lucro desejado. Verifique se as noções de custo, venda e lucro fazem parte do cotidiano da turma e elucide possíveis dúvidas. Mostre que, ao obter uma equação que modela o problema, obtém-se a resposta por meio da resolução da equação.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

## Atividades

**13** Uma pousada hospedou, em 2023, 195 turistas de origem italiana. Essas pessoas representam 26% do total de hóspedes dessa pousada registrados em 2024.

**a.** Quantos turistas essa pousada hospedou em 2024? **13. a.** 750 turistas.

**b.** Se, em 2024, 150 hóspedes eram turistas de origem alemã, qual é a porcentagem dos turistas alemães que se hospedaram nessa pousada nesse ano? **13. b.** 20%

**14** Na final de um campeonato de futebol, os artilheiros de cada time tinham juntos 20 gols. Se um desses jogadores marcou um terço do número de gols do outro, quantos gols marcou cada artilheiro desses times? **14.** 15 e 5 gols.

**15** A soma de três números naturais consecutivos ($x$, $x + 1$ e $x + 2$) é igual a 57. Quais são esses números? **15.** 18, 19 e 20

**16** Uma pessoa quer vender seu automóvel por R$ 33.600,00. Com isso, esse automóvel perderá $\frac{3}{10}$ do valor de mercado. Qual é o preço de mercado desse automóvel? **16.** R$ 48.000,00

**17** Um alpinista aceitou o desafio de escalar o pico Aconcágua, na Argentina. Durante a escalada, enfrentou uma forte tempestade e, por medida de segurança, resolveu parar quando faltavam aproximadamente $\frac{3}{5}$ do percurso total. Se ele tivesse conseguido escalar mais 696 metros, teria chegado à metade do percurso até o cume da montanha. Qual é a altitude aproximada desse pico? **17.** Aproximadamente 6.960 m.

**18** Ao adicionar o dobro de um número a 123, obtém-se 54.

**a.** Antes de determinar esse número, pode-se afirmar se ele é positivo ou negativo? Justifique. **18. a.** Negativo, pois o dobro do número é adicionado a 123 para obter 54.

**b.** Determine esse número. **18. b.** $-34{,}5$

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

# Possibilidade e probabilidade

Acompanhe as situações a seguir.

### Situação 1

Uma pessoa esqueceu a ordem de alguns dígitos da senha de seu computador, que é composta das letras J e R e dos números 1, 4, 8 e 9. Ela lembra que as letras J e R formam, nessa ordem, os primeiros caracteres da senha e que o número 4 corresponde ao último caractere. Nesse caso, quantas senhas distintas podem ser digitadas, variando as posições dos números 1, 8 e 9?




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA



## Possibilidade e probabilidade

Neste tópico, é trabalhado o princípio fundamental da contagem ou princípio multiplicativo, que constitui uma ferramenta básica para resolver problemas de contagem sem que seja necessário enumerar todos os elementos. Esse estudo é pertinente no sentido de os estudantes compreenderem a importância de criar senhas seguras para proteger seus dados de *hackers*, por exemplo. Também contribui para a compreensão da utilização de tecnologias de informação e da comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais.

### Atividades

Sugere-se que a seção de atividades seja realizada em duplas ou trios para que os estudantes tenham a oportunidade de trocar ideias e aprender com seus pares.

Na **atividade 13**, eles devem utilizar o conceito de porcentagem. Caso tenham dificuldade para resolver, peça que comparem essa atividade com o **problema 3** da página 32. Já a **atividade 14** envolve o conceito de fração de uma quantidade, e os estudantes podem retomar o **problema 1** da página 30, caso tenham dificuldade.

Na **atividade 15**, verifique se os estudantes compreendem o significado de números naturais consecutivos e a representação algébrica de três números naturais consecutivos. Esse entendimento é fundamental para a resolução da atividade.

Sugira aos estudantes, na **atividade 16**, que façam um esquema para auxiliar na resolução do problema. É necessário que eles compreendam que o valor R$ 33.600,00 corresponde a $\frac{7}{10}$ do valor de mercado.

Na **atividade 17**, peça aos estudantes que representem por uma incógnita a medida do comprimento total do percurso e façam um esboço da situação para resolver o problema.

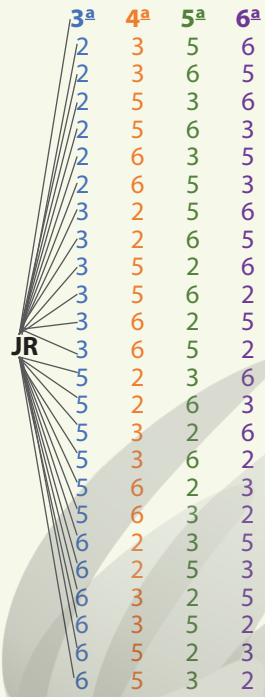
Amplie a **atividade 18** propondo outras questões: "O dobro de um número mais sua terça parte é 7. Que número é esse?" (3); "Qual é o número cujo triplo adicionado à metade do mesmo número resulta em 21?" (6).

Depois, peça a alguns estudantes que criem problemas como os apresentados anteriormente e solicitem aos colegas que os resolvam.

Antes da apresentação do princípio multiplicativo, trabalhe com os estudantes problemas variados e solicite que listem todas as possibilidades. Deixe que utilizem diferentes estratégias para a listagem, como diagramas, tabelas e árvore de possibilidades.

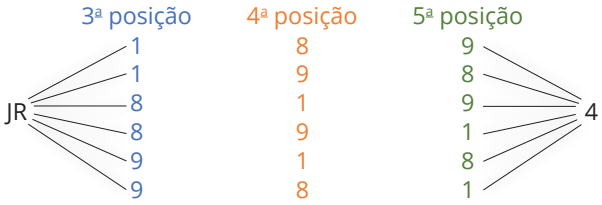
É importante que eles percebam que nem sempre precisamos listar todas as possibilidades e que, muitas vezes, esse número é muito grande. Logo, nesses casos, faz-se necessário o uso do princípio multiplicativo.

Na **atividade em grupo**, um registro possível é mostrado a seguir.




É possível formar a senha de 24 maneiras diferentes.

Vamos construir uma **árvore de possibilidades** para determinar a quantidade de senhas dessa situação.




Portanto, há 6 possibilidades de senha. O número de possibilidades de compor a senha pode ser chamado de **espaço amostral**.

Nessa situação, podemos dizer que a pessoa tem 1 chance em 6 de digitar a senha correta na primeira tentativa? **Atividade oral:** Sim.

### Situação 2

Agora, imagine que a pessoa da **situação 1** precise alterar a senha do computador por motivos de segurança. Para isso, ela usará novamente as letras J e R na mesma ordem e posição da senha anterior, mas mudará os números para 2, 3, 5 e 6.



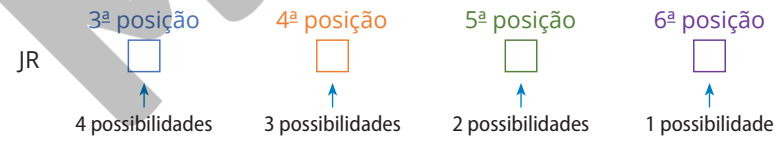

De quantas maneiras diferentes é possível formar essa senha? Escolhendo-se uma dessas senhas ao acaso, qual é a probabilidade de a senha iniciar com JR23?

Junte-se a um ou dois colegas e construam, no caderno, uma árvore de possibilidades ou outro registro para determinar de quantas maneiras diferentes é possível formar a senha. Depois, expliquem ao professor e aos demais colegas como vocês pensaram.

**Atividade em grupo:** Resposta no **Manual do professor**.

Além da construção da árvore de possibilidades, pode-se determinar a quantidade de senhas de outra maneira. Acompanhe.

Como os algarismos são distintos (sem repetição), temos na 3ª posição 4 possibilidades, na 4ª posição um algarismo a menos como opção, pois esse algarismo já foi fixado na 3ª posição. Na 5ª posição, dois algarismos a menos, e assim por diante. Observe, a seguir, o total de possibilidades em cada posição da senha.




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA
Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



## Sugestões de atividades

1. Um restaurante oferece em seu cardápio 2 tipos de salada, 3 pratos principais e 3 tipos de sobremesa. Quantas refeições poderiam ser montadas com uma salada, um prato principal e uma sobremesa? (18 refeições).
2. Sandra está em uma pousada e pretende visitar uma cachoeira. Partindo da pousada, ela tem 3 trilhas que levam ao mirante e 4 trilhas que saem do mirante e chegam à cachoeira. De quantas maneiras diferentes Sandra pode sair da pousada e chegar até a cachoeira passando pelo mirante? (12 maneiras).

Desse modo, para obtermos o total de possibilidades, na **situação 2**, podemos aplicar o princípio fundamental da contagem e fazer:

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

De acordo com o **princípio fundamental da contagem**, ou **princípio multiplicativo**, se determinado evento (acontecimento) ocorre em duas etapas independentes, a primeira podendo ocorrer de $m$ modos e a segunda, de $n$ modos, então o evento pode ocorrer de $m \cdot n$ modos distintos. Esse princípio pode ser estendido para um número maior de etapas.

Agora, vamos determinar a probabilidade de a senha iniciar por JR23.

Sabemos que, no total, há 24 possibilidades de formar a senha com os números 2, 3, 5 e 6; mas, iniciando com JR23, temos 2 opções: JR2356 e JR2365.

Portanto, temos 2 possibilidades em 24 de iniciar a senha com JR23. Por isso, a probabilidade pedida é de 2 em 24, ou seja: $\frac{2}{24}$ ou $\frac{1}{12}$.

Para calcular a **probabilidade de um evento** acontecer, dividimos o número de elementos do evento pelo número de elementos do espaço amostral.

Reúna-se com dois colegas e respondam às questões a seguir.

**a.** Qual é a probabilidade de escolher, ao acaso, uma senha que inicie com JR56? **Atividades em grupo: a.** $\frac{1}{12}$

**b.** Qual é a probabilidade de a senha da **situação 2** terminar com o número 3? **Atividade em grupo: b.** $\frac{6}{24}$ ou $\frac{1}{4}$

## Atividade resolvida

**(Encceja EF 2020)** A cor dos pelos nas cobaias é condicionada por uma série de fatores genéticos. Uma cobaia marrom teve três ninhadas, cada uma com um macho diferente. O quadro seguinte mostra a constituição de cada ninhada.

| Número de descendentes | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **Ninhada** | **Preto** | **Marrom** | **Creme** | **Albino** | **Total** |
| 1ª | 5 | 3 | 0 | 2 | 10 |
| 2ª | 0 | 4 | 2 | 2 | 8 |
| 3ª | 0 | 5 | 0 | 4 | 9 |
| Total | 5 | 12 | 2 | 8 | 27 |

Escolhendo um descendente marrom ao acaso, a probabilidade de ele ser da 2ª ninhada é

**a.** $\frac{8}{27}$ **b.** $\frac{1}{3}$ **c.** $\frac{4}{9}$ **d.** $\frac{1}{2}$



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Relembre-os de que, para calcular a probabilidade, é necessário saber o número de elementos do espaço amostral e o número de elementos do evento analisado. Desse modo, nessa situação, o espaço amostral se refere à quantidade total de descendentes marrons, ou seja, 12, enquanto o evento se refere à quantidade de descendentes marrons da 2ª ninhada, ou seja, 4.

Amplie essa atividade propondo questões como: "Escolhendo um descendente albino ao acaso, qual é a probabilidade de que ele seja da 1ª ninhada?" $\left(\frac{2}{8} \text{ ou } \frac{1}{4}\right)$; "Escolhendo um descendente creme ao acaso, qual é a probabilidade de que ele seja da 2ª ninhada?" (100%); "Escolhendo um descendente preto ao acaso, qual é a probabilidade de que ele seja da 3ª ninhada?" (0).

A **situação 2** trata de senhas de computador. Converse com os estudantes sobre os motivos pelos quais as senhas devem ser trocadas periodicamente e por que é importante fazê-lo. Os textos "Como criar senhas fortes para proteger redes sociais e dados sensíveis", disponível em: https://olhardigital.com.br/2023/11/14/dicas-e-tutoriais/como-criar-senhas-fortes-para-proteger-redes-sociais-e-dados-sensiveis/, e "7 dicas para criar senhas seguras", disponível em: https://www.tecmundo.com.br/seguranca/236359-7-dicas-criar-senhas-seguras.htm (acessos em: 25 abr. 2024), podem ser motivadores para essa conversa.

### Atividade resolvida

O objetivo desta atividade é aplicar o conceito de probabilidade. Leia o problema com os estudantes e verifique se todos compreendem o quadro apresentado. A leitura e a interpretação do quadro são fundamentais para solucionar essa atividade.

A pergunta está relacionada à ninhada marrom; assim, todas as outras informações do quadro sobre as demais ninhadas são desnecessárias para respondê-la. Quando se trata de resolver problemas, algumas vezes há muitas informações, e os estudantes precisam encontrar aquelas que são pertinentes. Assim, mostre que os dados necessários para essa resolução se encontram na coluna intitulada "Marrom".



MODERNA

**Resolução**

O total de descendentes marrom é 12. Desse total, os descendentes correspondentes à 2ª ninhada são 4.

Logo, a probabilidade é dada por: $P = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

Assim, a alternativa **b** é a resposta correta.

## Atividades

**19** A senha de uma conta bancária é formada por seis dígitos. Quantas senhas podem ser formadas com os algarismos 4, 5, 6 e 7? Considere que é possível repetir os algarismos nas diferentes posições. **19.** 4.096 senhas.

**20** As placas de veículos no Brasil são formadas por quatro letras e três algarismos.

OBJETO DIGITAL
Vídeo: Placa de automóvel



2023 JOA SOUZA/SHUTTERSTOCK

**a.** Considerando a placa da foto, quantas placas novas poderiam ser formadas alterando apenas a ordem das letras? **20. a.** 24 placas.

**b.** Fixando as três primeiras letras, quantas placas poderão ser formadas? Converse com os colegas e o professor sobre como você pensou para responder a essa questão. **20. b.** 26.000 placas.

**21** Diferentes situações exigem a criação de senhas, como no acesso a *e-mail*, redes sociais e conta bancária. Ao criá-las, é preciso tomar alguns cuidados: não usar números sequenciais, por exemplo, (123456), data de aniversário, palavras óbvias ("senha", "acesso" etc.) ou seu próprio nome. Com base nessas informações, responda às questões propostas.

**a.** Para acessar uma conta bancária, o usuário deve usar uma senha de quatro dígitos numéricos. De quantas maneiras diferentes essa senha pode ser criada? **21. a.** 10.000 maneiras.

**b.** Nesse caso, que dígitos você não utilizaria? Por quê? **21. b.** Resposta pessoal.

**c.** Para o acesso a uma conta de *e-mail*, foi necessário criar uma senha com três letras minúsculas e três algarismos. Juliano criou uma senha que inicia com as três letras e termina com os três números. De quantas maneiras distintas podemos criar uma senha como a de Juliano? **21. c.** 17.576.000 maneiras.

**d.** Dê um exemplo de uma senha não segura que poderia ser usada com três letras e três algarismos. **21. d.** Resposta pessoal.



Reprodução proibida. Art.184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

## Vídeo: Placa de automóvel

O vídeo apresenta a evolução das placas de veículos no Brasil, relacionando essas mudanças com o cálculo do número de possibilidades de combinações possíveis para a identificação dos veículos. O conteúdo aborda mudanças feitas na configuração das placas ao longo do tempo, o que possibilitou um aumento significativo no número de possibilidades de combinações para a criação de placas diferentes.

## Atividades

Ao trabalhar a **atividade 20**, relembre com os estudantes que as antigas placas eram formadas por três letras seguidas de quatro algarismos e que, considerando todas as combinações possíveis, exceto a 0000, que não é utilizada, era possível gerar mais de 175 milhões de opções de placas. Comente que esse padrão foi adotado no país em 1990, quando saíram de cena as placas amarelas – que traziam duas letras e quatro números. Em 2018, o Conselho Nacional de Trânsito (Contran) publicou a Resolução nº 729/2018, que regulamenta o sistema de placas de identificação de veículos no padrão Mercosul. Esse sistema é capaz de gerar mais de 450 milhões de combinações e não possibilita a formação de palavras, por exemplo.

Se julgar necessário, na **atividade 21**, retome a conversa com os estudantes sobre o uso de senhas e os cuidados que devem ser tomados em relação a sua criação e utilização. Se considerar adequado, compartilhe com eles informações como a do *site* https://www.nic.br/media/docs/publicacoes/13/fasciculo-senhas.pdf (acesso em 25 abr. 2024) e proponha um trabalho coletivo com o objetivo de criar um *folder* com informações pertinentes sobre esse assunto para ser divulgado para a comunidade escolar. Esse trabalho pode ser realizado em parceria com o professor de Língua Portuguesa.

**22. c.** Usando os algarismos 1, 3, 5, 7 e 9, formaríamos mais números, porque com os algarismos 0, 2, 4, 6 e 8 eliminaríamos os números que tivessem o zero na casa das centenas.

**22** Responda às seguintes questões.

**a.** Usando os algarismos 1, 3, 5, 7 e 9, quantos números de três algarismos distintos podemos formar? **22. a.** 60

**b.** Se usássemos os algarismos 0, 2, 4, 6 e 8, quantos números de três algarismos distintos poderíamos formar? **22. b.** 48

**c.** Em que situação formaríamos mais números de três algarismos: usando os algarismos 0, 2, 4, 6 e 8 ou usando os algarismos 1, 3, 5, 7 e 9? Por quê?

**23** Luísa comprou alguns números de uma rifa para ajudar uma instituição de caridade. Essa rifa tem 1.000 números, iniciando por 001 até 1.000.

**a.** Sabendo que Luísa comprou todos os números que terminam em 32, quantos números ela comprou? **23. a.** 10 números.

**b.** Quais são os números comprados por Luísa? **23. b.** 032; 132; 232; 332; 432; 532; 632; 732; 832 e 932.

**c.** Para definir o ganhador, será realizado um sorteio de modo que todos os números tenham a mesma probabilidade de serem sorteados. Qual a probabilidade de Luísa ser a ganhadora? **23. c.** $\frac{1}{100}$

**d.** Raquel comprou todos os números dessa rifa que terminam em 3. Quantos números Raquel comprou? **23. d.** 100 números.

**e.** Qual é a probabilidade de Raquel ser a ganhadora? **23. e.** $\frac{1}{10}$

**f.** Quem tem maior probabilidade de ser premiada, Raquel ou Luísa? Justifique sua resposta. **23. f.** Raquel.

**24** Uma cliente esqueceu a senha de seu cartão bancário, que é composta de quatro dígitos. Ela lembra apenas que a senha é formada pelos números 6, 7, 8 e 9, mas não lembra a ordem em que eles devem ser digitados.


ZORANM/ISTOCK PHOTOS/GETTY IMAGES

**a.** Escreva no caderno todas as possibilidades de combinação dos números que formam a senha do cartão bancário dessa cliente.

**b.** Determine a probabilidade de a senha ser igual a 6789. Essa probabilidade é a mesma de a senha ser igual a 9876? **24. b.** $\frac{1}{24}$; sim

**c.** Depois de algum tempo, essa cliente lembrou que os dois primeiros números da senha eram 8 e 9, nessa ordem. Quais são as possibilidades para a senha? **24. c.** 8967 e 8976

**d.** Nenhum cliente desse banco pode digitar incorretamente mais de três vezes a senha de seu cartão bancário. Se fizer isso, o cartão será bloqueado. Sabendo que 89 é o início da senha, essa cliente corre o risco de ter seu cartão bloqueado? Justifique. **24. d.** Não, pois só há duas possibilidades: 8967 e 8976.

**24. a.** 6789 – 6798 – 6897 – 6879 – 6978 – 6987 – 7689 – 7698 – 7869 – 7896 – 7968 – 7986 – 8679 – 8697 – 8769 – 8796 – 8967 – 8976 – 9678 – 9687 – 9768 – 9786 – 9867 – 9876



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Utilize as **atividades 22**, **23** e **24** para avaliar se os estudantes estão conseguindo assimilar o conteúdo e identificar quais são suas dificuldades. Retome os pontos necessários para que consigam avançar e consolidar suas aprendizagens.

Se considerar adequado, sugira que a **atividade 24** seja realizada em grupos, solicitando que, ao final da resolução, eles compartilhem uns com os outros as diferentes estratégias utilizadas. No **item c**, chame a atenção para o fato de que, quanto mais informações a cliente tiver a respeito da senha, maior será a probabilidade de acertá-la. Amplie essa atividade propondo aos grupos questões com base nas possibilidades de combinação de números encontradas no **item a**. Depois, peça a eles que troquem as questões elaboradas com os outros grupos para resolvê-las.

## Atividades finais do Capítulo 1

Incentive os estudantes a apresentarem as suas estratégias de resolução, sejam elas baseadas em cálculo mental, escrito, por meio de esquemas, desenhos ou tabelas, e permita que argumentem ou discutam a validade ou não da estratégia utilizada.

Na **atividade 1**, é apresentada aos estudantes uma sentença algébrica que relaciona a medida do comprimento do pé ao número do calçado. Amplie essa atividade pedindo que eles façam uma pesquisa sobre como eram fabricados os calçados antigamente. Por fim, incentive-os a compartilhar a pesquisa com o restante da turma. Essa é uma oportunidade de valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e profissionais.

Aproveite o contexto da **atividade 2**, se possível, para desenvolver um trabalho em parceria com o professor de Ciências, promovendo uma pesquisa sobre a dendrocronologia (técnica de datação do crescimento das árvores que se baseia nos padrões dos anéis em seu tronco). Essa é uma oportunidade de mostrar como os conceitos matemáticos estão relacionados com outros campos do saber.

## ATIVIDADES FINAIS DO CAPÍTULO 1

**1** O uso de roupas e de calçados nunca foi um costume universal.

O vestuário pode ser entendido como uma necessidade frente ao clima, contudo pode ser compreendido além da necessidade. Alguns povos germânicos, por exemplo, andavam despidos sobre a neve. Outros utilizavam peças de roupa como ornamento.

**Fonte:** elaborado com base em BRANDÃO, Angela. Uma história de roupas e de moda para a história da arte. **MODOS**: Revista de História da Arte, Campinas, v. 1, n.1, p. 40-55, jan. 2017.



BRIDGEMAN IMAGES/KEYSTONE BRASIL - MUSEU BRITÂNICO, LONDRES

No século XIII, na Europa, tanto homens quanto mulheres usavam sapatos de couro de boi semelhantes a sapatilhas.

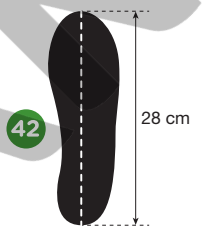
A necessidade de criar padrões de tamanhos para peças de roupa e calçados surgiu a fim de vendê-los em larga escala.

### Como é calculada a numeração do calçado

No Brasil, adotamos uma numeração que toma como base a medida do comprimento interno que cada calçado deve ter. Essa padronização sugere que:

$$n = \frac{5p + 28}{4}$$

$p$: medida de comprimento interno do calçado em centímetro
$n$: numeração




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Reprodução proibida. Art.184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

**a.** Qual é o número do calçado de uma pessoa cujo pé mede 24 cm de comprimento? **1. a.** 37

**b.** Qual é a medida do comprimento aproximado do pé de uma pessoa que calça 40? **1. b.** 26,4 cm

**c.** De acordo com essa equação, qual seria a medida do comprimento aproximado do seu pé? **1. c.** Resposta pessoal.

**d.** Com o auxílio de uma régua, meça o comprimento do seu pé e verifique se a medida encontrada está próxima da medida calculada no item anterior. **1. d.** Resposta pessoal.

**2** Em 2021, foi plantada em uma rua uma árvore de 20 cm de altura. Em 2022, ela media 48 cm de altura e, em 2023, 76 cm de altura. Sabe-se que o crescimento desse tipo de árvore varia com sua idade (em anos) até completar 50 anos. A expressão que relaciona a idade da árvore ($t$), em anos, com a medida de sua altura ($h$), em centímetro, é $h = 28t + 20$.

**a.** Qual é a medida da altura da árvore quando $t = 6$ anos? **2. a.** 188 cm

**b.** E quando $t = 10$ anos? **2. b.** 300 cm

**3** Um consumidor comprou um aparelho de som que custava $x$ reais. Ao pagar a conta, recebeu um desconto de 20 reais.

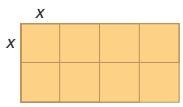
**a.** Escreva uma expressão que possa ser aplicada para determinar o valor pago.

**3. a.** $V = x - 20$, sendo $V$ o valor pago.

**b.** Qual era o preço do aparelho de som, se o consumidor pagou R$ 350,00 por ele?

**3. b.** R$ 370,00

**4** Observe a figura, composta de quadrados idênticos, e responda às questões a seguir.




**a.** Qual é a expressão usada para calcular a medida do perímetro dessa figura em função de $x$? **4. a.** $12x$

**b.** Qual será o valor de $x$ se a medida do perímetro da figura medir 60 cm? **4. b.** 5 cm

**5** Uma pessoa estava pesquisando um assunto de Geografia. Distraída em sua tarefa, observou que a soma obtida ao adicionar o número da página que lia mais os das duas páginas seguintes era 612. Qual é o número da página que era lida? **5.** 203

**6** Em um prédio, há um elevador com câmera. Um dia, o zelador olhou para o monitor que transmitia a imagem da câmera do elevador e ficou em dúvida se a medida das massas das caixas transportadas ultrapassavam a medida da capacidade máxima do elevador, que era de 560 kg.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Se as 14 caixas, que estavam no elevador, têm a mesma medida de massa, quantos quilogramas, no máximo, pode ter cada uma para que, adicionados aos 70 kg da pessoa que as transporta, não seja ultrapassada a capacidade total desse elevador? **6.** 35 kg

**7** No caderno, reescreva as afirmações a seguir corrigindo-as, se necessário.

**a.** A raiz da equação $x + 2x = 21$ é o número $-7$.

**7. a.** A raiz da equação $x + 2x = 21$ é o número 7.

**b.** A raiz de uma equação não pode ser a raiz de todas as equações equivalentes a ela.

**7. b.** A raiz de uma equação também é raiz de todas as equações equivalentes a ela.

**c.** A equação $x - 3x = 20$ não tem número natural como raiz. **7. c.** Correta.

**d.** O número $-4$ é raiz das equações: $x + 4 = 0$ e $x - 4 = 0$.

**7. d.** O número $-4$ é raiz da equação $x + 4 = 0$.

**e.** Explique como você pensou para corrigir as sentenças dos itens anteriores.

**7. e.** Resposta pessoal.

**8** Suponha que a professora faça um sorteio dos estudantes de sua classe para apresentar um trabalho.

**a.** Qual é a probabilidade de você ser sorteado(a)?

**b.** Qual é a probabilidade de ser sorteado um homem? E de ser sorteada uma mulher?

**8.** As respostas dependerão do número de estudantes e do número de homens e mulheres na sala.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

Nas **atividades 3**, **4** e **5**, procure verificar se os estudantes ainda encontram dificuldades em traduzir a linguagem materna para a linguagem matemática e auxilie-os caso seja necessário. Para isso, retome o tópico sobre expressões algébricas com algumas sentenças simples, por exemplo: "Dado um número $n$, como indicamos o dobro desse número?" ($2n$); "Como podemos indicar a metade de um número $x$ mais 7?" $\left(\frac{x}{2} + 7\right)$.

Na **atividade 4**, os estudantes devem obter uma generalização para a medida do perímetro da figura em função da medida $x$. Amplie essa atividade propondo-lhes que determinem uma expressão para a medida da área dessa figura em função de $x$. Como a figura é formada por 8 quadrados cujo comprimento dos lados mede $x$, a medida da área da figura será dada pela expressão $8x^2$.

Na **atividade 6**, os estudantes podem utilizar estratégias de cálculo mental para responder à pergunta. É importante que compreendam que a medida da massa da pessoa deve ser subtraída da capacidade máxima do elevador.

A **atividade 7** incentiva a correção de afirmações, trabalho primordial para verificar se os estudantes compreenderam o significado de raiz de uma equação. Ao serem convidados a corrigir, os estudantes estão refletindo sobre suas ações e avaliando resultados a fim de considerarem sua razoabilidade.

## Tratamento da informação

O objetivo desta seção é trabalhar leitura e interpretação de tabela de dupla entrada, leitura e interpretação de gráfico de colunas e construção de tabelas e diferentes tipos de gráfico utilizando planilhas eletrônicas, além de incentivar o planejamento e a realização de pesquisas envolvendo temas de realidade social. Esse estudo se justifica no sentido de que ler e interpretar tabelas e gráficos são habilidades importantes no exercício da cidadania e na compreensão de situações do cotidiano, das ciências e da tecnologia.

O contexto dessa seção possibilita realizar um trabalho com o **ODS 10** (Redução das desigualdades), cuja finalidade é reduzir a desigualdade dentro dos países e entre eles. Para isso, as atividades propostas contribuem para que os estudantes reflitam sobre os conceitos de discriminação, diversidade e inclusão e sobre como a representatividade pode reduzir as desigualdades. Além disso, os debates que podem ser promovidos contribuem para que os estudantes possam exercer empatia e diálogo, sempre respeitando e promovendo respeito ao outro e aos direitos humanos.



ODS 10

# Diversidade e inclusão empresarial

Promover a diversidade e a inclusão, no ambiente empresarial, significa garantir que a empresa adote políticas de contratação de pessoas que representem a diversidade de cor, etnia, gênero, idade, sexualidade etc. Além disso, é importante que todos tenham as mesmas oportunidades de permanência e de desenvolvimento na carreira.



ANDRESWDE+/GETTY IMAGES

A política de inclusão deve estar associada a um ambiente de trabalho que contribua com a igualdade de oportunidades.

Apesar de muitas empresas demonstrarem interesse em promover a diversidade, a mudança vem acontecendo em passos lentos e um exemplo disso é a desigualdade racial em cargos gerenciais. Analisando a tabela a seguir, percebemos que, mesmo com o aumento de 27,6% para 29,5% no número de pretos ou pardos em cargos gerenciais, esse número ainda é baixo se comparado ao número de brancos que ocupam os mesmos cargos.

**Pessoas ocupando cargos gerenciais**

| Ano / Cor ou raça | 2019 | 2020 | 2021 |
|---|---|---|---|
| **Brancos** | 68,1% | 69,7% | 69,0% |
| **Pretos ou pardos** | 29,9% | 27,6% | 29,5% |
| **Outros** | 2,0% | 2,7% | 1,5% |

**Fonte:** elaborado com base em IBGE. Desigualdades sociais por cor ou raça no Brasil. **IBGE**, 2022. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/populacao/25844-desigualdades-sociais-por-cor-ou-raca.html?5&t5resultados. Acesso em: 8 fev. 2024.

## Atividades

**1** Construa um gráfico de barras com base nos dados da tabela desta página e, depois, responda: Em sua opinião, a quantidade de brancos ocupando cargos gerenciais tem relação com o tempo de experiência? **1.** Resposta no **Manual do professor**.



A **atividade 1** tem por finalidade levar os estudantes a refletirem sobre o racismo estrutural. Nesse sentido, promova um debate com eles sobre a relação entre cor ou raça e cargos gerenciais, desenvolvendo os TCTs Educação em Direitos Humanos e Trabalho. Esse debate pode ser realizado em parceria com as aulas de História. A resposta dessa atividade está nas Orientações específicas para o desenvolvimento dos capítulos.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODELO

**2** Analise as informações a seguir, a respeito da comparação entre a taxa de participação de pessoas com e sem deficiência com idade para trabalhar (14 anos ou mais de idade).

**Taxa de participação, por existência de deficiência, segundo as Grandes Regiões (%)**

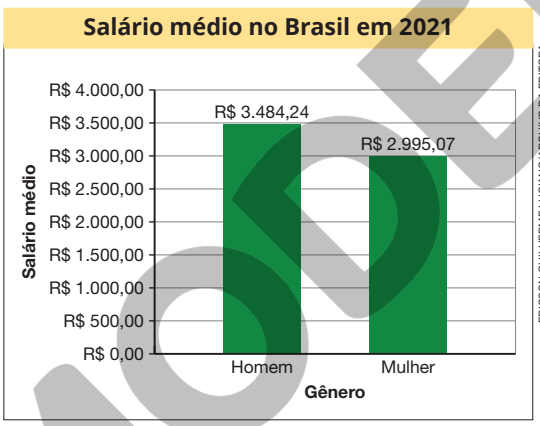
| | Norte | Nordeste | Centro-Oeste | Sudeste | Sul |
|---|---|---|---|---|---|
| **Pessoas com deficiência** | 35,1 | 26,8 | 35,7 | 28,5 | 29,6 |
| **Pessoas sem deficiência** | 64,1 | 58,9 | 71,9 | 69,0 | 70,7 |

**Fonte:** IBGE. Pessoas com deficiência 2022: Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua. **IBGE**, 2023. Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv102013_informativo.pdf. Acesso em: 9 abr. 2024.

**a.** Represente essas informações em um gráfico de colunas. Se possível, utilize uma planilha eletrônica. **2. a.** Resposta no **Manual do professor**.

**b.** O que você pode concluir em relação a essas informações?
**2. b.** Resposta pessoal.

**3** Observe o gráfico que representa o salário médio mensal dos homens e das mulheres em 2021.




**Fonte:** IBGE. Coordenação de Cadastros e Classificações. **Estatísticas do cadastro central de empresas:** 2021. Rio de Janeiro: IBGE, 2023.

**a.** Qual foi a diferença entre o salário médio dos homens e o das mulheres no Brasil em 2021? **3. a.** R$ 489,17

**b.** Sabendo que o salário médio dos brasileiros foi R$ 3.266,53 em 2021, compare os salários médios de homens e mulheres com o salário médio dos brasileiros. O que você pode concluir?

**4** Reúna-se com três colegas e façam uma pesquisa sobre iniciativas que promovem a diversidade empresarial. Com base nessa pesquisa, analisem os resultados e elaborem um texto para compartilharem com a turma. **4.** Respostas pessoais.

**3. b.** O salário médio dos homens estava acima do salário médio dos brasileiros, enquanto o salário médio das mulheres era inferior ao salário médio dos brasileiros em 2021.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

A **atividade 2** tem por objetivo levar os estudantes a refletirem sobre a inclusão de pessoas com deficiência no mercado de trabalho, contribuindo para desenvolver o TCT Trabalho. A resposta do **item a** está nas Orientações específicas para o desenvolvimento dos capítulos.

Já a **atividade 3** promove uma reflexão sobre as diferenças salariais entre gêneros. Para iniciar uma roda de conversa sobre o tema, apresente materiais como a cartilha "Direitos da mulher trabalhadora: para um mundo do trabalho com respeito e dignidade", disponível em: https://www.gov.br/trabalho-e-emprego/pt-br/noticias-e-conteudo/2023/junho/mte-lanca-cartilha-com-orientacoes-sobre-direitos-da-mulher-trabalhadora/cartilha.direitosdamulhertrabalhadora.mte.pdf. Acesso em: 26 abr. 2024.

## Sugestão de leitura

COUTINHO, C. Q. S. (org.). **Discussões sobre o ensino e aprendizagem de probabilidade e de estatística na escola básica**. Campinas: Mercado de Letras, 2013.

Esse livro apresenta discussões e proposições de uma efetiva educação estatística, não só ampla, mas conceitualmente consistente, articulando a Estatística com a mobilização de usos pedagógicos de novas tecnologias e demonstrando que o ambiente computacional pode ser otimizado quando conceitos e procedimentos estatísticos são inseridos no planejamento.

## Mundo digital

Os objetivos desta seção são desenvolver a competência leitora; compreender e analisar o que são conteúdos virais; identificar quais são os elementos que capturam a atenção do público e incentivam seu compartilhamento; e, por fim, observar que há conteúdos virais que podem ser prejudiciais ou desinformativos, mas que também é possível criar conteúdos virais benéficos que podem ser produzidos para que sejam significativos e tenham valor positivo para quem os consome.

Ao compreender a dinâmica dos conteúdos virais e utilizar esse conhecimento para impactar positivamente a sociedade e o ambiente digital, o estudante pode desenvolver habilidades e competências que contribuam para sua formação cidadã.

Aproveite a imagem apresentada para iniciar uma conversa com os estudantes. Questione-os sobre que tipos de conteúdo eles mais acessam na internet e como compartilham ou interagem com esse conteúdo. Verifique se eles reconhecem alguns dos ícones que aparecem na imagem e o que eles indicam. Incentive-os a compartilhar as informações a esse respeito, de modo que compreendam que os *emojis* são uma maneira comum de indicar a reação a conteúdos da internet.

Questione-os a respeito de tipos de conteúdos virais que eles conhecem e incentive-os a explicar, oralmente, o que entendem por *meme* ou por outros tipos de conteúdo que citarem. Promova uma conversa sobre conteúdos virais e a desinformação, retomando aspectos das *fake news* trabalhados em outros momentos desta coleção, por exemplo.



# Conteúdos virais

Quem usa as redes sociais na internet, seja para estudo, para trabalho ou para entretenimento, já deve ter se deparado com conteúdos "virais", tipo de informação que é amplamente compartilhado e, muitas vezes, acessado por milhões de pessoas.

Pode ser um *meme*, uma notícia impactante ou mesmo um conteúdo com informações falsas repassadas como verdadeiras (as chamadas *fake news*). Em questão do formato, pode ser uma imagem, um áudio, um vídeo, um *post*...



RAMPIXEL/SHUTTERSTOCK

Cada reação, comentário ou compartilhamento de um conteúdo nas redes sociais pode favorecer que ele chegue a mais pessoas e, assim, viralize.

Com o intuito de obter engajamento nas redes sociais, mesmo sem autorização, alguns conteúdos utilizam a imagem de pessoas em situações engraçadas, perigosas ou que expõem a privacidade delas. Mesmo que a intenção seja frear o compartilhamento, com um comentário criticando-o, por exemplo, cada pessoa que interage com ele tem sua responsabilidade, pois reagir, comentar ou compartilhar esses conteúdos faz com que eles cheguem a mais pessoas.

> A verdade é que não existe uma regra muito racional estabelecida para uma mensagem viralizar. [...] Alguns apontam que aspectos como emoção e curiosidade são ingredientes que ajudam um conteúdo a ser exponencialmente espalhado, muitas vezes compartilhado de modo quase inconsciente pelos usuários.
>
> O problema é que nem tudo que se torna viral é, digamos, inocente ou engraçadinho. Mentiras, boatos e materiais íntimos propagados em alta escala podem ser muito prejudiciais, individual e coletivamente, e justamente por gerarem curiosidade, acabam por se alastrar absurdamente [...].
>
> [...]
>
> [...] não é exagero dizer que a reflexão sobre o que é curtido, comentado e compartilhado nas redes sociais é uma discussão sobre cidadania. [...]

MANDELLI, Mariana. Viralizou. E Agora? **Educamídia**, 29 nov. 2019. Disponível em: https://educamidia.org.br/viralizou-e-agora. Acesso em: 19 mar. 2024.



Retome o fato de que toda reação, comentário ou compartilhamento em um conteúdo nas redes sociais favorece o seu engajamento, isto é, que ele chegue a mais pessoas, principalmente àquelas do círculo social de quem reagiu. Dessa maneira, questione aos estudantes se eles consideram que quem reage a um conteúdo tem participação na sua promoção e o que isso significa quando o conteúdo viral tem informações que podem ser consideradas ruins, como a exposição da privacidade de uma pessoa ou a promoção do ódio e da violência contra um grupo de pessoas. Essa reflexão favorece a conversa a respeito da promoção positiva da imagem de diferentes grupos sociais e pessoas, o que é necessário para o convívio republicano e pacífico.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

## O que é um conteúdo viral?

OBJETO DIGITAL Imagem: *Post* viral

Vídeos, áudios, *posts*, *gifs* ou qualquer conteúdo que seja compartilhado milhares de vezes, recebendo dezenas de comentários e curtidas, já pode ser considerado um conteúdo viral. Os conteúdos que mais viralizam são aqueles de humor, como *memes* e vídeos engraçados. De acordo com padrões da indústria, um vídeo deve atingir um milhão de visualizações para ser considerado medianamente viral.

## Como produzir um conteúdo que viralize?

Identifique o público que você quer alcançar e desenvolva um conteúdo original e de qualidade em formatos atrativos. Depois, divulgue seu trabalho nas plataformas de mídia social, incentivando a interação e o compartilhamento por parte dos usuários.

## O que as pessoas mais consomem nas redes sociais?

Em relação ao tipo de conteúdo que as pessoas mais gostam de consumir, quase 70% indicam que é acompanhar e curtir fotos, mais da metade indica que é seguir grupos de interesse ou publicar fotos, e mais da metade considera que é comentar e interagir com conteúdo de outras pessoas (como acompanhar publicações dos amigos).

**Fonte:** elaborado com base em QUAIS conteúdos mais viralizam na internet? **Insights**, [2024]. Disponível em: https://www.portalinsights.com.br/perguntas-frequentes/quais-conteudos-mais-viralizam-na-internet#:~:text=Os%20conte%C3%BAdos%20que%20mais%20viralizam,essencial%20entender%20a%20sua%20persona. Acesso em: 19 mar. 2024.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Junte-se a dois ou três colegas e façam o que se propõe a seguir.

1. Você já teve acesso a algum conteúdo viral? Se sim, de que tipo ele era? **1.** Resposta pessoal.
2. Você já compartilhou algum conteúdo viral? Por quê? **2.** Resposta pessoal.
3. Você acredita que conteúdos como *memes* possam ser utilizados para transmitir informações importantes a determinado público? **3.** Resposta pessoal.
4. Que tal criar um conteúdo para divulgar na internet, em formato de *meme*, com uma informação útil, a fim de conscientizar as pessoas a respeito de determinado tema? Após criarem o *meme*, vocês podem divulgá-lo nas redes sociais que julgarem mais apropriadas. **4.** Resposta pessoal.



## Sugestões de leitura

MANDELLI, Mariana. Os muitos lados de um viral. **Educamídia**. Disponível em: https://educamidia.org.br/os-muitos-lados-de-um-viral. Acesso em: 26 abr. 2024.

O artigo apresenta diferentes perspectivas de conteúdos virais e como eles podem influenciar a vida das pessoas que os acessam ou que têm a imagem utilizada para produzi-los.

ROSSINI, Vinicius Santucci. Os manjadores entenderão: os conteúdos virais e a sociabilidade no ciberespaço. **Ponto Urbe**, 30 jul. 2014. Disponível em: http://journals.openedition.org/pontourbe/1628. Acesso em: 26 abr. 2024.

O artigo traz uma discussão antropológica a respeito de conteúdos virais na construção de interações sociais.

## Imagem: *Post* viral

A imagem apresenta uma simulação de um *post* viral envolvendo conteúdo matemático. Um *post* viral busca capturar a atenção do público e incentivar o compartilhamento pelas redes sociais. O objetivo é gerar um alto número de visualizações, curtidas, comentários e compartilhamentos.

Promova a leitura das informações do texto e possibilite aos estudantes que comentem cada uma delas, de maneira coletiva, a fim de verificar se algum deles tem experiência na produção ou publicação de conteúdos nas redes sociais. Incentive-os a citar que tipos de conteúdo eles julgam mais apropriados para utilização a fim de viralizar em cada rede social que conheçam.

Por fim, solicite que façam as atividades propostas organizando as respostas das **atividades 1**, **2** e **3** no caderno. A **atividade 4** pode ser realizada durante certo período, envolvendo a pesquisa de um tema de interesse dos estudantes e a pesquisa mais aprofundada sobre como produzir um *meme* que favoreça a produção do conteúdo. Essa atividade pode ser realizada de maneira interdisciplinar com as aulas de Língua portuguesa.

MODERNA

## Avaliação do Capítulo 1

### Revisando o conteúdo

Nesta seção, os estudantes colocarão em prática o que aprenderam neste capítulo. Incentive-os a organizar seus aprendizados criando ferramentas de estudo, como lista, mapa conceitual, entre outras, destacando os conceitos que julgarem importantes. Aqui, a organização do conteúdo foi em formato de lista, mas é indicado que cada estudante crie sua própria ferramenta para revisar o conteúdo levando em consideração seu conhecimento prévio.

### Aplicando seus conhecimentos

Este é um momento importante de reflexão sobre o aprendizado. Oriente-os a ler cada questão e a destacar os dados relevantes para a resolução; em seguida, peça que criem uma estratégia para resolver o problema, apliquem a estratégia e, por fim, analisem o resultado obtido a fim de validar a resposta encontrada. Circule pela sala, acompanhando as resoluções e observando as estratégias e os raciocínios desenvolvidos pelos estudantes. Valorize seus conhecimentos prévios e auxilie-os na utilização do aprendizado escolar.

Na **atividade 1**, é importante destacar que o valor da entrega é feito a partir de uma taxa fixa mais um valor variável, que dependerá da medida da distância percorrida, em quilômetro. Sendo assim, os estudantes devem perceber que a incógnita só deve ser multiplicada pelo valor do "quilômetro rodado".

Para resolver a **atividade 2**, os estudantes devem estar atentos às unidades de medida de tempo – há uma informação de quantidade de peças produzidas por minuto, e a pergunta se refere à quantidade de peças produzidas em 4 horas. Assim, é possível que eles calculem quantas peças são produzidas em 60 minutos (1 hora) e depois calculem para 4 horas. É provável que poucos estudantes escrevam uma sentença algébrica para representar a situação e depois resolvê-la. Se ninguém apresentar essa solução, você pode mostrá-la a fim de ampliar o repertório da turma.

A situação apresentada na **atividade 3** é comum em provas oficiais, e muitas vezes os estudantes têm dificuldade em determinar o 2º membro da igualdade. Nesse caso, é importante que eles compreendam que o trajeto todo é representado pela incógnita escolhida.

Para resolver a **atividade 4**, é imprescindível que os estudantes tenham compreendido a ideia de medida do perímetro de um retângulo. Para auxiliá-los na resolução, oriente-os a fazer um desenho que represente a situação.

# AVALIAÇÃO DO CAPÍTULO 1

## Revisando o conteúdo

Para organizar o conteúdo estudado, podemos utilizar algumas ferramentas de revisão que nos auxiliam de diferentes maneiras, como a compreender melhor um assunto ou a relembrar certas informações. Por exemplo, podemos organizar uma lista, como a indicada a seguir, que trata de alguns assuntos do primeiro e do segundo tópicos trabalhados neste capítulo, **Expressões algébricas** e **Equações**.

- As expressões matemáticas formadas por letras e números ou somente letras são chamadas de expressões algébricas.
- O valor numérico é o resultado da expressão matemática quando substituímos a letra por determinado número e efetuamos a operação indicada.
- Uma equação é uma é uma igualdade que tem uma expressão algébrica em um ou em ambos os membros. As letras envolvidas em uma equação são denominadas incógnitas.
- Raiz de uma equação é o número que, ao substituir a incógnita, torna a sentença verdadeira.
- Uma sentença continua verdadeira ao adicionar ou subtrair o mesmo número nos dois membros da igualdade.

Agora, copie essa lista no caderno e complemente-a com alguns exemplos, com os demais conteúdos deste capítulo e outras informações que julgar relevantes. Depois, compare sua lista com a dos colegas.

## Aplicando seus conhecimentos

**1.** Alternativa **c**.

**1** Para fazer uma entrega, um *motoboy* cobra uma taxa fixa de R$ 5,00 mais R$ 1,25 por distância percorrida, em quilômetro. Sendo $x$ a medida da distância percorrida, qual expressão algébrica representa o valor a ser pago em função dessa medida?

**a.** $5x + 1{,}25$ **b.** $(5 + 1{,}25)x$ **c.** $5 + 1{,}25x$ **d.** $5 + 6{,}25x$

**2** Em uma fábrica, determinada máquina produz três peças por minuto. Mantendo essa máquina ligada por 4 horas, quantas peças serão produzidas? **2.** Alternativa **d**.

**a.** 120 peças **b.** 360 peças **c.** 510 peças **d.** 720 peças

**3.** Alternativa **b**.

**3** Um atleta percorreu $\frac{3}{5}$ do trajeto de uma prova e ainda faltam 5 km para completar a corrida. Indique a alternativa que apresenta uma equação que expressa essa situação.

**a.** $x+\frac{3}{5}+5=2x$ **b.** $\frac{3}{5}x+5=x$ **c.** $\frac{2}{5}x+5=\frac{3}{5}x$ **d.** $\frac{2}{5}x+5=x$

**4** O menor lado de um terreno com formato retangular tem comprimento medindo 12 m. Sabendo que a medida do perímetro desse terreno é 64 m, qual é a medida do comprimento do lado maior desse terreno? **4.** Alternativa **a**.

**a.** 20 metros **b.** 24 metros **c.** 30 metros **d.** 40 metros



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

**5** Já foram utilizados $\frac{3}{5}$ dos dias estipulados para terminar um projeto. Se ainda há 20 dias de prazo, qual era o prazo inicial desse projeto? **5.** Alternativa **d**.

**a.** 35 dias **b.** 40 dias **c.** 45 dias **d.** 50 dias

**6** Um azulejista comprou um cortador de piso elétrico pagando uma entrada de R$ 674,75. Ele vai pagar o restante em 10 prestações iguais. Se esse valor da entrada representa 25% do valor total, qual é o preço do equipamento? **6.** Alternativa **b**.

**a.** R$ 1.808,82 **b.** R$ 2.699,00 **c.** R$ 2.808,82 **d.** R$ 3.699,00

**7** Um estudante colocou em uma urna três bolas que se diferenciam uma da outra apenas pela cor. Uma bola azul, uma vermelha e uma bola branca. Ao retirar ao acaso três bolas, uma após a outra, quantas possiblidades de combinação de cores em ordens diferentes existem? **7.** Alternativa **c**.

**a.** 3 possibilidades **c.** 6 possibilidades

**b.** 5 possibilidades **d.** 9 possibilidades

**8** Em uma sala de aula, há quatro cadeiras na fileira da frente. De quantas maneiras diferentes quatro pessoas podem se sentar nessas cadeiras? **8.** Alternativa **a**.

**a.** 24 maneiras **b.** 16 maneiras **c.** 8 maneiras **d.** 4 maneiras

**9** Os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 foram usados para compor um conjunto de números que serão utilizados em um sorteio. Cada número do sorteio é composto de três algarismos distintos. Sabendo que todos os números têm a mesma probabilidade de ser sorteado, qual é a probabilidade de o número sorteado começar com o algarismo 7? **9.** Alternativa **d**.

**a.** $\frac{1}{3}$ **b.** $\frac{1}{5}$ **c.** $\frac{1}{7}$ **d.** $\frac{1}{9}$

Se você teve dificuldade em alguma atividade, consulte este quadro e verifique o que precisa estudar novamente para auxiliá-lo na resolução de cada atividade.

**Tópicos deste capítulo abordados nas atividades**

| Atividades | Tópicos relacionados |
|---|---|
| 1 e 2 | Expressões algébricas |
| 3 e 5 | Equações |
| 5 e 6 | Equações do 1º grau com uma incógnita |
| 7, 8 e 9 | Possibilidade e probabilidade |



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Na **atividade 5**, além de escrever uma equação para representar a situação, os estudantes devem calcular a raiz dessa equação.

A **atividade 6** apresenta dados que não são relevantes para a resolução; assim, os estudantes devem perceber que a informação de que o azulejista pagará o restante em 10 parcelas iguais não é relevante para a resolução. Se julgar oportuno, amplie essa atividade solicitando que indiquem o valor de cada prestação (R$ 202,43).

Para as **atividades 7**, **8** e **9**, sugira aos estudantes que façam um esquema a fim de representar cada situação. Fazer esquemas é uma maneira de pensar sobre o problema e como resolvê-lo. Peça que respondam às seguintes questões antes de fazer o esquema: "Quais são os dados do problema?"; "O que é preciso calcular?".

Se mesmo após retomar o tópico eles continuarem com dificuldades, permita que conversem entre si e, circulando pela sala, auxilie-os a revisar os assuntos deste capítulo. Além disso, aproveite o momento para valorizar seu esforço e para incentivá-los a continuar estudando mesmo diante das dificuldades.

MODERNA

## Orientações para o Capítulo 2

Neste capítulo serão ampliados os significados dos números racionais com base nos diferentes usos em contextos sociais e matemáticos. Os estudantes vão reconhecer que existem números que não são racionais; resolver situações-problema envolvendo números naturais, inteiros, racionais e irracionais, ampliando e consolidando o significado de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação; compreender a operação de radiciação; ler e interpretar informações em gráficos de setores.

Para iniciar o trabalho, aborde cada um dos dados referentes ao Brasil presentes nas imagens desta página, levando os estudantes a interpretarem o significado de cada número. Aproveite o momento de conversa e peça a eles que respondam à pergunta do texto. Espera-se que os estudantes compreendam o que esses números significam, com base nas unidades de medidas e títulos de cada uma das informações. O universo de números até então conhecido deles são os racionais, e espera-se que possam, assim, classificar os números apresentados nessas imagens.

Caso eles tenham interesse no assunto, sugira que acessem o portal do IBGE para saber mais sobre as informações fornecidas ou sobre outras informações referentes ao Brasil.

CAPÍTULO 2

# Números reais

Observe as imagens a seguir com algumas informações sobre o Brasil, segundo dados obtidos do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).

Para transmitir essas informações, foram utilizados diferentes números e unidades de medida.

O que representa cada um desses números? Como podemos classificá-los?




RUBENS CHAVES/PULSAR IMAGENS

Família do povoado quilombola de Tabacaria, Alagoas. Foto de 2015.




IMAGENSSTOCKBR/SHUTTERSTOCK

Trânsito na cidade de São Paulo (SP). Foto de 2023.




JHVEPHOTO/SHUTTERSTOCK

Barragem da Usina Hidrelétrica de Itaipu, Foz do Iguaçu (PR). Foto de 2023.




JOA SOUZA/SHUTTERSTOCK

Condomínio de casas populares no município de Santa Maria da Vitória (BA). Foto de 2023.




PEOPLEIMAGES/ISTOCK PHOTOS/GETTY IMAGES

Família brasileira em casa própria. Foto de 2017.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

VINHETAS: 1, 4 E 5: SOLEILC/SHUTTERSTOCK; 2 E 3: VOODOODOT/SHUTTERSTOCK

### Neste capítulo você vai:

- retomar o estudo dos números naturais, inteiros e racionais;
- reconhecer números irracionais;
- representar números reais na reta real;
- estudar a raiz enésima de um número real;
- examinar gráfico de setores e suas características.

# Números naturais, inteiros e racionais

Em que situações de seu dia a dia você utiliza números? Para que os utiliza? Que números você usaria para indicar a temperatura mínima de um *freezer*? E para indicar a medida da temperatura de uma pessoa?

**Atividade oral:** Respostas pessoais.

Nas imagens a seguir, os números foram usados na identificação de um imóvel, na medida da temperatura indicada em um termômetro e na quantidade e preço do cupuaçu em uma barraca. Em muitas situações do cotidiano, usamos diferentes números.



ROLAND MAGNUSSON/SHUTTERSTOCK


FARAKOS/ISTOCK PHOTOS/GETTY IMAGES



EDU LYRA/PULSAR IMAGENS

As imagens não respeitam as proporções reais entre os objetos.

Estudamos anteriormente que a sequência formada pelos números 0, 1, 2, 3, 4, 5, ... é chamada de sequência dos **números naturais**. Nessa sequência, o primeiro termo é o zero e, para determinar um termo qualquer dessa sequência a partir do segundo, basta adicionar 1 ao termo imediatamente anterior.

Estudamos também a sequência dos números inteiros negativos, indicada por: ..., −5, −4, −3, −2, −1.

Ao reunir os números naturais e os números inteiros negativos, obtemos a sequência dos **números inteiros**. Observe: ..., −5, −4, −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...

A sequência dos números inteiros é infinita nos dois sentidos. Não há um número inteiro que seja o maior de todos nem outro que seja o menor de todos.

Também já estudamos os números na forma de fração, como $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{10}{21}$, $\frac{1}{100}$ e $\frac{81}{1.000}$.

Estudamos, ainda, os números na forma decimal, como: 0,2; 5,21; 100,45 e 2,20. E vimos que esses números podem ser escritos na forma de fração, assim como qualquer número inteiro. Observe os exemplos:

- $0{,}2 = \frac{2}{10}$
- $5{,}21 = \frac{521}{100}$
- $5 = \frac{5}{1}$
- $-5 = -\frac{5}{1}$

Por isso, esses números são denominados **números racionais**.

> Números que podem ser escritos na forma $\frac{a}{b}$, sendo $a$ e $b$ números inteiros e $b \neq 0$, são chamados **números racionais**.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

## Números naturais, inteiros e racionais

Neste tópico, retomamos o trabalho com esses conjuntos numéricos com o intuito de agrupá-los em um único conjunto: o dos números reais. Trabalhe com os estudantes as questões apresentadas no início da página. Uma sugestão de trabalho é, após cada pergunta, anotar na lousa exemplos de situações apresentados pelos estudantes. Chame a atenção para os tipos de números de cada exemplo (se são naturais, inteiros ou racionais) e explique sua função (contagem, medida, código e ordem). Com essa discussão, os estudantes poderão ampliar o conhecimento que eles têm sobre os números. Não é necessário que dominem as nomenclaturas dessas classificações, mas devem perceber as diferentes características desses números e a que conjunto pertencem.

Pode ser interessante ainda apontar que todos esses números estudados até aqui são racionais, e que todo número racional é também um número real, junto com outros números que serão vistos mais adiante no capítulo.

MODERNA

## Dízima periódica

É importante os estudantes compreenderem que a divisão entre dois números inteiros pode apresentar apenas dois resultados: decimal exato ou dízima periódica. Proponha, então, que, na calculadora, efetuem divisões de números inteiros para verificar o tipo de quociente obtido. Porém, é possível que façam uma divisão e não obtenham – em uma calculadora comum – nem um decimal exato nem uma dízima periódica. Isso ocorrerá se a parte periódica tiver muitos algarismos e se o visor não tiver dígitos suficientes para exibi-la. Nesse caso, será necessário utilizar a calculadora de um computador ou uma calculadora científica para apresentar o resultado.

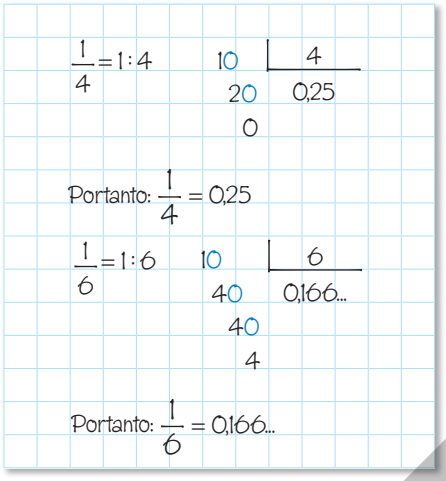
Em algumas atividades ao longo deste capítulo será necessário o uso de calculadora. Desse modo, antecipadamente, solicite aos estudantes que levem uma para a sala de aula. Caso não haja quantidade suficiente desse instrumento, organize-os em duplas ou trios para que possam compartilhar e realizar as atividades propostas.

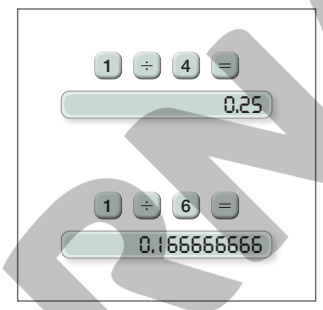
Explique aos estudantes que usamos as reticências para indicar que o número tem infinitas casas decimais. No caso de 0,1666... o algarismo 6 se repete nessas infinitas casas.

## Dízima periódica

Um número na forma de fração também pode ser representado na forma decimal. Para isso, devemos recordar que a forma fracionária representa o quociente do numerador pelo denominador.

Portanto, para fazer essa conversão, basta dividir o numerador pelo denominador. Observe, nos exemplos a seguir, como obter a representação em número decimal das frações $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{6}$:




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Essa divisão pode resultar em um **decimal exato**, se o resto da divisão for igual a zero, ou em uma **dízima periódica**, se o resto da divisão não for zero e repetir-se infinitamente.

Nos exemplos apresentados, ao dividir 1 por 4, obtemos 0,25, que é um decimal exato. Já ao dividir 1 por 6, obtemos uma dízima periódica. Um modo de representar essa dízima é escrever por três vezes o algarismo 6, que se repete, e, em seguida, colocar reticências (...), desta forma: 0,1666...

Observe que essa dízima foi obtida ou gerada partindo de uma fração. Assim, podemos dizer que a dízima 0,1666... é um número racional. Isso ocorre com todas as dízimas periódicas, ou seja, todas elas são números racionais.

### Atividade resolvida

**(Encceja EF 2019)** Alimentos industrializados devem apresentar algumas informações no rótulo. Uma dessas informações é o valor nutricional. Uma marca de achocolatado apresenta, em seu rótulo, as seguintes informações nutricionais:

- Vitamina C – 2,7 mg;
- Vitamina A – 0,090 mg;
- Vitamina D – 0,17 mg;
- Vitamina $B_3$ – 1,4352 mg



Lembre-os de que muitas calculadoras usam um ponto para representar a vírgula dos números decimais. Se julgar necessário, informe-os de que, embora no visor da calculadora apareça um número finito de casas decimais, o algarismo 6 se repete infinitamente e que algumas calculadoras fazem arredondamento – nesse caso, o resultado seria 0,166666667.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

O fabricante desse achocolatado pretende criar um novo rótulo, com essas informações em ordem numérica decrescente.

A ordem das vitaminas no novo rótulo será

**a.** $B_3 - A - C - D$.
**b.** $B_3 - A - D - C$.
**c.** $C - B_3 - A - D$.
**d.** $C - B_3 - D - A$.

### Resolução

Para colocar as informações em ordem decrescente, vamos comparar os números decimais que representam a quantidade de cada tipo de vitamina: 2,7; 0,090; 0,17; 1,4352.

Primeiro, comparamos as partes inteiras dos quatro números:

2,7 0,090 0,17 1,4352

O maior número, nessa situação, é 2,7.

Agora, vamos comparar os outros três números: 0,090 0,17 1,4352

O maior número, nessa situação, é 1,4352.

Por fim, comparamos os outros dois números. Note que ambos têm a parte inteira igual a zero; então, vamos comparar os décimos para verificar qual deles é maior.

0,090 0,17

O maior número, nessa situação, é 0,17.

Ordenando os números em ordem decrescente temos: 2,7; 1,4352; 0,17; 0,090

Portanto, a ordem das vitaminas é: $C - B_3 - D - A$.

Assim, a alternativa **d** é a resposta correta desta atividade.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

**1.** Respostas possíveis:
**1. a.** $n + 1$, com $n$ sendo um número inteiro maior ou igual a $-3$.
**1. b.** $244 - 10n$, com $n$ sendo um número natural.
**1. c.** $30 - 6n$, com $n$ sendo um número natural.
**1. d.** $-300 + 100n$, com $n$ sendo um número natural.

## Atividades

**1** Analise cada sequência e determine uma expressão matemática que descreva os termos de cada uma.

**a.** $-2, -1, 0, 1, 2, \ldots$
**b.** 244, 234, 224, 214, ...
**c.** 30, 24, 18, 12, 6, ...
**d.** $-300, -200, -100, \ldots$

**2** A soma de três números naturais consecutivos é 1.233. Quais são esses números?

**2.** 410, 411 e 412.

**3** Escreva os seguintes números racionais na forma decimal.

**a.** $\frac{6}{4}$ **3. a.** 1,5 **b.** $\frac{1}{9}$ **3. b.** 0,111... **c.** $\frac{1}{3}$ **3. c.** 0,333... **d.** $\frac{3}{4}$ **3. d.** 0,75

Dos resultados obtidos, quais são decimais exatos e quais são dízimas periódicas?

**3.** São decimais exatos: 1,5 e 0,75. São dízimas periódicas: 0,111... e 0,333...



## Atividade resolvida

Caso os estudantes apresentem dificuldades ao realizar comparações entre os números decimais, diga-lhes que primeiramente comparam-se as partes inteiras dos números e, na sequência, comparam-se os décimos, centésimos, milésimos e assim por diante. Eles também podem usar uma reta numérica a fim de auxiliá-los. Além disso, retome a ideia de que os números devem ter a mesma quantidade de casas decimais, lembrando-os de completar com zero as casas que faltam.

## Atividades

Na **atividade 1**, espera-se que os estudantes identifiquem um padrão, determinem um termo qualquer de cada sequência e generalizem a ideia, traduzindo-a em uma expressão algébrica. Por isso, pode ser que algum estudante não determine a sequência esperada, escrevendo, por exemplo, no **item a**, que a regra é repetir os números $-2$, $-1$, 0, 1 e 2, nessa ordem, infinitamente. Considere as diferentes respostas apresentadas por eles, desde que tenham coerência.

Na **atividade 2**, os estudantes devem descrever os 3 números naturais consecutivos por $n$, $n + 1$ e $n + 2$. Pelo enunciado, a soma desses números é igual a 1.233; portanto: $n + (n + 1) + (n + 2) = 1.233$; assim, $3n = 1.230$ e $n = 410$. Logo, os números são 410, 411 e 412.

Na **atividade 3**, se considerar adequado, sugira aos estudantes que utilizem uma calculadora para facilitar a visualização da dízima periódica.

MODERNA

Na **atividade 4**, recomende aos estudantes que representem todos os números na forma decimal e que os localizem de maneira aproximada na reta numérica. Isso facilitará a escrita desses números na ordem crescente.

Na **atividade 7**, apresentamos algumas frações com denominador 3 dispostas em linhas e colunas, de modo a facilitar a compreensão dos estudantes sobre algumas regularidades presentes nesses números. Eles devem perceber que o numerador de cada fração vai aumentando de 1 em 1 seguindo a ordem de cada coluna e, dentro de cada coluna, a ordem das linhas. Assim, para responder ao **item d**, eles devem perceber que os numeradores da 4ª coluna serão: 9 (1ª linha), 10 (2ª linha) e 11 (3ª linha); os da 5ª coluna serão: 12 (1ª linha), 13 (2ª linha) e 14 (1ª linha); os da 6ª coluna serão: 15 (1ª linha), 16 (2ª linha) e 17 (3ª linha). Além disso, chame a atenção deles para o fato de que, na 1ª linha, todos os números são inteiros, pois são múltiplos de 3. Já os números da 2ª linha são dízimas periódicas simples que têm o 3 como período, enquanto os da 3ª linha são dízimas periódicas simples que têm o 6 como período.

**4** Escreva os números a seguir em ordem crescente. **4.** $-1{,}4$, $-\frac{3}{4}$, $\frac{8}{7}$, $\frac{4}{3}$ e 1,91666...

$\frac{8}{7}$ | 1,91666... | $\frac{4}{3}$ | $-1{,}4$ | $-\frac{3}{4}$

**5** Na dízima periódica 2,64333..., as reticências indicam que o algarismo 3 se repete infinitamente.

Dizemos, então, que 3 é o **período** dessa dízima. Outra maneira de representar essa dízima é $2{,}64\overline{3}$, ou seja, marcando com um traço o algarismo (ou algarismos) correspondente(s) ao período. Indique qual é o período das dízimas a seguir.

**a.** 0,888... **5. a.** 8

**b.** $1{,}\overline{4}$ **5. b.** 4

**c.** 1,58952333... **5. c.** 3

**d.** 0,565656... **5. d.** 56

**e.** $3{,}\overline{421}$ **5. e.** 421

**f.** 5,16471647164716471647... **5. f.** 1647

Quando o período aparece logo após a vírgula, a dízima é **simples**.
Quando há partes não periódicas e periódicas após a vírgula, a dízima é **composta**.

**6** Efetue as seguintes operações usando uma calculadora.

**a.** 1 : 9 **6. a.** 0,111... **b.** 2 : 9 **6. b.** 0,222... **c.** 3 : 9 **6. c.** 0,333... **d.** 4 : 9 **6 d.** 0,444...

Agora, sem usar a calculadora, calcule:

**e.** 5 : 9 **6. e.** 0,555... **f.** 6 : 9 **6. f.** 0,666... **g.** 7 : 9 **6. g.** 0,777... **h.** 8 : 9 **6. h.** 0,888...

**7** Observe o padrão nos esquemas a seguir e responda às questões.

| | 1ª coluna | 2ª coluna | 3ª coluna ... |
|---|---|---|---|
| 1ª linha → | $\frac{0}{3} = 0$ | $\frac{3}{3} = 1$ | $\frac{6}{3} = 2$ |
| 2ª linha → | $\frac{1}{3} = 0{,}333...$ | $\frac{4}{3} = 1{,}333...$ | $\frac{7}{3} = 2{,}333...$ |
| 3ª linha → | $\frac{2}{3} = 0{,}666...$ | $\frac{5}{3} = 1{,}666...$ | $\frac{8}{3} = 2{,}666...$ |

**a.** O que as dízimas da 2ª linha têm em comum? **7. a.** O período igual a 3.

**b.** O que as dízimas da 3ª linha têm em comum? **7. b.** O período igual a 6.

**c.** Observando os padrões do esquema, calcule 10 : 3 e 11 : 3. **7. c.** 10 : 3 = 3,333... e 11 : 3 = 3,666...

**d.** Suponha que essas conversões continuassem infinitamente. Em qual linha e em qual coluna estaria localizada a igualdade $\frac{16}{3} = 5{,}333...$? **7. d.** 2ª linha, 6ª coluna.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

## Obtenção da fração geratriz

A fração que gera uma dízima periódica é chamada de **fração geratriz**.

Já estudamos que $\frac{1}{6} = 0{,}1666...$; assim, dizemos que $\frac{1}{6}$ é a fração geratriz da dízima periódica 0,1666...

Observe como podemos obter a fração geratriz da dízima periódica 0,333...

1º) Chamamos de $x$ essa dízima:

$$x = 0{,}333... \text{ (I)}$$

2º) Como essa dízima é simples e seu período é formado por um algarismo (3), multiplicamos ambos os membros da equação (I) por 10 para obter outro número na forma decimal com o mesmo período:

$$10x = 3{,}333... \text{ (II)}$$

3º) Subtraímos membro a membro (I) de (II) e, assim, eliminamos a parte que se repete:

$$\begin{array}{rrl} & 10x &= 3{,}333... \\ - & x &= 0{,}333... \\ \hline & 9x &= 3 \end{array}$$

4º) Finalmente, resolvemos a equação $9x = 3$:

$$9x = 3$$
$$x = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

Assim, concluímos que a fração geratriz da dízima periódica 0,333... é $\frac{1}{3}$.

Observe, agora, como podemos obter a fração geratriz da dízima periódica 1,13636...

1º) Chamamos de $x$ essa dízima:

$$x = 1{,}13636... \text{ (I)}$$

2º) Multiplicamos ambos os membros da equação (I) por 10, para obter uma dízima periódica simples:

$$10x = 11{,}3636... \text{ (II)}$$

3º) Como o período dessa dízima é formado por dois algarismos (36), multiplicamos ambos os membros da equação (II) por 100, para obter outro número na forma decimal com o mesmo período:

$$1.000x = 1.136{,}3636... \text{ (III)}$$

4º) Subtraímos membro a membro (II) de (III) e, assim, eliminamos a parte que se repete:

$$\begin{array}{rrl} & 1.000x &= 1.136{,}3636... \\ - & 10x &= 11{,}3636... \\ \hline & 990x &= 1.125 \end{array}$$

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



## Obtenção da fração geratriz

Reproduza na lousa, com a participação dos estudantes, o procedimento para a obtenção da fração geratriz das dízimas periódicas 0,333... e 1,13636..., verificando se estão entendendo cada passo.

É aconselhável orientá-los a fazer a verificação do resultado obtido em uma divisão que envolva quociente na forma decimal. Muitas vezes, o erro de interpretação sobre o resto da divisão causa erro também na verificação. Por exemplo:

**Divisão:**

| | |
|---|---|
| 7 | 4 |
| 30 | 1,7 |
| 2 | |

**Verificação errada:**

| | |
|---|---|
| 1,7 | 6,8 |
| × 4 | + 2,0 |
| 6,8 | 8,8 |

**Verificação correta:**

| | |
|---|---|
| 1,7 | 6,8 |
| × 4 | + 0,2 |
| 6,8 | 7,0 |

Na verificação errada, o resto foi interpretado indevidamente como 2 inteiros. Na verificação correta, foi interpretado adequadamente como 2 décimos (0,2).

Se considerar adequado, dê mais exemplos antes de propor a resolução das atividades, pois eles podem ter dificuldades no entendimento da obtenção da fração geratriz.

MODERNA

**Atividades**

Na **atividade 9**, espera-se que os estudantes percebam que, em alguns casos, o cálculo é facilitado com a forma decimal e, em outros, com a forma fracionária.

5º) Agora, resolvemos a equação: $990x = 1.125$:

$$990x = 1.125$$
$$x = \frac{1.125}{990}$$
$$x = \frac{25}{22}$$

Assim, concluímos que a fração geratriz da dízima periódica 1,13636... é $\frac{25}{22}$.

**Atividades**

**8** Escreva os números a seguir na forma de fração.

**a.** 17,33333... **8. a.** $\frac{52}{3}$

**b.** 1,252525... **8. b.** $\frac{124}{99}$

**c.** 0,145145145... **8. c.** $\frac{145}{999}$

**d.** 2,64444444... **8. d.** $\frac{119}{45}$

**e.** 0,11313131... **8. e.** $\frac{56}{495}$

**f.** 12,7822222... **8. f.** $\frac{2.876}{225}$

**9** Passe para a forma fracionária e efetue as operações indicadas.

**a.** (0,222...) + (0,555...) − (0,777...) **9. a.** $\frac{2}{9} + \frac{5}{9} - \frac{7}{9} = 0$

**b.** (0,888...) : (5,666...) **9. b.** $\frac{8}{9} : \frac{51}{9} = \frac{8}{51}$

**c.** (1,8333...) · (0,52727...) **9. c.** $\frac{11}{6} \cdot \frac{29}{55} = \frac{29}{30}$

## Números irracionais

Observe os números a seguir.

- 0,125225222522225222225...
- 3,14159265...
- 21,4142135...
- 20,52552555255552555552...

Considere que esses números têm infinitas casas decimais e não são dízimas periódicas e, por isso, não podem ser escritos na forma de fração. Números com essas características são chamados **números irracionais**.

## Raiz quadrada de 2

Você já estudou que a raiz quadrada de um número racional $a$ é um número não negativo $b$ que, elevado ao quadrado, resulta em $a$. Assim, se $\sqrt{a} = b$, obtemos $b^2 = a$, com $b \geqslant 0$. Observe alguns exemplos:

- $\sqrt{4} = 2$
- $\sqrt{9} = 3$
- $\sqrt{16} = 4$
- $\sqrt{25} = 5$

E como determinamos o valor da raiz quadrada de 2?

Primeiro, vamos testar alguns valores, buscando um número que elevado ao quadrado seja igual a 2: $1^2 = 1$ e $2^2 = 4$.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

## Números irracionais

Neste tópico, são introduzidos dois exemplos de números irracionais, por meio de situações-problema: a $\sqrt{2}$ e o número $\pi$. Esses números estão vinculados ao estudo da Geometria e a medidas.

### Raiz quadrada de 2

Comente com os estudantes que é possível provar que $\sqrt{2}$ é um número irracional, mas é desaconselhável esse formalismo neste momento.

Sabemos, então, que o valor de $\sqrt{2}$ é um número entre 1 e 2. Vamos agora testar outros valores entre 1 e 2, buscando um número que elevado ao quadrado resulte em 2. Acompanhe o esquema a seguir:

| $1{,}1^2$ | $1{,}2^2$ | $1{,}3^2$ | $1{,}4^2$ | $1{,}5^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 1,21 | 1,44 | 1,69 | 1,96 | 2,25 |

$\sqrt{2}$ está entre 1,4 e 1,5

| $1{,}41^2$ | $1{,}42^2$ |
|---|---|
| 1,9881 | 2,0164 |

$\sqrt{2}$ está entre 1,41 e 1,42

| $1{,}411^2$ | $1{,}412^2$ | $1{,}413^2$ | $1{,}414^2$ | $1{,}415^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 1,990921 | 1,993744 | 1,996569 | 1,999396 | 2,002225 |

$\sqrt{2}$ está entre 1,414 e 1,415

ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Se continuarmos a efetuar os cálculos, não encontraremos um número que elevado ao quadrado resulte exatamente em 2, pois o número correspondente a $\sqrt{2}$ tem infinitas casas decimais que não se repetem periodicamente. Observe:

$$\sqrt{2} = 1{,}4142135623730...$$

Para indicar $\sqrt{2}$, podemos escrever o número com algumas casas decimais seguidas de reticências $\left(\sqrt{2} = 1{,}414...\right)$ ou usar o símbolo de aproximação, com um número finito de casas decimais $\left(\sqrt{2} \simeq 1{,}414\right)$.

Muitos cálculos foram feitos para verificar se $\sqrt{2}$ tem uma parte decimal que se repete periodicamente, mas nunca foi encontrado. Matemáticos demonstraram, então, que o número $\sqrt{2}$ não é racional, isto é, não pode ser escrito como um quociente de números inteiros e, por isso, não pode ser expresso como decimal exato nem como dízima periódica.

Números como esse, cuja representação decimal é infinita e não periódica, são chamados **números irracionais**.

# Número pi (π)

## Circunferência e círculo

Em diversas situações do cotidiano, podemos notar a presença de formatos circulares. Observe a imagem.

O aro da roda da bicicleta nos dá a ideia de uma circunferência.

**Circunferência** é a figura geométrica formada por todos os pontos de um plano que estão à mesma distância de um ponto fixo desse plano. O ponto fixo é chamado **centro** da circunferência.



GYVAFOTO/SHUTTERSTOCK

Roda de bicicleta.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

### Sugestão de vídeo

É possível conhecer um pouco mais sobre a história e origem do número π assistindo ao vídeo "Apresentando o número pi". Esse vídeo ainda conta com discussões de como aproximações para o número π podem ser obtidas relacionando a circunferência com polígonos. **Apresentando o número pi**. Canal Portal da Matemática OBMEP. Duração: 30 minutos. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=S9KBT3xB5b0. Acesso em: 25 abr. 2024.

### Número pi (π)

Comente com os estudantes, por curiosidade, que no dia 14 de março é comemorado o dia do número π. Essa data foi escolhida porque, em inglês, é escrita como 3/14, e o valor aproximado do π é 3,14. Se julgar necessário, peça a eles que façam uma pesquisa sobre a sua descoberta e importância e apresentem os resultados dessa pesquisa para os colegas.

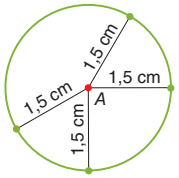
Ao trabalhar a apresentação do número π, optamos por trabalhar concomitantemente o conceito de círculo e circunferência, além do cálculo da medida do perímetro da circunferência, por serem conteúdos que estão diretamente relacionados.

Pergunte aos estudantes se eles sabem o que é uma circunferência e dê exemplos. É possível que alguns deles confundam circunferência com círculo. Desenhe na lousa as duas figuras, peça que indiquem o nome de cada uma e comentem o que elas têm em comum e de diferente. Em seguida, pergunte à turma se conhecem quais são os elementos da circunferência e do círculo. Chame a atenção deles para o fato de que a medida do comprimento do diâmetro é o dobro da medida do comprimento do raio.

Antes de iniciar as explicações teóricas apresentadas no tópico **Medida do comprimento da circunferência**, realize com os estudantes as medições de comprimentos de circunferências de alguns objetos circulares usando barbante e também do comprimento do diâmetro desses objetos circulares. Na sequência, eles devem ser orientados a obter o resultado da divisão entre a medida do comprimento da circunferência pela medida do comprimento do seu diâmetro.

Para isso, peça antecipadamente aos estudantes que levem alguns objetos com formatos circulares para a sala de aula, como tampas, potes, caixas, entre outros, ou utilize objetos circulares presentes na sala de aula. Quanto maior for a quantidade de objetos circulares que eles medirem, mais essa atividade se tornará interessante, pois os estudantes realizarão uma investigação por meio dessas variadas medições e compreenderão, baseando-se nos resultados, a existência do número $\pi$.

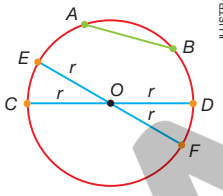
Por exemplo, na circunferência representada, o centro é o ponto $A$, e o comprimento da distância desse ponto a qualquer ponto da circunferência mede 1,5 cm.




ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

Um segmento cujos extremos são o centro e um ponto qualquer da circunferência é chamado **raio** da circunferência. No exemplo que acabamos de apresentar, o comprimento do raio da circunferência mede 1,5 cm.

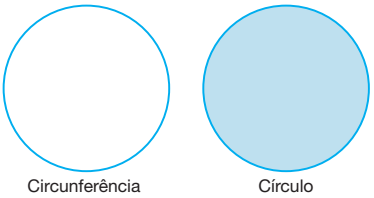
Já um segmento cujos extremos são dois pontos quaisquer de uma circunferência é chamado **corda**. Toda corda que passa pelo centro de uma circunferência é chamada **diâmetro**.




Na figura, temos que:

- $\overline{AB}$ é uma corda;
- $\overline{CD}$ e $\overline{EF}$ são dois dos diâmetros.

Observe a imagem da rotatória. Essa imagem nos dá a ideia de círculo.






Rotatória em frente ao Estádio Municipal Paulo Machado de Carvalho, o Pacaembu, São Paulo (SP). Foto de 2024.

J P CARNEVALLI/ALAMY/FOTOARENA

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

A figura geométrica formada por uma circunferência e toda sua região interior é chamada **círculo**.

## Medida do comprimento da circunferência

Considere a circunferência a seguir. Suponhamos que fosse possível contornar essa circunferência com um fio de arame. Esticando esse arame, ele teria a mesma medida do comprimento do segmento $\overline{AB}$.




A medida do comprimento desse segmento é a medida do **comprimento** dessa circunferência.



Peça que copiem um quadro como o apresentado a seguir no caderno e oriente-os a registrar as medidas que obtiverem. Por exemplo, ao medirem uma tampa circular com 35,5 cm de medida de comprimento da circunferência e 11,3 cm de medida do comprimento de seu diâmetro, eles vão obter os seguintes registros.

| Objeto | Medida do comprimento da circunferência ($C$) | Medida do comprimento do diâmetro ($D$) | $\frac{C}{D}$ |
|---|---|---|---|
| Tampa | 35,5 | 11,3 | 3,1415 |

Verifique se durante a atividade eles percebem que os resultados sempre serão próximos de 3,14.



MODELO

A razão entre a medida do comprimento de uma circunferência ($C$) e a medida do comprimento de seu diâmetro ($D$) é um número que, na forma decimal, apresenta infinitas casas decimais e não tem um período que se repete. Esse valor é o número irracional **pi** (indicado pela letra grega $\pi$). Assim:

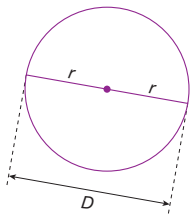
$$\frac{\text{medida do comprimento da circunferência}}{\text{medida do comprimento do diâmetro}} = \pi \quad \text{ou} \quad \frac{C}{D} = \pi$$

$$\pi = 3{,}14159265...$$

Pode-se calcular a medida do comprimento $C$ de uma circunferência qualquer com base na medida do comprimento de seu diâmetro ($D$) ou de seu raio ($r$) aplicando:

$$C = \pi \cdot D \text{ ou } C = \pi \cdot 2r$$

**OBJETO DIGITAL**
*Podcast*: Uma breve história do pi

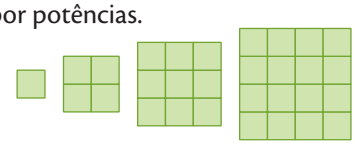


LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

## Atividades

**10** Associe as figuras formadas por quadradinhos congruentes a uma sequência numérica expressa por potências.

**10.** 1, 4, 9 e 16.
As raízes quadradas desses números são números racionais.

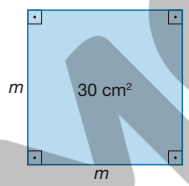

LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

As raízes quadradas dos números dessa sequência são números racionais ou irracionais?

**11** Determine, em cada caso, entre quais números inteiros consecutivos estão os valores dos números a seguir.

**a.** $\sqrt{3}$ **11. a.** 1 e 2.
**b.** $\sqrt{5}$ **11. b.** 2 e 3.
**c.** $\sqrt{10}$ **11. c.** 3 e 4.
**d.** $\sqrt{70}$ **11. d.** 8 e 9.
**e.** $\sqrt{120}$ **11. e.** 10 e 11.
**f.** $\sqrt{250}$ **11. f.** 15 e 16.

**12** O comprimento do lado $m$ de um quadrado é medido pela raiz quadrada da medida de sua área $A$, ou seja, $m = \sqrt{A}$.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

**a.** Utilizando aproximação de duas casas decimais, calcule a medida do lado de um quadrado com área de medida 30 cm². **12. a.** 5,47 cm

**b.** O número que indica essa medida é racional ou irracional? **12. b.** Irracional.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

### *Podcast*: Uma breve história do pi

Este *podcast* complementa o conteúdo que trata de circunferência e círculo, fornecendo um contexto favorável ao reconhecimento do número $\pi$ como resultado do quociente entre a medida do comprimento de uma circunferência e a medida do seu diâmetro, bem como à percepção de que se trata de um número irracional cuja determinação dependeu de matemáticos de várias gerações. Também favorece o estabelecimento de relações com o contexto cultural do estudante.

### Atividades

Nas **atividades** de **10** a **14**, são trabalhados os usos das raízes quadradas e do número $\pi$ por meio de situações-problema, especialmente aquelas vinculadas à Geometria e às medidas cujas soluções não são dadas por números racionais. Chame a atenção dos estudantes para o fato de que consideramos $\pi = 3{,}14$ para facilitar os cálculos, mas que eles precisam ter em mente que esse número tem infinitas casas decimais não periódicas. E, ainda, lembre-os de que a razão entre a medida do comprimento de uma circunferência e a medida do comprimento de seu diâmetro é igual ao número $\pi$ em todas as circunferências, e que a medida do comprimento do diâmetro é o dobro da medida do comprimento do raio.

MODERNA

## Números reais

No trabalho com este tópico, os estudantes são convidados a perceber que alguns conjuntos numéricos estão contidos em outros; que os conjuntos dos números racionais e irracionais não têm elementos em comum, ou seja, são conjuntos disjuntos; e que o conjunto dos números reais é a reunião dos conjuntos dos números racionais e dos números irracionais.

### A reta real

A localização de pontos correspondentes aos números irracionais em uma reta numérica opõe-se à ideia, que os estudantes já devem ter assimilado, de que na reta dos números racionais não há espaço para "novos" números. A introdução do novo conceito promove uma ampliação da ideia de números, aumentando o repertório numérico deles.

**13** Considerando $\pi = 3{,}14$, responda às questões propostas.

**a.** Qual é a medida do comprimento, em centímetro, da circunferência cujo comprimento do raio mede 2,3 cm? **13. a.** 14,444 cm

**b.** E da circunferência cujo comprimento do diâmetro mede 7,5 m? **13. b.** 23,55 m

**c.** Qual é a medida do comprimento do diâmetro de uma circunferência cujo comprimento mede 31,4 m? **13. c.** 10 m

**14** O comprimento do raio da roda de uma bicicleta mede 30 cm.



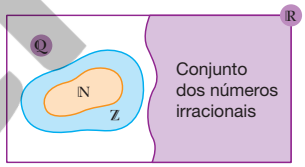

OCTOGRAPHER/SHUTTERSTOCK

**a.** Qual é a medida do comprimento de cada roda dessa bicicleta? (Adote $\pi = 3{,}14$). **14. a.** 188,4 cm

**b.** Quantas voltas cada roda dessa bicicleta dará a cada 1 km? **14. b.** Aproximadamente 530 voltas.

# Números reais

Se unirmos o conjunto dos números racionais (no qual estão contidos o conjunto dos números inteiros e o conjunto dos números naturais) com o conjunto dos números irracionais, obteremos outro conjunto, chamado **conjunto dos números reais**, que indicamos por $\mathbb{R}$.




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

## A reta real

Já estudamos que, para representar os números naturais em uma reta numérica, devemos estabelecer a origem (o zero) e uma unidade para determinar a medida da distância entre dois pontos correspondentes a dois números naturais consecutivos.




Da mesma maneira como localizamos os pontos correspondentes aos números naturais, podemos localizar na reta numérica os pontos correspondentes aos números inteiros. À direita do ponto que corresponde ao zero estão os pontos correspondentes aos números positivos e, à esquerda, os pontos correspondentes aos números negativos.





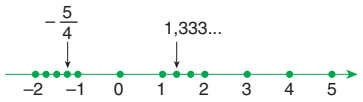

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

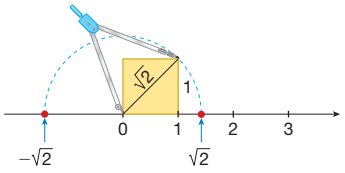
Para localizar os pontos correspondentes aos números racionais que não são inteiros, precisamos descobrir entre quais números inteiros consecutivos se localiza o número racional que desejamos representar.

Por exemplo, o número $-\frac{5}{4}$ está entre $-2$ e $-1$, pois $-\frac{5}{4} = -1{,}25$. Para determinar sua localização, dividimos em 4 partes iguais o segmento determinado pelos pontos correspondentes a $-2$ e $-1$ e marcamos o primeiro ponto à esquerda de $-1$.

Já o número 1,333... está entre 1 e 2, e sua forma fracionária é $\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$. Para determinar sua localização, dividimos em 3 partes iguais o segmento determinado pelos pontos correspondentes a 1 e 2 e marcamos o primeiro ponto à direita de 1.

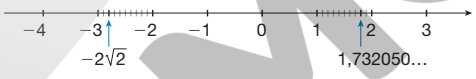



Para representar $\sqrt{2}$ na reta numérica, podemos construir, com régua e compasso, um quadrado com lado medindo 1 unidade de comprimento e diagonal medindo $\sqrt{2}$ unidade de comprimento. Transportando com o compasso a medida do comprimento da diagonal para a reta, obtemos os pontos correspondentes a $\sqrt{2}$ e a $-\sqrt{2}$.




Podemos também usar a aproximação dos números para representar números irracionais na reta. Por exemplo, 1,732050... e $-2\sqrt{2}$.

- 1,732050... é aproximadamente 1,73 até a 2ª casa decimal.
- Como $\sqrt{2}$ é aproximadamente 1,41, então $-2\sqrt{2}$ é aproximadamente $-2{,}82$ até a 2ª casa decimal.




**Observação:**

Qualquer ponto da reta real tem só um número real correspondente, e todo número real tem só um ponto correspondente na reta real.

ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA



Com base na construção, com régua e compasso, para representar $\sqrt{2}$ na reta numérica, pergunte aos estudantes como fariam para localizar $2\sqrt{2}$ nessa reta utilizando a estratégia que julgarem mais conveniente. Uma solução seria manter a abertura do compasso usada para determinar $\sqrt{2}$ e marcar, a partir do zero, a medida $\sqrt{2}$ duas vezes para a direita na reta.

Ao trabalhar com o compasso, fale para os estudantes tomarem cuidado com sua ponta-seca.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

## Atividade resolvida

Ao trabalhar representações de números reais na reta numérica, faça uma retomada com os estudantes, leve-os a perceber que qualquer ponto da reta numérica é representado apenas por um número. É importante também verificar se eles se lembram de que um número que está à direita é maior do que um número à esquerda e que à esquerda do zero estarão todos os números negativos e, ainda, à direita do zero estarão todos os números positivos; portanto, um número negativo sempre é menor do que um número positivo.

Desenhe uma reta numérica na lousa e apresente alguns exemplos de como localizar os números racionais. Comente que, para localizar os pontos correspondentes aos números racionais que não são inteiros, primeiramente é necessário descobrir entre quais números inteiros consecutivos se localiza o número racional que desejamos representar. Por exemplo, para representar o número 1,25, sabemos que ele está entre 1 e 2, e sua forma fracionária é $\frac{5}{4}$, então divide-se em 4 partes iguais o segmento determinado pelos pontos correspondentes a 1 e 2 e marca-se o primeiro ponto à direita de 1.

## Atividade resolvida

**(Fundep – DMAE - Motorista 2020)** Considere os seguintes números reais:

$X = \sqrt{2}$ $\quad Y = \frac{50}{21}$ $\quad Z = 2{,}5$ $\quad W = \frac{\sqrt{5}}{2}$

Se esses números forem colocados em ordem crescente, qual número ocupará a penúltima posição?

**a.** $X$. **b.** $Y$. **c.** $Z$. **d.** $W$.

### Resolução

É possível utilizar diferentes estratégias para a resolução desta atividade. Acompanhe a seguir duas delas.

Como os números devem ser colocados em ordem crescente, podemos primeiro usar uma aproximação dos números irracionais $X$ e $W$, e da forma decimal do número $Y$, para então compará-los e ordená-los. Assim:

$X = \sqrt{2} \simeq 1{,}41$

$W = \frac{\sqrt{5}}{2} \simeq \frac{2{,}23}{2} = 1{,}115$

$Y = \frac{50}{21} \simeq 2{,}38$

Logo, $\frac{\sqrt{5}}{2} < \sqrt{2} < \frac{50}{21} < 2{,}5$ ou seja: $W < X < Y < Z$.

Portanto, $Y$ é o número que ocupará a penúltima posição.

Outra estratégia para a resolução da atividade é determinar entre quais dois inteiros consecutivos se encontram os números $X$, $Y$, $Z$ e $W$.

O número $\sqrt{2}$ satisfaz $\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$; logo, $1 < \sqrt{2} < 2$. Portanto, $\sqrt{2}$ é um número que está entre 1 e 2; logo, ele é menor que 2,5.

O número $\sqrt{5}$ satisfaz $\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$; logo, $2 < \sqrt{5} < 3$. Como $\sqrt{5}$ é um número que está entre 2 e 3, a metade desse número estará entre 1 e 1,5. Portanto, $\frac{\sqrt{5}}{2}$ também é menor que 2,5.

O número $\frac{50}{21}$ é um número entre 2 e 3, mas resta saber se ele é maior, menor ou igual a 2,5. Vamos considerar que ele é igual a 2,5; fazendo $21 \cdot 2{,}5$, obtemos 52,5; portanto, 21 cabe menos que 2,5 vezes em 50. E como $2 \cdot 21 = 42$, então o número 21 cabe menos do que 2,5 vezes e mais que 2 vezes em 50. Portanto, $\frac{50}{21}$ é menor que 2,5 e maior que $\sqrt{2}$ e $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Portanto, $Y$ é o número que ocupará a penúltima posição.

Assim, a alternativa **b** é a resposta correta desta atividade.

58

Para tirar melhor proveito desta atividade, organize os estudantes em duplas ou em trios e peça que analisem as duas estratégias de resolução apresentadas. Depois, solicite a eles que resolvam esta operação sem o auxílio do livro. Caso algum deles tenha uma estratégia diferente das apresentadas, permita que a compartilhe com a turma.

Reprodução proibida. Art.184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

## Atividade resolvida

**(Encceja EF 2019)** Alimentos industrializados devem apresentar algumas informações no rótulo. Uma dessas informações é o valor nutricional. Uma marca de achocolatado apresenta, em seu rótulo, as seguintes informações nutricionais:

- Vitamina C – 2,7 mg;
- Vitamina A – 0,090 mg;
- Vitamina D – 0,17 mg;
- Vitamina $B_3$ – 1,4352 mg

O fabricante desse achocolatado pretende criar um novo rótulo, com essas informações em ordem numérica decrescente.

A ordem das vitaminas no novo rótulo será

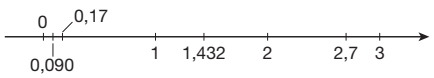
**a.** $B_3 - A - C - D$.
**b.** $B_3 - A - D - C$.
**c.** $C - B_3 - A - D$.
**d.** $C - B_3 - D - A$.

### Resolução

É possível utilizar diferentes estratégias para a resolução desta atividade, uma delas já foi apresentada na página 48. Acompanhe a seguir outra resolução.

Para colocar as informações em ordem decrescente, vamos comparar os números decimais que representam a quantidade de cada tipo de vitamina: 2,7; 0,090; 0,17; 1,4352.

Podemos localizar os números que representam a quantidade de vitamina em uma reta numérica e, então, ordenar esses valores.




Quanto mais à direita do zero um número está, maior ele é, assim:

$$2{,}7 < 1{,}432 < 0{,}17 < 0{,}090$$

Portanto, a ordem das vitaminas é: $C - B_3 - D - A$.

Assim, a alternativa **d** é a resposta correta desta atividade.

## Atividades

**15** Observe estes números e responda às questões a seguir no caderno.

$-27$ $\quad \frac{3}{5}$ $\quad \frac{32}{4}$ $\quad 1{,}353535...$ $\quad -\sqrt{2}$ $\quad \pi$

**a.** Qual desses números pertence ao conjunto dos números naturais? **15. a.** $\frac{32}{4}$
**b.** Quais pertencem ao conjunto dos números inteiros? **15. b.** $-27$ e $\frac{32}{4}$
**c.** Que números são racionais? **15. c.** $-27$, $\frac{3}{5}$, $\frac{32}{4}$, $1{,}353535...$
**d.** Que números são irracionais? **15. d.** $-\sqrt{2}$ e $\pi$
**e.** Que números são reais e não racionais? **15. e.** $-\sqrt{2}$ e $\pi$
**f.** Que números são reais e não irracionais? **15. f.** $-27$, $\frac{3}{5}$, $\frac{32}{4}$, $1{,}353535...$



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ ARQUIVO DA EDITORA

### Atividade resolvida

Por meio desta atividade resolvida, verifique a compreensão dos estudantes referente aos conceitos estudados. Caso julgue necessário, após o trabalho com esta atividade, faça uma retomada dos conceitos estudados.

### Atividades

Na **atividade 15**, é importante que os estudantes percebam que um mesmo número recebe diferentes classificações. Por exemplo, o número $\frac{32}{4}$ pode ser classificado como natural, inteiro, racional e real. Amplie essa atividade e peça a eles que deem todas as possíveis classificações dos números apresentados.

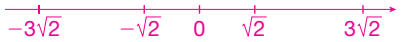
MODERNA

Caso os estudantes apresentem dificuldades em resolver as atividades dessa seção, proponha novas abordagens, como apresentar novos exemplos sobre os conteúdos e retomar algumas atividades, a fim de identificar qual é a dificuldade. E, caso julgue conveniente, aplique novas estratégias, como jogos, atividades práticas, pesquisas, outras leituras, vídeos etc.

**18.**



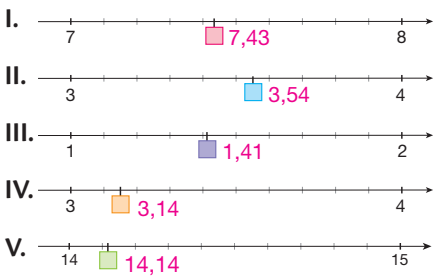

**16** Construa, em seu caderno, uma reta numérica localizando os números representados a seguir. **16.**




**a.** $-\sqrt{2}$ **b.** $\sqrt{2}$ **c.** $3\sqrt{2}$ **d.** $-3\sqrt{2}$

**17** Em cada caso, aproxime o número até a 2ª casa decimal e associe-o à sua representação na reta numérica. **17.** A – III, B – II, C – IV, D – I, E – V

A $\sqrt{2}$ B 3,54345793... C $\pi$ D 7,4321798... E $10\sqrt{2}$




**18** Faça uma aprovação, até a 2ª casa decimal, dos números irracionais a seguir e represente-os na reta numérica.

**a.** 0,6523987415236... **18. a.** 0,65

**b.** 1,36547895213647... **18. b.** 1,37

**c.** 2,5632655632141563... **18. c.** 2,56

**d.** $\pi$ **18. d.** 3,14

**e.** $4\sqrt{2}$ **18. e.** 5,66

**19** Em cada caso, escreva dois exemplos de números reais que obedeçam às condições.

**a.** Números irracionais maiores que 2,5 e menores que 3. **19.** Respostas pessoais.

**b.** Números racionais maiores que $-\frac{7}{8}$ e menores que $-\frac{3}{4}$.

**c.** Números reais maiores que $-4$ e menores que $-2$.

**20** Considere a seguinte sequência de frações:

$$\frac{2}{1+3} \qquad \frac{3}{1+3+5} \qquad \frac{4}{1+3+5+7}$$

**a.** Simplifique essas frações. **20. a.** $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{4}$

**b.** Escreva os próximos três termos dessa sequência, usando a mesma representação das frações apresentadas. **20. c.** $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$ e $\frac{1}{7}$

**c.** Sem fazer os cálculos, escreva a simplificação das frações indicadas no item **b**.

**20. b.** $\frac{5}{1+3+5+7+9}$, $\frac{6}{1+3+5+7+9+11}$ e $\frac{7}{1+3+5+7+9+11+13}$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA
Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

# Radiciação

## Raiz quadrada

Acabamos de estudar que $\sqrt{2}$ é um número irracional. Entretanto, nem toda raiz quadrada é um número irracional.

Exemplos:

- $\sqrt{25} = 5$, pois $5^2 = 25$ e $5 > 0$
- $\sqrt{1{,}21} = \sqrt{\frac{121}{100}} = \frac{11}{10} = 1{,}1$, pois $(1{,}1)^2 = 1{,}21$ e $1{,}1 > 0$

A raiz quadrada de um número real pode ser um número racional, um número irracional ou um número que não é real. Quando o número "dentro da raiz quadrada" for negativo, a raiz quadrada não será um número real. Essas raízes serão estudadas no Ensino Médio.

## Raiz cúbica

Considere a situação descrita a seguir.

Determine o número $a$, sabendo que $a^3 = 27$.

Já estudamos que, para representar uma multiplicação em que todos os fatores são iguais, podemos usar a potenciação. Assim:

$$a^3 = a \cdot a \cdot a = 27$$

Desse modo, para determinar $a$, temos de encontrar um número que elevado ao cubo seja igual a 27.

O número procurado é 3, pois: $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$

A operação que acabamos de efetuar é a **raiz cúbica** de 27 e a indicamos assim: $\sqrt[3]{27} = 3$, pois $3^3 = 27$.

Exemplos:

- $\sqrt[3]{8} = 2$, pois $2^3 = 8$
- $\sqrt[3]{-64} = -4$, pois $(-4)^3 = -64$
- $\sqrt[3]{343} = 7$, pois $7^3 = 343$
- $\sqrt[3]{0{,}001} = 0{,}1$, pois $(0{,}1)^3 = 0{,}001$

Há também raízes cúbicas que são números irracionais e podem ser aproximadas por falta ou por excesso. Por exemplo, $\sqrt[3]{2}$:

$$\sqrt[3]{2} \simeq 1{,}2599210498948731$$

Por falta, a $\sqrt[3]{2}$ é 1,2. Por excesso, a $\sqrt[3]{2}$ é 1,3. Em ambos os casos, a aproximação é feita até a 1ª casa decimal (ou até os décimos).

$$1{,}2 < \sqrt[3]{2} < 1{,}3$$

**Observação:**

Diferentemente do que ocorre no cálculo da raiz quadrada de um número real, a raiz cúbica de um número real é sempre um número real.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

## Radiciação

Neste tópico, os estudantes devem assimilar a ideia de que o resultado de uma raiz quadrada pode ser um número natural, racional, irracional ou inexistente no conjunto dos números reais (que é o caso do conjunto dos números complexos que serão estudados no Ensino Médio, no qual são definidas as raízes quadradas de números negativos).

### Raiz quadrada

Por definição, a raiz quadrada de um número real $a$ é um número $b$ não negativo, tal que $b^2 = a$. Vale ressaltar que, quando nos deparamos com uma equação como $x^2 = 9$, temos de atentar para o fato de que, para resolver a equação, ou seja, determinar o valor de $x$, não afirmamos que $x = 3$ ou $x = -3$ por causa do resultado obtido ao extrair a raiz de 9, mas de:

$$\sqrt{x^2} = 9 \Rightarrow |x| = \sqrt{9} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 3 \text{ ou } x = -3$$

Portanto, o número negativo $-3$ não veio diretamente da raiz de 9, mas decorre do módulo de $x$.

### Raiz cúbica

Comente com os estudantes que, na raiz cúbica, o radicando pode ser um número positivo ou negativo. Se necessário, apresente um exemplo aplicando a regra de sinais da multiplicação, pois o radicando nada mais é que um número multiplicado três vezes por ele mesmo.

**Raiz enésima**

Ao tratar das raízes enésimas, chame a atenção dos estudantes para o fato de que, quando o índice é ímpar, o radicando pode ser negativo ou positivo, o que não ocorre quando o índice é par. Você pode justificar isso pela regra de sinais da multiplicação, a fim de evitar que os estudantes memorizem esses fatos sem compreender o porquê deles.

Nesse momento, verifique a compreensão deles acerca dos conceitos envolvendo radiciação, analisando as principais dificuldades manifestadas e fazendo as devidas intervenções. Caso julgue necessário, faça uma revisão e apresente novos exemplos.

# Raiz enésima

A raiz enésima de um número real $a$, que tem como índice um número natural $n \geqslant 2$, é assim representada:

índice

$\sqrt[n]{a}$

radicando

A raiz enésima pode ser analisada considerando-se dois casos: o **índice *n* par** e o **índice *n* ímpar**.

## Índice par

> A raiz enésima de um número real $a$ ($a \geqslant 0$) é o número real $b$ ($b \geqslant 0$) tal que $b^n = a$, em que $n$ é par.
>
> $\sqrt[n]{a} = b$ se e somente se $b^n = a$, $b \geqslant 0$ e $n$ é par.

Exemplos:

- $\sqrt{100} = 10$, pois $10^2 = 100$ e $10 > 0$
- $\sqrt{225} = 15$, pois $15^2 = 225$ e $15 > 0$
- $\sqrt[4]{81} = 3$, pois $3^4 = 81$ e $3 > 0$
- $\sqrt{0{,}01} = 0{,}1$, pois $0{,}1^2 = 0{,}01$ e $0{,}1 > 0$

Se $a$ for um número real menor que zero, a raiz enésima de $a$, com $n$ par, não será um número real.

## Índice ímpar

> A raiz enésima de um número real $a$ é o número real $b$ tal que $b^n = a$ , em que $n$ é ímpar.
>
> $\sqrt[n]{a} = b$ se e somente se $b^n = a$, e $n$ é ímpar.

Exemplos:

- $\sqrt[3]{-8} = -2$, pois $(-2)^3 = -8$
- $\sqrt[5]{-243} = -3$, pois $(-3)^5 = -243$
- $\sqrt[3]{\frac{1}{1.000}} = \frac{1}{10}$, pois $\left(\frac{1}{10}\right)^3 = \frac{1}{1.000}$
- $\sqrt[7]{-0{,}0000001} = -0{,}1$, pois $(-0{,}1)^7 = -0{,}0000001$



Reprodução proibida. Art.184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

## Atividade resolvida

**(Prefeitura de Carmo do Rio Verde – GO – Agente de Combate a Endemias 2016)**

O valor da raiz quadrada $\sqrt{2 + \frac{14}{25}}$ é:

**a.** $\frac{3}{8}$ **c.** $\frac{5}{8}$ **e.** $\frac{3}{5}$

**b.** $\frac{8}{5}$ **d.** $\frac{8}{3}$

### Resolução

É possível utilizar diferentes estratégias para a resolução desta atividade. Acompanhe a seguir duas delas.

Primeiro, adicionamos os números dentro da raiz e, em seguida, extraímos a raiz quadrada. Para adicionar o número 2 a uma fração, podemos escrever uma fração equivalente a ele com denominador 25. Assim:

$$\sqrt{2 + \frac{14}{25}} = \sqrt{\frac{50}{25} + \frac{14}{25}} = \sqrt{\frac{64}{25}} = \frac{8}{5}$$

Outra estratégia de resolução é adicionar os números dentro da raiz utilizando outro método. Para adicionar o número 2 a uma fração, podemos utilizar o mínimo múltiplo comum entre 1 $\left(\text{denominador da fração } \frac{2}{1}\right)$ e 25 $\left(\text{denominador da fração } \frac{14}{25}\right)$, ou seja, 25. Assim:

$$\sqrt{2 + \frac{14}{25}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 25 + 14}{25}} = \sqrt{\frac{50 + 14}{25}} = \sqrt{\frac{64}{25}} = \frac{8}{5}$$

Portanto, a alternativa **b** é a resposta correta desta atividade.

**Observação:** É incorreto utilizar o cálculo:

$$\sqrt{2 + \frac{14}{25}} = \sqrt{2} + \sqrt{\frac{14}{25}}$$

Isso porque não há uma propriedade para raízes quadradas de números reais que garanta que a raiz quadrada da soma de números reais é igual à soma das raízes quadradas desses números. Em geral, se $a$ e $b$ são números reais tais que $a \geqslant 0$ e $b \geqslant 0$, vale:

$$\sqrt{a + b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



### Atividade resolvida

A atividade resolvida solicita que os estudantes calculem a raiz quadrada de uma adição envolvendo fração. Para tirar melhor proveito desta atividade, organize-os em duplas ou em trios e peça que analisem as duas estratégias de resolução apresentadas. Depois, solicite que calculem essa operação sem o auxílio do livro. Caso algum deles tenha uma estratégia diferente das apresentadas, permita que ele compartilhe com a turma.

Na **observação** pode ser interessante fornecer um exemplo prático sobre a razão de essa propriedade não ser verdadeira; uma possibilidade é usar os números 9 e 16. Assim, pode-se escrever na lousa: $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$, e logo abaixo:

$\sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$

MODERNA

## Atividades

Na **atividade 22**, organize os estudantes em duplas ou em trios para realizar os testes com números e determinar, com o auxílio de uma calculadora, as aproximações solicitadas. Para começar, eles devem determinar, entre os números naturais, quais estão entre as raízes procuradas. Por exemplo, 2 está entre os números naturais 1 e 2. Em seguida, precisam fazer testes com números racionais com uma casa decimal e, para finalizar, com números de duas casas decimais. Acompanhe o exemplo a seguir:

$1 < \sqrt{2} < 2$

$1{,}4 < \sqrt{2} < 1{,}5$

$1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$

$\sqrt{2} \simeq 1{,}41$ (aproximação por falta)

$\sqrt{2} \simeq 1{,}42$ (aproximação por excesso)

Os demais itens podem ser resolvidos de acordo com este raciocínio.

### Atividades

**21** Determine as raízes a seguir.

**a.** $\sqrt{25}$ **21. a.** 5

**b.** $\sqrt[3]{216}$ **21. b.** 6

**c.** $-\sqrt{144}$ **21. c.** $-12$

**d.** $-\sqrt[3]{-343}$ **21. d.** 7

**e.** $-\sqrt[3]{729}$ **21. e.** $-9$

**f.** $\sqrt[4]{16}$ **21. f.** 2

**g.** $\sqrt[5]{-243}$ **21. g.** $-3$

**h.** $\sqrt{0{,}01}$ **21. h.** 0,1

**i.** $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$ **21. i.** $\frac{1}{2}$

**j.** $\sqrt[5]{\frac{1}{32}}$ **21. j.** $\frac{1}{2}$

**22** Usando uma calculadora, calcule o valor aproximado até os centésimos por falta e por excesso de cada raiz quadrada.

**a.** $\sqrt{2}$ **22. a.** 1,41 e 1,42

**b.** $\sqrt{3}$ **22. b.** 1,73 e 1,74

**c.** $\sqrt{5}$ **22. c.** 2,23 e 2,24

**d.** $\sqrt{7}$ **22. d.** 2,64 e 2,65

**e.** $\sqrt{10}$ **22. e.** 3,16 e 3,17

**f.** $\sqrt{20}$ **22. f.** 4,47 e 4,48

**23** Calcule mentalmente e anote o resultado.

**a.** $\sqrt{65}$ **23. a.** $\simeq$8,06. Está entre 8 e 9.

**b.** $\sqrt{50}$ **23. b.** $\simeq$7,07. Está entre 7 e 8.

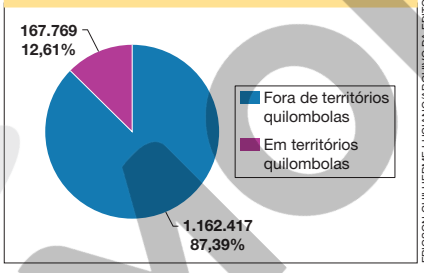
**c.** $\sqrt{105}$ **23. c.** $\simeq$10,25. Está entre 10 e 11.

Cada um dos números apresentados está entre dois números naturais consecutivos. Quais são os números em cada caso?

## Gráficos de setores

Segundo o Censo Demográfico 2022, realizado pelo IBGE, a população quilombola brasileira está organizada em domicílios conforme o gráfico de setores a seguir:

**População quilombola brasileira por localização do domicílio – Censo demográfico 2022**




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

**Fonte:** IBGE. Censo Demográfico 2022. Panorama: população. **Gov.br**. Disponível em: https://censo2022.ibge.gov.br/panorama/indicadores.html?localidade5BR. Acesso em: 21 mar. 2024.



BETO CELLI/PULSAR IMAGENS

Segundo o Censo 2022 (IBGE), a Bahia é o estado com a maior população quilombola do país, com 397.502 pessoas. Foto da comunidade quilombola Remanso, no município de Lençóis (BA), 2022.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

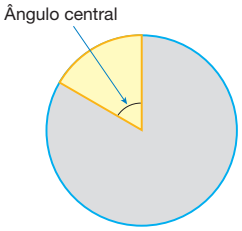


## Gráficos de setores

Nesse tópico é apresentada a ideia do cálculo proporcional da medida da abertura do ângulo central em gráficos de setores. Se julgar conveniente, peça aos estudantes que pesquisem em jornais, revistas ou na internet outros gráficos de setores. Depois, solicite que, em grupos, discutam as informações que eles fornecem.

Na construção e na interpretação de gráficos de setores, é muito importante que os estudantes sejam capazes de fazer algumas associações, como 50% (metade do círculo) corresponde a um setor circular com abertura do ângulo central medindo 180 graus; 25% (um quarto do círculo) corresponde a um ângulo central com abertura medindo 90 graus; 75% (três quartos do círculo) corresponde a um ângulo central com abertura medindo 270 graus. Essas associações auxiliam os estudantes no momento das construções dos gráficos.

Observe que o gráfico é composto de um círculo dividido em duas partes; cada uma dessas partes é chamada de **setor circular**.




LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

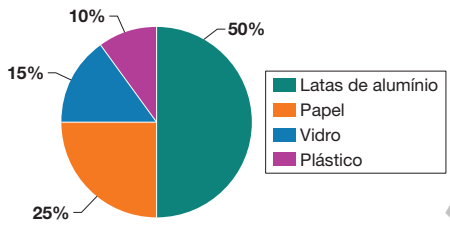
Setor circular é a região do círculo delimitada por um de seus **ângulos centrais**. Observe o ângulo central destacado na figura anterior.

> Chamamos **ângulo central** de uma circunferência qualquer ângulo cujo vértice seja o centro da circunferência.

Quando vamos construir um gráfico de setores, o ângulo central de cada setor deve ser proporcional ao valor representado.

Observe o gráfico a seguir, que apresenta a porcentagem de material reciclado em uma cooperativa.

**Material reciclado por uma cooperativa**




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

**Fonte:** elaborado para fins didáticos.

A medida da abertura do ângulo central correspondente à porcentagem de latas de alumínio é 2 vezes maior que a correspondente à porcentagem de papel, uma vez que 50% é o dobro de 25%.

Dividam-se em grupos para responder às seguintes questões.

**a.** A abertura do ângulo central do setor circular correspondente à porcentagem de latas de alumínio tem que medida? E a abertura do ângulo do setor correspondente ao papel?

**b.** Podemos dizer que a abertura do ângulo central do setor correspondente ao plástico mede 36°? Justifique sua resposta.

**Atividade em grupo. a.** 180° e 90°, respectivamente.

**Atividade em grupo. b.** Espera-se que os estudantes respondam que sim, pois 10% de 360° é 36°.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

O trabalho com gráficos de setores possibilita aos estudantes a aplicação de seus conhecimentos com autonomia, favorecendo a compreensão das relações entre diferentes campos da Matemática, nesse caso, entre a Geometria e a Estatística. Comente com eles que a medida da abertura do ângulo central de cada setor do gráfico é proporcional à porcentagem que ele representa.

Pergunte aos estudantes o que podemos concluir ao analisar o gráfico de material reciclado por uma cooperativa. Aproveite para abordar o TCT Educação Ambiental iniciando uma discussão sobre o meio ambiente quando não estamos atentos à coleta do lixo reciclável e ao descarte adequado dos diferentes tipos de material.

Para enriquecer o estudo, peça aos estudantes que pesquisem um gráfico de setores em revistas ou jornais e, com base nele, construam o gráfico de barras correspondente. Depois, peça que analisem os dois gráficos de modo a perceber se a representação dos dados no gráfico de barras foi mais ou menos adequada naquela situação. Deixe que expliquem e apresentem seus argumentos justificando a resposta dada. Nesse caso, não existe resposta certa ou errada, pois há casos em que tanto faz representar de uma ou outra forma.

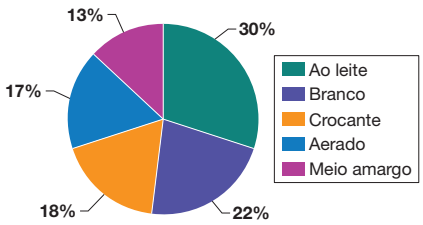
## Atividades

Verifique se os estudantes perceberam que no gráfico de setores da **atividade 25** são apresentadas as medidas da abertura de seus ângulos centrais, e não as porcentagens, que correspondem proporcionalmente às informações acerca da frequência do uso de ônibus municipal pelas pessoas. Para melhor proveito desta atividade, solicite aos estudantes que calculem as outras frequências apresentadas. Caso julgue necessário, peça que usem a calculadora para auxiliá-los nos cálculos.

## Atividades

**24** Uma indústria alimentícia realizou uma pesquisa com 200 clientes sobre a preferência por alguns tipos de chocolate. Observe os dados obtidos no gráfico.

**Tipos de chocolate preferidos**




ANDERSON DE ANDRADE PIMENTEL/ARQUIVO DA EDITORA

**Fonte:** elaborado para fins didáticos.

**a.** Qual é o tipo de chocolate de que os clientes menos gostam? E o tipo de que eles mais gostam? **24. a.** Meio amargo e ao leite, respectivamente.

**b.** Quantos clientes responderam que preferem o chocolate branco? **24. b.** 44 clientes.

**c.** Que fração dos clientes preferem chocolate aerado? **24. c.** $\frac{34}{200}$

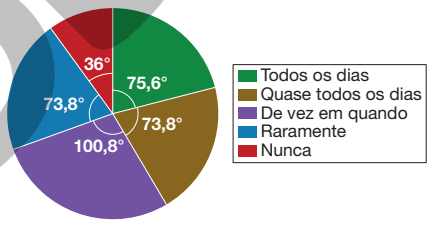
**d.** Qual é a medida da abertura do ângulo central correspondente ao setor que representa os clientes que preferem chocolate ao leite? **24. d.** 108°

**25** Uma pesquisa realizada pela Rede Nossa São Paulo e pelo Instituto Cidades Sustentáveis, em parceria com o Ipec (Inteligência em Pesquisa e Consultoria Estratégica), mostrou que o ônibus municipal é o principal meio de transporte utilizado pela população do município de São Paulo (SP) em 2023.

Observe no gráfico a frequência do uso desse meio de transporte divulgado pela pesquisa.

Sabendo que foram entrevistadas 800 pessoas e observando a medida angular de cada setor circular, determine quantas pessoas nunca usam o ônibus municipal. Explique como você determinou essa quantidade.

**Frequência do uso de ônibus municipal no município de São Paulo em 2023**




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

**Fonte:** elaborado com base em REDE NOSSA SÃO PAULO *et al.* **Pesquisa Viver em São Paulo**, 2023. Disponível em: https://www.nossasaopaulo.org.br/wp-content/uploads/2023/09/221910_Viver-em-Sao-Paulo_Mobilidade_resumida.pdf. Acesso em: 13 fev. 2024.

**25.** Aproximadamente 80 pessoas. Espera-se que os estudantes respondam que primeiro calcularam a porcentagem correspondente aos que nunca usam o ônibus municipal, fazendo $\frac{36}{360}$, o que resulta em 0,10, ou seja, 10%. Depois, calcularam 10% das 800 pessoas entrevistadas.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

# Dados sobre LGBTI+fobia no Brasil

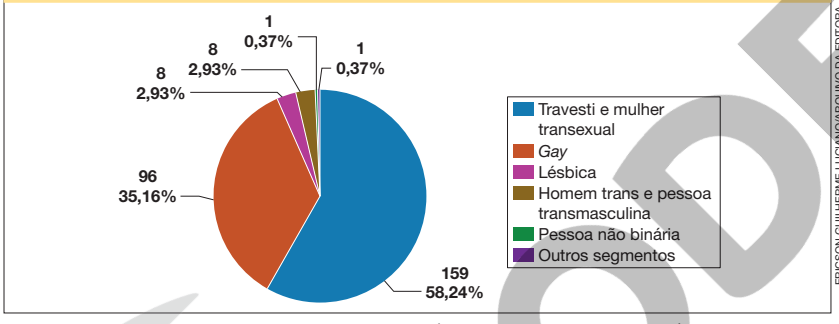
A pauta **LGBTI+** no Brasil tem sido discutida cada vez mais, tanto nas universidades e escolas, quanto na política e pela sociedade civil. Apesar disso, a realidade da comunidade LGBTI+ no Brasil ainda tem muitos desafios. Isso fica evidente, sobretudo, pelos dados sobre a violência que esse grupo enfrenta como uma consequência da LGBTIfobia.

**LGBTI+**: sigla que significa lésbicas, *gays*, bissexuais, transgêneros, intersexos e mais. O sinal de mais (+) indica que há outras possibilidades de orientações sexuais e identidades/expressões de gênero que não estão representadas pela sigla, como *queer*, assexual, pansexual, não binário etc.

A LGBTIfobia pode ser definida como o medo, a aversão, ou o ódio irracional a todas as pessoas que manifestem orientação sexual e/ou identidade/expressão de gênero diferente dos padrões heteronormativos, mesmo pessoas que não são LGBTI+, mas são percebidas como tais. Consiste em um problema social e político dos mais graves, mas que varia de intensidade e frequência, de sociedade para sociedade.

No Brasil, a LGBTIfobia é um problema grave, que causa muitas mortes e violações de direitos humanos. O Observatório de Mortes e Violências LGBTI+ no Brasil divulgou um dossiê que revelou que durante o ano de 2022 ocorreram 273 mortes de LGBTI+ de forma violenta no país. Dessas mortes, 228 foram assassinatos, 30 suicídios e 15 outras causas. O gráfico a seguir apresenta esses dados, por segmento:

**Número de mortes de LGBTI+ no Brasil, por segmento, em 2022**




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

**Fonte:** Elaborado com base em OBSERVATÓRIO DE MORTES E VIOLÊNCIA CONTRA LGBTI+ NO BRASIL. **Dossiê denuncia 273 mortes e violências de pessoas LGBT em 2022**. Disponível em: https://observatoriomorteseviolenciaslgbtibrasil.org/dossie/mortes-lgbt-2022/. Acesso em: 10 abr. 2024.

Em 13 de junho de 2019, o Supremo Tribunal Federal (STF) determinou que a discriminação e a violência LGBTIfóbicas são uma forma de racismo e puníveis como tal pela lei.

Essa decisão foi baseada no artigo 5º da Constituição Federal, que em seu inciso XLI afirma que "a lei punirá qualquer discriminação atentatória dos direitos e liberdades fundamentais" e no XLII que "a prática do racismo constitui crime inafiançável e imprescritível, sujeito à pena de reclusão, nos termos da lei".



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

## Tratamento da informação

Nesta seção, os estudantes lerão um texto com dados estatísticos sobre LGBTI+fobia e analisarão e interpretarão alguns dados expressos em um gráfico de setores.

O gráfico de setores se faz muito presente no nosso cotidiano pelos mais diversos meios de comunicação, como jornais, revistas, internet ou até mesmo redes sociais. Dessa maneira, os estudantes da Educação de Jovens e Adultos necessitam ser orientados a interpretar informações contidas nesse tipo de gráfico de modo crítico e reflexivo, a fim de evitar interpretações equivocadas.

Converse com eles sobre o tema e peça que analisem o gráfico. Em seguida, pergunte o que entenderam sobre o gráfico e sobre as informações apresentadas.

Durante o trabalho com esta seção motive os estudantes a compartilharem suas opiniões e medidas que podem ou devem ser tomadas com a finalidade de garantir a segurança e dignidade das pessoas LGBTI+, sempre cuidando para que haja respeito mútuo. Diga-lhes que as pessoas têm perfis, pensamentos e comportamentos diferentes umas das outras, e cabe a cada um de nós compreendê-las e respeitá-las. Este assunto permite desenvolver o TCT Educação em Direitos Humanos, ao promover a conscientização dos direitos das pessoas que pertencem ao grupo LGBTI+.



**2. a.** Calculando a razão entre o número de mortes de cada setor e o número total de mortes e, depois, representando em porcentagem.

Ainda há muita resistência e falta de políticas públicas para garantir a segurança e a dignidade da população LGBTI+ no país. É comum que pessoas LGBTI+ se recusem a ir a uma delegacia. Muitas vivem em situação de vulnerabilidade, e o ambiente de uma delegacia pode intimidar ainda mais. Mas existem alternativas, como Comissões da Diversidade Sexual e de Gênero das OAB de cada estado, Núcleos Especializados de Prática Jurídicas nas universidades (que prestam assessoria gratuita a populações em situação de vulnerabilidade), ONGs LGBTI+ e ativistas de direitos humanos que podem ajudar nesse processo de denúncia.

Há estados e cidades que contam com Conselhos LGBTI+, Coordenações de Políticas LGBTI+ (ou de Diversidade Sexual e de Gênero), delegacias especializadas e canais de denúncia por telefone como o Disque 100 LGBT. Procure se informar em seu estado para utilizar todos os mecanismos que estão à sua disposição e, eventualmente, orientar uma vítima a efetivar uma denúncia.

**Fonte:** Elaborado com base em OBSERVATÓRIO DE MORTES E VIOLÊNCIA CONTRA LGBTI+ NO BRASIL. **Dossiê denuncia 273 mortes e violências de pessoas LGBT em 2022**. Disponível em: https://observatoriomorteseviolenciaslgbtibrasil.org/dossie/mortes-lgbt-2022/. Acesso em: 10 abr. 2024.

MORAIS, Pâmela. LGBTfobia no Brasil: fatos, números e polêmicas. **Politize!**, 5 maio 2018. Disponível em: https://www.politize.com.br/lgbtfobia-brasil-fatos-numeros-polemicas/. Acesso em: 21 mar. 2024.

ANTRA, ABGLT. **O que fazer em caso de violência LGBTIfóbica** – Cartilha de orientações à população LBGTI no combate à LGBTIfobia. Rio de Janeiro, 2020. Disponível em: https://antrabrasil.org/wp-content/uploads/2020/03/cartilha-lgbtifobia.pdf. Acesso em: 10 abr. 2024.

**2. b.** Travesti é mulher transexual. O setor circular correspondente a esse grupo representa 58,24% do círculo, logo, representa mais da metade do círculo. Como a abertura do ângulo central correspondente ao círculo completo mede 360°, concluímos que esse setor tem ângulo central com abertura medindo mais que 180°, a metade de 360°.

## Atividades

**1** O Artigo 5º da Constituição Federal Brasileira de 1988 diz o seguinte:

> Todos são iguais perante a lei, sem distinção de qualquer natureza, garantindo-se aos brasileiros e aos estrangeiros residentes no País a inviolabilidade do direito à vida, à liberdade, à igualdade, à segurança e à propriedade [...].

Com base no texto que você leu, discuta com os colegas sobre de que forma os direitos fundamentais estabelecidos pelo Artigo 5º da Constituição Federal Brasileira de 1988 podem estar assegurados, também, à população LGBTI+.

**1.** Respostas pessoais.

**2** Analise o gráfico apresentado no texto e responda às questões.

**a.** Como a porcentagem de cada setor foi calculada?

**b.** Qual foi o grupo da população LGBTI+ de maior risco no ano de 2022 no Brasil? Sem fazer cálculos, justifique por que a medida da abertura do ângulo central que representa o setor circular desse grupo é maior que 180º.

**3** Como você pode contribuir para a promoção da diversidade e da inclusão em sua família, em seu trabalho ou em sua comunidade? **3.** Respostas pessoais.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODELO

5. $-6,4444...$, $\frac{3}{10}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{2}$, 4,5 e $\frac{31}{5}$.

## ATIVIDADES FINAIS DO CAPÍTULO 2

**1** Calcule e responda às questões no caderno.

A) $125 - 137$ **1. A.** $-12$

B) $623 - 232$ **1. B.** 391

C) $1.040 - 1.100$ **1. C.** $-60$

D) $323 - 402$ **1. D.** $-79$

E) $729 - 701$ **1. E.** 28

F) $630 - 1.200$ **1. F.** $-570$

**a.** Quais dessas operações têm como resultado um número natural? **1. a.** B e E.

**b.** E quais dessas operações têm como resultado um número inteiro? **1. b.** Todas.

**2** Julgue cada afirmação a seguir em verdadeira ou falsa.

**a.** Os números $-\frac{1}{3}$ e $-\frac{5}{8}$ estão entre os números $-3$ e $-2$. **2. a.** Falsa.

**b.** Entre os números $-3$ e $-2$ há somente 5 números racionais. **2. b.** Falsa.

**c.** Não existem números inteiros entre $-200$ e $-199$. **2. c.** Verdadeira.

**3** Reescreva, em seu caderno, as frases a seguir e complete-as, usando uma ou mais das seguintes palavras, de modo a torná-las verdadeiras.

| inteiro | racional | irracional | real |
|---|---|---|---|

**a.** Todo número irracional é um número _____. **3. a.** real

**b.** Todo número racional é um número _____. **3. b.** real

**c.** Todo número inteiro é um número _____. **3. c.** racional ou real

**d.** Todo número natural é um número _____. **3. d.** inteiro, racional ou real

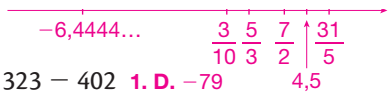
**4** Um jardineiro fará um jardim de formato circular. Para demarcar a área do jardim, ele cravou uma estaca no chão, amarrou nela uma corda e traçou uma circunferência no terreno.

**a.** Até as plantas crescerem, toda essa circunferência será contornada por uma tela. Aproximadamente, quantos metros de tela serão necessários para contornar todo esse jardim, sabendo que o comprimento do raio dessa circunferência mede 2 metros? (Considere $\pi = 3,14$) **4. a.** 13 m

**b.** Esse jardim será dividido em 3 setores circulares de mesma medida de área. Qual será a medida do ângulo central de cada um desses setores? **4. b.** 120°

**5** Escreva os números a seguir em ordem crescente e represente-os em uma reta numérica.

| 4,5 | $-6,4444...$ | $\frac{7}{2}$ | $\frac{5}{3}$ | $\frac{31}{5}$ | $\frac{3}{10}$ |
|---|---|---|---|---|---|

5. 

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

## Atividades finais do Capítulo 2

As atividades propostas nesta seção oferecem a oportunidade de identificar as eventuais dificuldades que os estudantes possam ter em relação aos conceitos trabalhados neste capítulo. Para resolvê-las, organize-os em duplas. Sempre que possível, faça as intervenções necessárias, a fim de auxiliar os estudantes caso tenham dificuldades. Se julgar necessário, aproveite para revisar esses conteúdos de modo a sanar eventuais dúvidas.

Na **atividade 2**, sugira aos estudantes que representem os números na reta real para conseguir identificar se as afirmações são verdadeiras ou falsas.

No **item b** da **atividade 4**, os estudantes devem perceber que a medida da área do setor circular é diretamente proporcional à medida da abertura de seu ângulo central. Por isso, ao dividir um círculo em três setores de mesma medida de área, cada um deles terá ângulo central de abertura medindo 120 graus.

Se julgar oportuno, amplie a atividade comentando com eles o método de irrigação circular ou pivô central. Informe-os de que é um método simples e eficiente, usado em grandes áreas agrícolas, pois o mecanismo de rotação do sistema de pivô central forma de modo natural um padrão circular, fornecendo água sem desperdício e na dosagem certa. Além disso, ainda forma uma linda paisagem composta por círculos perfeitos. No Brasil, com suas extensas áreas agrícolas, esse sistema tem aumentado bastante pelo fato de ser um modo de distribuição de água preciso e econômico. Caso julgue conveniente, solicite aos estudantes que façam uma pesquisa para obterem mais informações acerca deste método de irrigação.

MODERNA

## Educação financeira

O tema abordado nesta seção auxilia na reflexão sobre benefícios que devem ser estendidos a todos os cidadãos. Com base nisso, dialogar sobre a presença e o compromisso do Estado e da sociedade civil em resguardar tais direitos, trazer as ideias de cidadania e que nem todos estão plenamente amparados é de suma importância. Por trazer valores cidadãos de justiça, democracia, inclusão e respeito com a população idosa, é possível desenvolver os TCTs Educação em Direitos Humanos e Processo de envelhecimento, respeito e valorização do Idoso.

É possível iniciar com reflexões sobre os direitos, o trabalho e os trabalhadores, justiça distributiva e cidadania, sendo viável complementar com um trabalho interdisciplinar com a área de Ciências Humanas. O professor pode explicar as regras para se aposentar e até analisar uma Carteira de Trabalho e Previdência Social, sendo válido levar uma física e mostrar uma digital.

**EDUCAÇÃO FINANCEIRA**

# Vamos falar de aposentadoria?

Você já deve ter ouvido falar na Previdência Social. Ela funciona como um seguro que garante renda ao contribuinte e sua família, por motivo de incapacidade, desemprego involuntário, idade avançada, tempo de serviço, encargos familiares e prisão ou morte daqueles de quem dependiam economicamente. Aposentadoria, pensão e auxílio são os benefícios que a Previdência Social oferece aos segurados e seus familiares.




RIVALDO GOMES/FOLHAPRESS

Movimentação na agência da Previdência Social Santa Cruz, na zona Sul de São Paulo (SP). Foto de 2022.

O quadro a seguir traz os principais benefícios da Previdência Social.

**Principais benefícios da Previdência Social**

| Aposentadorias | Pensão | Auxílios |
|---|---|---|
| Aposentadoria por idade<br>Aposentadoria por tempo de contribuição<br>Aposentadoria especial<br>Aposentadoria por invalidez | Pensão por morte | Auxílio-doença<br>Auxílio-acidente<br>Auxílio-reclusão<br>Auxílio-maternidade<br>Auxílio-família |

**Fonte:** BRASIL. Ministério da Previdência Social. Previdência Social: um direito de todos os brasileiros. **Gov.br**. [entre 2015 e 2019] Disponível em: https://www.gov.br/previdencia/pt-br/assuntos/previdencia-social/arquivos/guia-da-previdencia-social.pdf. Acesso em: 5 fev. 2024.

Para ter direito à aposentadoria, o trabalhador segurado deve preencher os requisitos legais.

Para quem começou a contribuir com a Previdência Social após 13 de novembro de 2019, valem as regras: mulheres precisam atingir 30 anos de contribuição e 62 anos de idade, e homens, 35 anos de contribuição e 65 de idade.

Para quem contribuía com a Previdência Social antes dessa data tem direito de se aposentar pelas regras de transição.



Comente com os estudantes a importância da aposentadoria, que no Brasil desempenha um papel essencial para a sociedade. Para as pessoas idosas garante uma renda regular. Além disso, novos profissionais terão oportunidades de trabalho, renovando a mão de obra e abrindo espaço para os jovens atuarem no mercado de trabalho.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

Trabalhadores com carteira assinada, por exemplo, têm descontado de seu salário bruto a contribuição ao Instituto Nacional do Seguro Social (INSS). Quanto maior o salário, maior a porcentagem da contribuição, até certo limite chamado teto.

Além disso, qualquer pessoa maior de 16 anos de idade também pode começar a realizar um planejamento financeiro, visando a aposentadoria. É o caso, por exemplo, de estudantes e de pessoas que exercem atividades sem carteira assinada que podem contribuir para o INSS de maneira opcional, chamada facultativa.

A Guia da Previdência Social (GPS) é um documento oficial para o recolhimento de contribuições previdenciárias de contribuintes da Previdência Social, sejam elas facultativas ou não. Pode-se encontrar essa guia no formato de carnê em papelarias, mas também é possível emiti-la de modo eletrônico em: https://www.gov.br/pt-br/servicos/emitir-gps-para-pagamento-de-contribuicoes-previdenciarias (acesso em: 30 abr. 2024).

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.




TATIANE SILVA/SHUTTERSTOCK

Carnê da Guia da Previdência Social (GPS) para recolhimento de contribuições previdenciárias.

**1** Você já é aposentado? Se não é, o que pretende fazer quando estiver aposentado? Converse com os colegas e o professor. **1.** Respostas pessoais.

**2** A regra de pontos é uma das regras de transição estabelecidas pelo Ministério da Previdência Social e vale para pessoas que começaram a contribuir com a Previdência Social antes de 13 de novembro de 2019. Os requisitos dessa regra são:

- Medida do tempo mínimo de contribuição: 35 anos para homens e 30 anos para mulheres; **2. a.** Não, porque mesmo tendo atingido a medida do tempo mínimo de contribuição, sua pontuação era de 87 pontos.
- Atingir uma pontuação mínima que é obtida adicionando os anos de contribuição ao INSS com a idade do segurado.

Em 2024, os homens podiam se aposentar ao atingirem 101 pontos, e as mulheres, 91 pontos. **2. b.** Sim, porque ele atingiu a medida do tempo mínimo de contribuição e sua pontuação era de 102 pontos.

**a.** Uma mulher que tinha, em 2024, 30 anos de contribuição e 57 anos de idade, estava em condições de se aposentar por essa regra? Por quê?

**b.** Um homem tinha, em 2024, 38 anos de contribuição e 64 anos de idade, estava em condições de se aposentar por esta regra? Por quê?

**3** Na sua opinião, por que há pessoas que, mesmo aposentadas, continuam trabalhando? Converse com o professor e os colegas.

**3.** Respostas pessoais. Os estudantes podem responder que essas pessoas continuam trabalhando porque consideram que o valor recebido pela aposentadoria é insuficiente para atender às suas necessidades ou porque essas pessoas querem se sentir produtivas nesta fase da vida.



Na **questão 2**, os estudantes podem pesquisar relatos de aposentados por meio de reportagens, podendo ser relatos positivos e negativos. A discussão pode ser fértil para melhor compreensão dos assuntos. Se a escola não dispuser de internet, leve impressas algumas reportagens ou informações que auxiliem. Dando sequência, são abordados a dignidade e os direitos da pessoa idosa. O texto traz várias possibilidades de discussão: se os estudantes convivem com pessoas idosas na família, como é a vida dessas pessoas? Quais cuidados se deve ter com elas? É relevante contribuir para uma aposentadoria?

Talvez seja pertinente, para a compreensão do texto, dialogar com um professor de Geografia que pode esclarecer sobre o envelhecimento populacional, taxas de mortalidade e expectativa de vida em diferentes países. Também sugerimos que o professor solicite aos estudantes que pesquisem no site do Instituto Nacional do Seguro Social (disponível em: https://www.gov.br/inss/pt-br; acesso em 27 maio 2024) como funciona a contribuição para se aposentar em diferentes casos.

Uma ampliação para a **questão 3** é propor uma pesquisa quantitativa para transformá-la em gráficos. Organize grupos para cada questão ou proponha duas perguntas por grupo – pesquisa, criação de perguntas com respostas curtas, coleta de dados, montagem de gráficos e apresentação. É possível realizar a montagem de gráficos por meio de programas *on-line* ou instalados. Se não tiver como elaborar, monte gráficos de barra em cartazes.

Amplie o debate com as perguntas: quais são nossos direitos como cidadãos? Como conquistamos esses direitos? Será que todos contribuem com o INSS? No Brasil há mais pessoas idosas ou menos em relação às demais faixas etárias? Por que existe o Estatuto da Pessoa Idosa?

## Avaliação do Capítulo 2

### Revisando o conteúdo

Agora, os estudantes vão colocar em prática o que aprenderam neste capítulo. Incentive-os a organizar seus aprendizados criando ferramentas de estudo como lista, mapa conceitual, entre outros, destacando os conceitos que julgarem importantes. Nesta seção, a organização do conteúdo foi em formato de resumo, mas é indicado que cada estudante crie sua própria ferramenta para revisar o conteúdo levando em consideração seu conhecimento prévio.

# AVALIAÇÃO DO CAPÍTULO 2

## Revisando o conteúdo

Para organizar o conteúdo estudado, podemos utilizar algumas ferramentas de revisão. Para este capítulo, vamos fazer um resumo. Acompanhe a seguir.

Os números naturais compreendem a sequência formada pelos números 0, 1, 2, 3, 4, 5, ..., que é infinita, adicionando 1 ao termo anterior.

Já os números inteiros são formados pelos números naturais acrescidos da sequência de números inteiros negativos, isto é, ..., $-5$, $-4$, $-3$, $-2$, $-1$, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ..., que também é uma sequência infinita nos dois sentidos.

Os números racionais são aqueles que podem ser escritos na forma de fração de números inteiros, isto é, $\frac{a}{b}$ com $a$ e $b$ números inteiros e $b \neq 0$. Nesse sentido, quaisquer números naturais ou inteiros são também racionais.

Dízima periódica é a representação decimal não exata de um número racional, obtida pela divisão de numerador pelo denominador da forma fracionária desse número. Essa fração que gera uma dízima periódica é chamada de fração geratriz.

Os números irracionais são aqueles que têm infinitas casas decimais e não são dízimas periódicas. Os números $\pi$ e $\sqrt{2}$ são exemplos de números irracionais. O número $\pi$ é usado para a obtenção da medida do comprimento $C$ de uma circunferência de raio $r$ pela fórmula $C = 2\pi r$.

Os números reais, aqueles que compreendem números racionais e irracionais, podem ser representados em uma reta numérica, utilizando a representação decimal para localizar os números racionais e aproximações para localizar dízimas periódicas e números irracionais nessa reta.

A raiz enésima de um número real $a$, que tem como índice um número natural $n \geqslant 2$, é representada por $\sqrt[n]{a}$. Se $a$ for um número real menor que zero, a raiz enésima de $a$, com $n$ par, não será um número real.

Um gráfico de setores é composto de um círculo dividido em partes chamadas de setores circulares. Setor circular é a região do círculo delimitada por um de seus ângulos centrais.

Agora, copie esse resumo no caderno e complemente-o com alguns exemplos, com os demais conteúdos deste capítulo e outras informações que julgar relevantes. Depois, compare seu resumo com o dos colegas.

## Aplicando seus conhecimentos

**1** No município de Urupema (SC), em determinada noite, foram registradas as seguintes medidas de temperatura: $-3$ °C, $-5$ °C, 0 °C, 3 °C, 7 °C e 11 °C. A variação da medida da temperatura no município, nessa noite, foi de: **1.** Alternativa **d.**

**a.** 8 °C, pois a medida da temperatura variou entre $-3$ °C e 11 °C.

**b.** 14 °C, pois a medida da temperatura variou entre $-3$ °C e 11 °C.

**c.** 6 °C, pois a medida da temperatura variou entre $-5$ °C e 11 °C.

**d.** 16 °C, pois a medida da temperatura variou entre $-5$ °C e 11 °C.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

### Aplicando seus conhecimentos

É fundamental não focar apenas na verificação das respostas, atentando principalmente para o desenvolvimento do raciocínio da turma. Por isso, acompanhe a resolução das atividades para observar como o conhecimento prévio deles, combinado com os aprendizados escolares, influenciaram nas estratégias empregadas.

Na **atividade 1**, para determinar a variação da medida da temperatura em uma determinada noite, os estudantes precisam identificar as medidas de temperatura mínima e máxima. Eles podem usar diversas estratégias para resolver o problema, como, por exemplo, posicionar os números em ordem crescente com ou sem o auxílio da reta numérica.

**2** Luís, Mateus e Lílian dividiram uma *pizza* de 12 fatias iguais. Luís comeu 6 fatias, Mateus comeu 4 e Lílian comeu 2. Considere a razão entre a quantidade de fatias que Mateus comeu e o total de fatias da *pizza*. Qual item indica essa razão na forma de fração irredutível, na forma decimal e na forma de porcentagem, nessa ordem?

**a.** $\frac{1}{3}$; aproximadamente 0,33 e aproximadamente 33%. **2.** Alternativa **a**.

**b.** $\frac{1}{3}$; 1,3 e 30%.

**c.** $\frac{1}{4}$; 0,25 e 25%.

**d.** $\frac{1}{3}$; aproximadamente 3,33 e aproximadamente 3,33%.

**3.** Alternativa **a**.

**3** Qual alternativa apresenta os números a seguir em ordem crescente?

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{3}$ | $\sqrt{2}$ | $3\sqrt{-8}$ | $-0{,}25$ | $-0{,}025$ | 8,3 | $\sqrt{100}$ |

**a.** $3\sqrt{-8}$; $-0{,}25$; $-0{,}025$; $\frac{1}{3}$; $\sqrt{2}$; 8,3; $\sqrt{100}$

**b.** $-0{,}25$; $-0{,}025$; $\frac{1}{3}$; $\sqrt{2}$; 8,3; $\sqrt{100}$; $3\sqrt{-8}$

**c.** $3\sqrt{-8}$; $-0{,}025$; $\frac{1}{3}$; $\sqrt{2}$; 8,3; $\sqrt{100}$; $-0{,}25$

**d.** $3\sqrt{-8}$; $\sqrt{2}$; $-0{,}25$; $-0{,}025$; $\frac{1}{3}$; 8,3; $\sqrt{100}$

**4** **(Prefeitura de Harmonia – RS – Contador – 2023)** Larissa é bailarina e está ensaiando para a apresentação final da sua escola de dança. Em determinada parte da coreografia, Larissa deverá utilizar um bambolê circular com raio de 30 cm. Para que os movimentos sejam efetuados com precisão, a coreógrafa chegou à conclusão que deveriam reduzir 10% do comprimento da circunferência desse bambolê. O valor, em centímetros, que a coreógrafa reduziu do comprimento da circunferência do bambolê foi de:

**4.** Alternativa **b**.

Utilize $\pi = 3{,}14$.

**a.** 1,884 cm. **b.** 18,84 cm. **c.** 188,40 cm. **d.** 282,6 cm.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Na **atividade 2**, é importante ficar claro para os estudantes as informações do enunciado. Eles devem identificar quantas fatias de *pizza* Mateus comeu do total da *pizza* e representar este valor na forma de fração irredutível, na forma decimal e em porcentagem.

Para facilitar a resolução da **atividade 3**, uma estratégia é transformar os números representados em forma de fração e de raízes em números na forma decimal. Em seguida, é preciso comparar os números para posicioná-los em ordem crescente, com ou sem o auxílio da reta numérica.

A **atividade 4** permite verificar os conhecimentos dos estudantes sobre o cálculo da medida do comprimento da circunferência e porcentagem. Para resolver o problema, eles precisam aplicar os dados no enunciado em $C = \pi \cdot 2r$. Depois de calcular a medida do comprimento da circunferência, deve-se reduzir 10% dessa medida para determinar o valor da nova medida do comprimento do bambolê.

MODERNA

A **atividade 5** auxilia na verificação da compreensão dos estudantes sobre números irracionais. Se julgar necessário, deixe-os usar a calculadora para ajudar nas contas.

Na **atividade 6** é trabalhada a radiciação. Verifique se alguns estudantes apresentam dificuldade no processo e, se for necessário, retome o conteúdo com a turma, apresentando outros exemplos.

A **atividade 7** permite avaliar a habilidade dos estudantes em analisar gráficos de barras verticais e de setores. Caso eles tenham dificuldades em iniciar a resolução, sugira que adotem o total de 100 panetones para facilitar os cálculos. Portando, foram vendidas 21 unidades do panetone I, 20 unidades do panetone II, 24 unidades do panetone III e 35 unidades do panetone IV. Determinadas as quantidades de cada tipo de panetone, os estudantes têm condições de calcular o valor arrecadado com cada tipo de panetone.

## AVALIAÇÃO DO CAPÍTULO 2

**5** Qual alternativa apresenta um número real não racional? **5.** Alternativa **c.**

**a.** $\sqrt{\frac{80}{5}}$

**b.** $\sqrt{0{,}25}$

**c.** $\sqrt[3]{0{,}111...}$

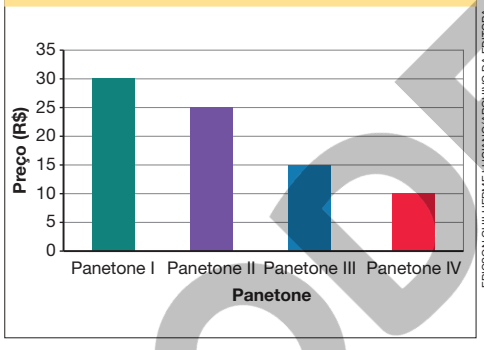
**d.** $\sqrt{\sqrt{256}}$

**6** O valor da expressão $\frac{\sqrt[3]{\sqrt[3]{8} - \sqrt{100}}}{\sqrt[4]{16}}$ 16 é igual a **6.** Alternativa **b.**

**a.** $-1{,}5$.  **b.** $-1{,}0$.  **c.** 1,0.  **d.** 1,5.

**7** O gerente de um supermercado colocou à venda quatro diferentes tipos de panetone, tendo em estoque na loja as mesmas quantidades de cada um deles. O departamento de controle de estoque encaminhou ao gerente registros gráficos descrevendo os preços unitários de cada panetone, em real, e a quantidade vendida de cada um deles no mês de novembro, em percentual.

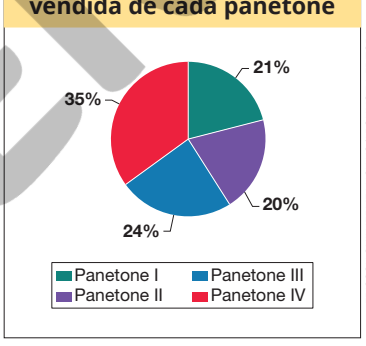
**Preço do panetone por unidade (R$)**




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

**Fonte:** elaborado para fins didáticos.

**Porcentagem da quantidade vendida de cada panetone**




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

**Fonte:** elaborado para fins didáticos.

Dados a chegada do final de ano e o aumento das vendas, a gerência pretende aumentar a quantidade estocada do panetone do tipo que gerou a maior arrecadação, em real, no mês de novembro. **7.** Alternativa **a.**

Nessas condições, qual o tipo de panetone que deverá ter maior reposição no estoque?

**a.** I  **b.** II  **c.** III  **d.** IV

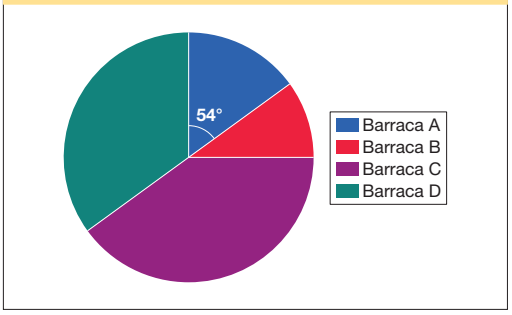


Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

**8** Em uma feira de produtos orgânicos, foram expostas as seguintes barracas: A) verduras e tubérculos; B) frutas; C) leguminosas e cereais; e D) ovos, leite e produtos lácteos. Os organizadores da feira deram um vale-presente para 140 pessoas, que podiam escolher uma barraca para gastar. Ao final da feira, eles observaram que os cupons foram usados assim: metade das pessoas escolheu as barracas A e D, e um quarto das pessoas, as barracas A e B. O gráfico de setores a seguir mostra como os cupons foram distribuídos pelas barracas, e indica que a barraca A teve um ângulo central correspondente à medida de 54° no gráfico.

**Distribuição dos cupons utilizados na feira**




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

**Fonte:** elaborado para fins didáticos.

Avalie as seguintes proposições de acordo com o gráfico:

I – Na barraca A foram gastos 21 cupons.

II – O ângulo central associado ao setor que representa a barraca C mede 130°.

III – 49 pessoas escolheram usar seus cupons na barraca D.

É correto o que se afirma em: **8.** Alternativa **d**.

**a.** I, II e III. **b.** III apenas. **c.** I apenas. **d.** I e III apenas.

Se você teve dificuldade em alguma atividade, consulte este quadro e verifique o que precisa estudar novamente para auxiliá-lo na resolução dela.

**Tópicos deste capítulo abordados nas atividades**

| Atividades | Tópicos relacionados |
|---|---|
| 1 e 2 | Números naturais, inteiros e racionais |
| 4 | Números irracionais |
| 3 e 5 | Números reais |
| 6 | Radiciação |
| 7 e 8 | Gráficos de setores |



Ao final, peça a eles que compartilhem oralmente, no momento da correção, suas ideias e estratégias, além de possíveis dúvidas. Analisar o erro também é importante para compreender a maneira como os estudantes estão pensando e os raciocínios construídos por eles. Novas abordagens e estratégias de ensino podem ser aplicadas, caso apresentem dificuldades, propondo, por exemplo, pesquisas, atividades complementares, trabalhos em grupos, jogos, seminários, entre outros.

A **atividade 8** favorece o desenvolvimento de um trabalho que contemple o TCT Educação Alimentar e Nutricional, pois trata de alimentos saudáveis, como legumes, verduras, ovos e produtos lácteos. Converse com os estudantes para que percebam que uma alimentação saudável requer, sempre que possível, optar por alimentos naturais, como frutas, legumes e verduras, em vez dos alimentos industrializados, que são processados e trazem muitas substâncias químicas para mantê-los conservados, ou seja, aqueles que estão dispostos nas prateleiras em embalagens, como biscoitos, salgadinhos, doces, alimentos congelados, embutidos, entre outros. Leve-os a refletir e perceber como uma alimentação saudável e rica em nutrientes favorece a manutenção da saúde e uma vida de qualidade, evitando vários tipos de doenças e vivendo com mais energia.

Analise e, caso julgue conveniente, faça alguns registros de como eles lidam com os conceitos exigidos para resolver as atividades propostas desta seção e quais dificuldades apresentam.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

## Orientações para a Unidade 2

Esta abertura de unidade desenvolve o TCT Educação em Direitos Humanos, o **ODS 1** (Erradicação da pobreza), o **ODS 4** (Educação de qualidade), o **ODS 8** (Trabalho decente e crescimento econômico) e o **ODS 10** (Redução das desigualdades) ao apresentar os resultados de uma pesquisa sobre os problemas mais urgentes na visão dos brasileiros, como saúde, educação, desemprego, desigualdade social e segurança pública, e ao levar os estudantes a refletirem sobre cada um deles e a propor soluções.

Se possível, aproveite para conversar com a turma sobre os assuntos apresentados nas fotos.

Na imagem da vacinação, pergunte aos estudantes quais cuidados eles têm com a saúde para prevenir ou tratar doenças. Essa ampliação desenvolve o TCT Saúde e o **ODS 3** (Saúde e bem-estar).

Com base na foto do caminhão, pode ser analisada a saúde financeira da turma, e podem ser compartilhadas estratégias para sair das dívidas ou para não entrar nelas, possibilitando o trabalho com o TCT Educação Financeira.

Na imagem da viatura, os estudantes podem apresentar iniciativas conhecidas por eles que protegem a população da violência. Essa conversa pode desenvolver o **ODS 16** (Paz, justiça e instituições eficazes).

UNIDADE 2

# Sociedade em movimento

A sociedade brasileira, ao longo dos anos, vem se deparando com diversos desafios e problemas nas áreas públicas, como saúde, educação, mercado de trabalho, desigualdade social, economia e segurança pública.



CESAR DINIZ/PULSAR IMAGENS

Pessoa recebendo vacina contra covid-19 em Piquete (SP). Foto de 2021.



DELFIM MARTINS/PULSAR IMAGENS

Estudantes em sala de aula em Fortaleza (CE). Foto de 2022.




FERNANDA SAMPAIO/PULSAR IMAGENS

Carteira de Trabalho e Previdência Social.



CHICO FERREIRA/PULSAR IMAGENS

Vista do bairro Botafogo, no Rio de Janeiro (RJ). Foto de 2021.



JOÃO PRUDENTE/PULSAR IMAGENS

Caminhão itinerante para atendimento e negociação de dívidas em Sorocaba (SP). Foto de 2020.



ALF RIBEIRO/PULSAR IMAGENS

Viatura da Guarda Civil na Praça Matriz – centro de São Roque (SP). Foto de 2022.

Reprodução proibida. Art.184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Entre os desafios apresentados, quais são os mais importantes?

Uma pesquisa realizada pela Confederação Nacional da Indústria (CNI) em 2022, apresentou dados referentes aos problemas mais urgentes que devem ser resolvidos na visão dos brasileiros.

Dentre os 2.030 cidadãos entrevistados:

- 43% disseram que a saúde pública é o problema mais importante a ser resolvido. Além disso, uma em cada três pessoas ouvidas escolheram a saúde como área que mais piorou nos últimos quatro anos.
- 34% citaram a educação.
- 21% escolheram o desemprego.
- 12% disseram que o combate à pobreza e à desigualdade social devem ser prioridade.
- 9% indicaram o combate à inflação.
- 9% indicaram a segurança pública.

**Fonte:** elaborado com base em CONFEDERAÇÃO NACIONAL DA INDÚSTRIA (CNI). **Pesquisa Agenda de Prioridades**. Brasília, DF, 2022. Disponível em: https://static.portaldaindustria.com.br/portaldaindustria/noticias/media/filer_public/6c/a6/6ca61544-3c08-4dda-9b1b-5fbe541f3694/agenda_de_prioridades_-_opiniao_publica.pdf. Acesso em: 14 mar. 2024.

Converse com os colegas e o professor sobre as questões a seguir.

**1** As imagens dessa abertura transmitem quais ideias? **1.** Resposta pessoal.

**2** Qual dos problemas apresentados na pesquisa, na sua opinião, é o mais desafiador? **2.** Resposta pessoal.

**3** Reúna-se com um colega, escolham um dos problemas apresentados, conversem sobre ele e citem algumas medidas que vocês tomariam para solucioná-lo nos próximos anos. Apresentem para os colegas o problema escolhido e suas soluções. **3.** Resposta pessoal.

**4** Algum desses problemas é mais evidente na região em que mora? Alguma medida está sendo tomada, por órgãos governamentais, para minimizar ou solucionar esse problema? **4.** Respostas pessoais.

**5** Considerando os dados da pesquisa, quantos cidadãos disseram que a área da saúde foi a que mais piorou nos últimos quatro anos? **5.** Aproximadamente 677 cidadãos.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Nesta unidade, serão trabalhados, no Capítulo 3, grandezas e medidas, proporcionalidade, regra de três simples e construção de gráfico de setores. No Capítulo 4, serão abordados sólidos geométricos, poliedros, medida do volume de prismas, medida do volume de cilindros e construção de gráficos em planilha eletrônica.

Além disso, a unidade apresenta maneiras de evitar os principais golpes financeiros e como a personalização do conteúdo que acessamos com base em algoritmos pode influenciar a representatividade de grupos ou minorias.

Com base nas porcentagens apresentadas no texto, questione a turma se é possível elaborar um gráfico de setores com esses percentuais. Espera-se que percebam que a adição das porcentagens tem soma maior que 100%, ou seja, os entrevistados escolheram mais de uma opção, impossibilitando a construção do gráfico de setores com essas informações.

Nas questões desta página, espera-se que os estudantes utilizem o conhecimento prévio nas respostas. Uma sugestão é organizá-los em uma roda de conversa para que possam compartilhar experiências.

Na **questão 3**, a turma deve identificar soluções para os problemas apresentados. Solicite aos estudantes que pesquisem o assunto escolhido para entender melhor a situação e encontrar medidas eficazes para resolvê-la. Após reunirem informações suficientes, incentive-os a confeccionar cartazes apresentando as soluções obtidas na pesquisa para que fiquem expostos pela escola. Além disso, eles podem fazer apresentações sobre o assunto e divulgá-las nas redes sociais da escola com o intuito de informar e conscientizar ainda mais pessoas da comunidade escolar.

Na **questão 5**, leia o enunciado com a turma e, se necessário, retome o texto, destacando que 2.030 pessoas foram entrevistadas e que 1 em cada 3 cidadãos entrevistados escolheu a saúde como área que mais piorou nos últimos quatro anos. Acompanhe as estratégias pessoais usadas pelos estudantes para resolver essa questão.

## Orientações para o Capítulo 3

Este capítulo começa retomando grandezas e medidas para trabalhar proporcionalidade, grandezas diretamente proporcionais, grandezas inversamente proporcionais, situações em que não há proporção, regra de três simples e construção de gráfico de setores. Esses assuntos propiciam aos estudantes repertório para a resolução de problemas cotidianos.

Esta página apresenta informações acerca do Cerrado brasileiro e compara sua medida de área à do estado do Rio de Janeiro.

O texto aborda a importância do Cerrado como segundo maior bioma do Brasil, além da relevância social que representa. Converse com os estudantes sobre a necessidade de preservação desse e de outros biomas, promovendo reflexões acerca dos problemas ambientais e conscientizando-os a respeito dos cuidados com a natureza. Para ampliar o TCT Educação Ambiental, se considerar adequado, solicite a eles que façam uma pesquisa sobre a preservação ambiental da região em que moram. Combine um dia para que realizem uma roda de conversa, a fim de apresentarem as informações obtidas para a turma.

CAPÍTULO 3

# Grandezas e regra de três

De acordo com o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), o Cerrado é o segundo maior bioma do Brasil, ocupando uma área que mede 2.036.448 km$^2$, cerca de 24% do território nacional. Do ponto de vista da diversidade biológica, o Cerrado brasileiro é reconhecido como a savana mais rica do mundo, abrigando 12.683 espécies de plantas nativas já catalogadas.

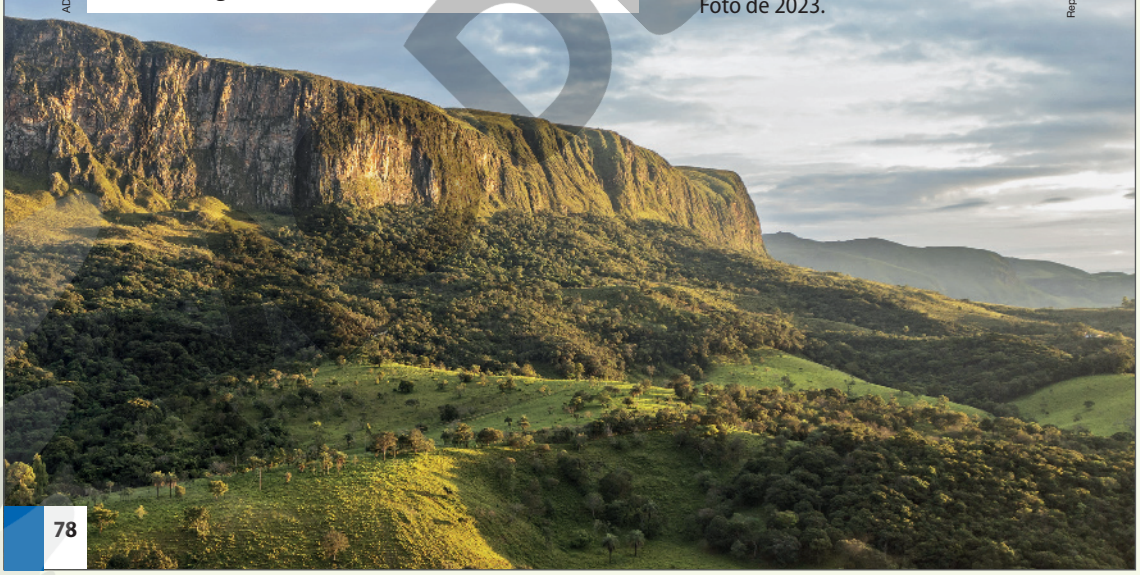
Esse bioma tem grande importância social, pois parte da população sobrevive de seus recursos naturais.

Apesar de sua importância, o Cerrado vem sendo degradado e muitas espécies de animais e plantas correm risco de extinção.

Qual é a importância de preservamos esse bioma? Sabendo que a área do estado do Rio de Janeiro mede aproximadamente 44.000 km$^2$, a medida da área ocupada pelo Cerrado equivale a aproximadamente quantos estados do Rio de Janeiro? **Abertura:** Respostas pessoais.

**Neste capítulo você vai:**

- conceituar grandeza;
- reconhecer relações de proporcionalidade entre duas grandezas;
- resolver problemas envolvendo grandezas diretamente e inversamente proporcionais;
- resolver problemas por meio da regra de três;
- planejar e executar pesquisas estatísticas;
- construir gráficos estatísticos.



ADRIANO KIRIHARA/PULSAR IMAGENS

Vista de drone do Parque Nacional da Serra da Canastra, em São Roque de Minas (MG). Esse parque é uma das principais áreas de conservação do Cerrado mineiro. Foto de 2023.

Reprodução proibida. Art.184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



Na comparação entre as medidas de área do Cerrado e do estado do Rio de Janeiro, circule pela sala analisando as diferentes estratégias usadas pelos estudantes e auxiliando-os com correções ou complementações dos métodos de resolução dessa questão. Ao final, apresente na lousa os principais procedimentos utilizados pela turma.

# Grandezas e medidas

A necessidade de medir existe desde a origem da civilização. Entretanto, por muito tempo, cada povo utilizava seu próprio sistema de medidas. As unidades utilizadas eram fundamentadas no corpo humano, como o palmo, o pé, a polegada, a braça e o côvado. E isso apresentava sérios inconvenientes, pois essas unidades não eram uniformes e causavam inúmeros problemas para o comércio.




ILUSTRAÇÕES: SELMA CAPARROZ/ARQUIVO DA EDITORA

Você já utilizou alguma dessas unidades para fazer alguma medição? Em que situação isso ocorreu? **Atividade oral 1:** Respostas pessoais.

Os conceitos de **medida** e **grandeza** são inseparáveis, pois quando efetuamos uma medida, quantificamos uma característica do objeto: seu comprimento, a área de sua superfície, seu volume etc. Nem toda característica de um objeto é uma grandeza; por exemplo, a cor.

> **Grandeza** é tudo aquilo que pode ser medido e representado por um número seguido de uma unidade de medida.

Ao longo do tempo, as unidades passaram a ser padronizadas, e os sistemas de unidades de medida modificados. Em 1960 foi criado o Sistema Internacional de Unidades (SI). No SI, são estabelecidas unidades de medida padrão para medir algumas grandezas. Além disso, há a padronização dos múltiplos e submúltiplos dessas unidades.

Converse com o professor e os colegas: Quais unidades de medidas padronizadas você conhece? **Atividade oral 2:** Resposta pessoal.

## Atividades

**1** Observe as palavras a seguir e escreva no caderno aquelas que são nomes de grandezas.

Massa | Volume | Metro | Litro | Temperatura | Velocidade | Comprimento

**2** Reúna-se com dois colegas e pesquisem sobre outros tipos de grandeza e os instrumentos utilizados para medi-las. Em seguida, compartilhem com a turma o que pesquisaram.

**1.** Massa; Volume; Temperatura; Velocidade; Comprimento.

**2.** Respostas possíveis: Tempo (relógio, calendário), capacidade (copo medidor), pressão (barômetro) etc.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

## Sugestão de leitura

CREASE, Robert P. **A Medida do Mundo**: A Busca por um Sistema Universal de Pesos e Medidas. Rio de Janeiro: Zahar, 2010.

Esse livro conta a história dos sistemas de medidas e dos aparelhos de medição até chegar ao SI, adotado atualmente pela maioria dos países.

## Grandezas e medidas

Antes de iniciar este tópico, organize os estudantes em grupos e peça que meçam com régua o comprimento de sua própria polegada e de seu próprio palmo. Depois, solicite a eles que montem um quadro com as medidas obtidas e as comparem. Em seguida, faça as seguintes perguntas: "As medidas obtidas para o comprimento de uma polegada foram as mesmas para todos os estudantes?"; "E as medidas do comprimento de um palmo?"; "Por que isso ocorreu?". Durante a conversa, por meio de questionamentos, leve os estudantes a perceberem a relevância das unidades de medida padronizadas a fim de estabelecerem comparações com maior precisão.

### Atividades

Na **atividade 1**, os estudantes devem diferenciar as grandezas das unidades de medida apresentadas. Ao final, incentive-os a citar as unidades de medida das grandezas que eles conhecem. Com base nas respostas, explicite que uma mesma grandeza pode ter diferentes unidades de medida. Também é possível aproveitar esse momento para tratar da pertinência do uso de certas unidades dependendo dos contextos em que se encontram.

## Proporcionalidade

Converse com os estudantes para identificar se eles percebem que a ideia de proporção está presente em muitas atividades do dia a dia, como no preparo de uma receita, na dosagem de um medicamento, na divisão de uma herança, entre outras. Talvez eles saibam lidar com questões de proporcionalidade, mesmo que de modo intuitivo. Por isso, aproveite para valorizar os saberes e experiências deles, promovendo uma roda de conversa para que eles compartilhem os usos e procedimentos de proporcionalidade que utilizam ou já utilizaram em suas atividades cotidianas.

Em seguida, apresente a **situação 1** e verifique como a turma a resolveria. Compare as diferentes estratégias na lousa, corrigindo possíveis erros ou complementando-as.

# Proporcionalidade

Sentenças matemáticas que expressam uma igualdade entre duas razões são chamadas **proporções**, e seu uso pode resolver vários acontecimentos do cotidiano.

Acompanhe as situações a seguir.



DELFIM MARTINS/PULSAR IMAGENS

Automóveis na Estrada Municipal Manoel Nunes, que faz parte da BR-369, em Brotas (SP). Foto de 2020.

### Situação 1

Um automóvel consome 10 litros de gasolina para percorrer 150 km. Nas mesmas condições, quantos quilômetros esse mesmo automóvel percorrerá com 20 litros de gasolina? E com 40 litros de gasolina?

O quadro a seguir representa esses casos.

**Relação entre a quantidade de gasolina consumida (em litro) e a medida da distância percorrida (em quilômetro)**

| Quantidade de gasolina (em L) | Medida da distância percorrida (em km) |
|---|---|
| 10 | 150 |
| 20 | 300 |
| 40 | 600 |

×2 (10 → 20), ×2 (20 → 40), ×2 (150 → 300), ×2 (300 → 600)

Observe no quadro que, ao duplicar a quantidade de gasolina, a medida da distância percorrida também é duplicada. Se a quantidade de gasolina for quadruplicada, a medida da distância percorrida também é quadruplicada. Nessa situação, por exemplo, quando a medida de uma grandeza é aumentada, a medida correspondente da outra também aumenta na mesma proporção. As medidas dessas grandezas podem ser comparadas por meio de razões.

A razão entre os 10 litros de gasolina consumidos e os 150 km percorridos pelo automóvel pode ser representada por $\frac{10}{150}$.

Se forem consumidos 20 litros para percorrer 300 km, representamos essa relação pela razão $\frac{20}{300}$.

Essas razões formam uma proporção, e por isso podem ser indicadas por: $\frac{10}{150} = \frac{20}{300}$

Lemos essa proporção da seguinte maneira: dez está para cento e cinquenta assim como vinte está para trezentos.

### Situação 2

Em um mapa, 12 cm equivalem a 36 km na realidade. Sabendo que a medida da distância real entre dois municípios é 24 km, quanto mede a distância entre esses dois municípios nesse mapa?

Podemos resolver esse problema utilizando uma proporção.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

Considerando a medida da distância entre esses dois municípios no mapa, podemos escrever a seguinte proporção: $\frac{12}{36} = \frac{x}{24}$

Lemos essa proporção da seguinte maneira: doze centímetros está para trinta e seis quilômetros, assim como $x$ centímetros está para vinte e quatro quilômetros.

Acompanhe como podemos determinar o valor desconhecido ($x$) nessa proporção:

$\frac{12}{36} = \frac{x}{24}$

$\frac{12}{36} \cdot 36 = \frac{x}{24} \cdot 36$ — Multiplicamos ambos os membros da igualdade por 36.

$1 \cdot 12 = \frac{36 \cdot x}{24}$

$12 \cdot 24 = \frac{36x}{24} \cdot 24$ — Multiplicamos ambos os membros da igualdade por 24.

$12 \cdot 24 = 36x \cdot 1$

$288 = 36x$

$\frac{288}{36} = \frac{36x}{36}$ — Dividimos ambos os membros da igualdade por 36.

$8 = x$

Assim, determinamos que a medida da distância entre esses dois municípios no mapa é de 8 cm.

Note que, ao desenvolver a proporção $\frac{12}{36} = \frac{x}{24}$, obtemos a seguinte equação:

$$12 \cdot 24 = 36 \cdot x$$

Será que esse fato é válido para todas as proporções?

Com base no que já foi estudado sobre operações com números racionais e sobre resolução de equações, podemos partir da proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, com $a$, $b$, $c$ e $d$ não nulos, e obter $a \cdot d = b \cdot c$. Acompanhe:

$\frac{a}{b} \cdot d = \frac{c}{d} \cdot d$ — Multiplicamos ambos os membros da igualdade por $d$.

$\frac{a \cdot d}{b} = c \cdot \frac{d}{d}$ — Reescrevemos a igualdade de outra maneira.

$\frac{a \cdot d}{b} = c \cdot 1$

$\frac{a \cdot d}{b} = c$

$b \cdot \frac{a \cdot d}{b} = b \cdot c$ — Multiplicamos ambos os membros da igualdade por $b$.

$\frac{b}{b} \cdot a \cdot d = b \cdot c$ — Reescrevemos a igualdade de outra maneira.

$1 \cdot a \cdot d = b \cdot c$

$a \cdot d = b \cdot c$

Em toda proporção, dados $a$, $b$, $c$ e $d$ não nulos, com $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, temos $a \cdot d = b \cdot c$.

Essa propriedade é conhecida por **propriedade fundamental das proporções**.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

## Sugestão de vídeo

Para ilustrar uma situação em que o uso de escala está presente, sugerimos o vídeo **Um certo fator de escala**, disponível em: https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1066 (acesso em: 26 abr. 2024). Esse vídeo apresenta a escala de uma maquete que representa um objeto real para determinar as medidas das dimensões dessa maquete, calculando também medidas de área e de volume.

Na **situação 2**, caso considere necessário, pergunte aos estudantes o que sabem sobre escala. Com base nas respostas, leve-os a concluir que a escala se refere à razão entre a medida de comprimento em uma representação e a correspondente medida de comprimento na realidade. Por exemplo, nesta situação, temos 12 cm no mapa correspondentes a 36 km na realidade. Podemos representar dessa maneira:

12 cm : 36 km

Em escala, esse símbolo lê-se "para".

$\frac{12 \text{ cm}}{12} : \frac{36 \text{ km}}{12}$

Dividimos ambas as medidas por 12 para que a medida da representação seja unitária.

1 cm : 3 km

1 cm : 300.000 cm

Escrevemos ambas as medidas na mesma unidade.

Como ambas as medidas estão na mesma unidade, podemos escrever essa escala como 1:300.000 (lê-se "um para trezentos mil").

Em seguida, na lousa, desenvolva a propriedade fundamental das proporções. Mesmo que siga o passo a passo, como apresentado no livro, esse momento é importante para auxiliar os estudantes com as dúvidas que surgirem a cada passo.

## Atividades

Na **atividade 4**, caso os estudantes apresentem dificuldades, forneça exemplos numéricos para cada situação, a fim de que eles identifiquem a proporcionalidade ou falta dela.

Na **atividade 7**, incentive a turma a escolher exemplos de situações relacionadas à ideia de proporção presentes em seu cotidiano. Podem surgir alguns exemplos, como: a quantidade de carne para um churrasco e o valor pago por essa carne; a quantidade de acertos em uma prova e a nota obtida; a quantidade de combustível ao abastecer e o preço a ser pago por ele.

## Grandezas diretamente proporcionais

Neste tópico, são apresentadas três situações envolvendo grandezas diretamente proporcionais. Se possível, antes de apresentar as resoluções propostas no livro, solicite aos estudantes que as resolvam utilizando estratégias próprias. Depois, solicite que compartilhem essas estratégias com a turma. Acompanhe o raciocínio deles e, se julgar necessário, faça intervenções com o intuito de auxiliá-los.

**3.** Espera-se que os estudantes respondam que não, pois: $\frac{220}{4} \neq \frac{220}{3}$.

### Atividades

**3** Um alpinista levou 4 horas para escalar uma montanha que mede 220 m de altura e levou 3 horas para descê-la. As razões entre a medida da distância e a medida do tempo, na escalada e na descida, formam uma proporção? Justifique sua resposta.

**4** Dentre as situações apresentadas a seguir, identifique as que dão ideia de proporção.

**a.** Quantidade de cadernos de um mesmo tipo e o preço pago por eles.

**b.** Quantidade de água consumida em uma residência e o valor pago por esse consumo.

**4.** Situações apresentadas nos itens **a**, **b** e **d**.

**c.** Número do calçado de uma pessoa e sua medida de massa.

**d.** A medida do comprimento de uma rua e a medida de tempo gasta para percorrê-la mantendo a mesma medida de velocidade.

**5.** 31

**5** Sabendo que 42 está para $x$ assim como 252 está para 186, determine o valor de $x$.

**6** Uma confecção produz 200 camisetas a cada 5 horas. Quantas camisetas serão produzidas em 11 horas? **6.** 440 camisetas.

**7** Dê exemplos de duas situações em que as grandezas são proporcionais e exemplos de duas situações em que não são proporcionais. **7.** Resposta pessoal.

Converse com o professor e os colegas sobre esses exemplos.

**8** Considere um quadrado cujo comprimento do lado mede $x$ e responda:

**a.** Quanto maior for o valor de $x$, maior será a medida do perímetro desse quadrado? **8. a.** Sim.

**b.** A medida do lado do quadrado e a medida de seu perímetro são proporcionais? Considere um quadrado cujo comprimento do lado mede 2 cm e outro de lado medindo 4 cm e verifique sua resposta.

**8. b.** Espera-se que os estudantes respondam que sim; ao dobrar a medida do comprimento do lado do quadrado, dobramos também a medida de seu perímetro.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

## Grandezas diretamente proporcionais

Acompanhe as situações.

### Situação 1

O preço médio do litro de gasolina comum no estado de Santa Catarina, em janeiro de 2024, era de R$ 5,74, e o do etanol era R$ 4,12. O quadro a seguir apresenta os valores a pagar ao abastecer um automóvel com um desses combustíveis.

**Relação entre a quantidade de combustível e os valores a pagar por tipo de combustível em janeiro de 2024 no estado de Santa Catarina**

| Quantidade de combustível (em L) | 10 | 20 | 40 |
|---|---|---|---|
| Valor a pagar pela gasolina comum (em R$) | 57,40 | 114,80 | 229,60 |
| Valor a pagar pelo etanol (em R$) | 41,20 | 82,40 | 164,80 |



### Sugestão de atividade

Incentive os estudantes a levarem a receita do prato preferido deles. Com base na receita, questione-os quanto de cada ingrediente seria necessário para fazer a metade, o dobro ou o triplo desse alimento.

Permita que utilizem os conhecimentos prévios para calcular as quantidades de ingredientes proporcionais à quantidade de alimento a ser produzido.

A razão entre o valor a pagar ao abastecer o automóvel com gasolina comum ou etanol pela quantidade de combustível será sempre a mesma:

- Gasolina comum:

$$\frac{57{,}40}{10} = \frac{114{,}80}{20} = \frac{229{,}60}{40} = 5{,}74$$

- Etanol:

$$\frac{41{,}20}{10} = \frac{82{,}40}{20} = \frac{164{,}80}{40} = 4{,}12$$

Note que, em cada caso, o quociente entre o valor pago e a quantidade de combustível correspondente resulta sempre em um mesmo número, chamado **constante de proporcionalidade**. No caso da gasolina comum, a constante de proporcionalidade é 5,74, e no do etanol é 4,12.

Então, dizemos que os números 57,40; 114,80; 229,60 são **diretamente proporcionais** aos números 10, 20 e 40, nessa ordem. De maneira análoga, temos que os números 41,20; 82,40 e 164,80 são diretamente proporcionais a 10, 20 e 40, nessa ordem.

Portanto, o valor a pagar pelo combustível é diretamente proporcional ao volume de combustível adquirido.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

### Situação 2

**OBJETO DIGITAL** *Podcast*: Consolidação das Leis do Trabalho

O empregado contratado pelo regime da Consolidação das Leis do Trabalho (CLT), legislação que regula o trabalho "com carteira assinada" no Brasil, tem direito ao pagamento de hora extra com acréscimo de 50%, de segunda a sábado, e de 100% aos domingos e feriados.

Uma pessoa trabalha em uma montadora de veículos e recebe R$ 20,00 por hora trabalhada. Com o aumento da demanda de veículos, essa pessoa precisou fazer algumas horas extras durante alguns dias da última semana. Para controlar o valor a receber pelas horas a mais que fez, essa pessoa montou um quadro relacionando as horas extras trabalhadas com o valor a receber por elas.



CARLO RHIENCK/HOJE EM DIA/FUTURA PRESS

O sistema de registro de ponto eletrônico é obrigatório, no Brasil, desde 2012 para empresas com mais de 20 funcionários, podendo ser feito por meio de equipamentos eletrônicos, mecânicos ou manuais.

Acompanhe como a pessoa calculou o valor a receber por 1 hora extra.

$$\underbrace{\text{R\$ } 20{,}00}_{\substack{\text{valor da hora}\\ \text{trabalhada}}} + \underbrace{\text{R\$ } 20{,}00 \times 50\%}_{\substack{\text{valor da}\\ \text{hora extra}}} = \underbrace{\text{R\$ } 30{,}00}_{\substack{\text{valor a receber por}\\ \text{1 hora extra}}}$$

**Relação entre a quantidade de horas extras trabalhadas e o valor a receber**

| **Dia da semana** | Segunda-feira | Quarta-feira | Sexta-feira |
|---|---|---|---|
| **Quantidade de horas extras** | meia hora | 1 hora e meia | 4 horas e meia |
| **Valor a receber (em R$)** | 15,00 | 45,00 | 135,00 |



Na **situação 2**, verifique se os estudantes relacionam 50% com a metade do valor. Se eles tiverem dificuldades, retome o cálculo de porcentagem de uma quantidade.

Se possível, solicite à turma que leve alguns rótulos de alimentos para a sala de aula. Peça aos estudantes que elaborem questões relacionadas às tabelas nutricionais, envolvendo proporcionalidade. Depois, solicite que troquem de caderno com um colega para que um resolva as questões produzidas pelo outro e, em seguida, destroquem os cadernos e corrijam ou completem as resoluções do colega.

### *Podcast*: Consolidação das Leis do Trabalho

Este *podcast* inicia apresentando o trabalho informal e, depois, ao falar sobre os direitos dos trabalhadores formais, discorre sobre a Consolidação das Leis do Trabalho (CLT) e alguns direitos assegurados por ela.

Aproveite as informações apresentadas para incentivar os estudantes a conhecer melhor os direitos deles como trabalhadores, desenvolvendo o TCT Trabalho e o **ODS 8** (Trabalho decente e crescimento econômico). Para ampliar o assunto, indique a eles a **Cartilha do trabalhador: conheça seus direitos**, produzida pela Câmara Municipal de Fortaleza e pelo Tribunal Regional do Trabalho da 7ª Região do Ceará, disponível em: https://www.trt7.jus.br/files/docs/cartilha_do_trabalhador_conheca_seus_direitos_final.pdf (acesso em: 26 abr. 2024).

Caso seja possível, oriente a turma a formar grupos para produzir cartazes, vídeos ou postagens nas redes sociais sobre os direitos assegurados ao trabalhador pela CLT para compartilhar as informações obtidas com toda a comunidade escolar.

Na **situação 3**, se necessário, relembre com a turma que o perímetro de um polígono corresponde ao seu contorno. Assim, para calcular a medida do perímetro de um quadrado, é necessário adicionar a medida de comprimento dos quatro lados ou, como as medidas são iguais, multiplicar a medida de comprimento do lado do quadrado por 4.

### Grandezas inversamente proporcionais

Neste tópico, são trabalhadas duas situações envolvendo grandezas inversamente proporcionais. Como foi feito anteriormente, antes de apresentar as resoluções propostas no livro, solicite aos estudantes que as resolvam utilizando suas próprias estratégias. Depois, peça que compartilhem os procedimentos empregados com a turma. Acompanhe o raciocínio deles e, se julgar necessário, faça intervenções com o intuito de corrigir ou complementar suas resoluções.

Ao analisar o quadro, notamos que a razão entre a quantidade de horas extras e o valor a receber, em reais, é sempre o mesmo.

$\frac{0,5}{15,00} = \frac{5}{150} = \frac{1}{30}$ $\quad \frac{1,5}{45,00} = \frac{15}{450} = \frac{1}{30}$ $\quad \frac{4,5}{135,00} = \frac{45}{1.350} = \frac{1}{30}$

Note que: $\frac{0,5}{15,00} = \frac{1,5}{45,00} = \frac{4,5}{135,00} = \frac{1}{30}$

Portanto, o valor a receber é **diretamente proporcional** à quantidade de horas extras trabalhadas.

#### Situação 3

O quadro a seguir relaciona a medida de comprimento dos lados e alguns quadrados com a medida do perímetro de cada um deles.

**Relação entre a medida de comprimento do lado do quadrado com a medida de seu perímetro**

| Medida do comprimento do lado (em cm) | Medida do perímetro (em cm) |
|---|---|
| 2 | 8 |
| 4 | 16 |
| 6 | 24 |

(×2, ×3, ×1,5)

A razão entre a medida de comprimento dos lados desses quadrados e suas respectivas medidas de perímetro é sempre a mesma: $\frac{2}{8} = \frac{4}{16} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

Portanto, a medida de comprimento do lado de um quadrado é **diretamente proporcional** à medida de seu perímetro.

Duas grandezas são **diretamente proporcionais** quando variam sempre na mesma razão. Ou seja, duas grandezas são diretamente proporcionais se: quando a medida de uma dobra, a medida da outra também dobra; quando é reduzida à metade a medida de uma, a medida da outra também se reduz à metade; e assim por diante.

## Grandezas inversamente proporcionais

Acompanhe as situações.

#### Situação 1

Dois pedreiros reformam uma casa em 60 dias; quatro pedreiros poderiam reformar a mesma casa em 30 dias; oito pedreiros precisariam de 15 dias, e assim por diante.

Considere o quadro a seguir que traduz essa situação.

**Relação entre a quantidade de pedreiros e os dias para reformar uma casa**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Quantidade de pedreiros** | 2 | 4 | 8 |
| **Dias para concluir a reforma** | 60 | 30 | 15 |

(×2, ×2; : 2, : 2)

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA



84

Verifique que, ao dobrar o número de pedreiros, o número de dias para concluir a obra é reduzido pela metade. Nesse caso, dizemos que o prazo para que as reformas fiquem prontas é **inversamente proporcional** à quantidade de pedreiros que trabalham em cada obra.

A razão entre a quantidade de pedreiros e o inverso do número correspondente de dias para concluir a obra é sempre a mesma e determina a **constante de proporcionalidade**.

$$\frac{2}{\frac{1}{60}} = \frac{4}{\frac{1}{30}} = \frac{8}{\frac{1}{15}} = 120$$

Portanto, dizemos que os números 2, 4 e 8 são **inversamente proporcionais** aos números 60, 30 e 15, nessa ordem. Repare que 2, 4 e 8 são diretamente proporcionais aos inversos de 60, 30 e 15.

**Observação:**

Lembre-se de que dois números não nulos são inversos entre si quando seu produto é igual a 1. Assim, $\frac{1}{60}$ é inverso de 60, pois: $\frac{1}{60} \cdot 60 = 1$

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

### Situação 2

No quadro a seguir, está representada a medida de tempo gasto por uma motocicleta para percorrer certa medida de distância, variando a medida da velocidade média.

**Relação entre a medida da velocidade média e a medida do tempo gasto para percorrer um trajeto**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Medida da velocidade média (em km/h)** | 30 | 60 | 15 | 7,5 |
| **Medida de tempo gasto (em h)** | 2 | 1 | 4 | 8 |

×2 : 4 : 2 (sobre a linha da velocidade)

: 2 ×4 ×2 (sobre a linha do tempo)

A razão entre a medida da velocidade média e o inverso do valor correspondente à medida de tempo gasto é sempre a mesma:

$$\frac{30}{\frac{1}{2}} = \frac{60}{\frac{1}{1}} = \frac{15}{\frac{1}{4}} = \frac{7,5}{\frac{1}{8}} = 60$$

Nesse caso, podemos dizer que as grandezas velocidade média e tempo são **inversamente proporcionais**.

Duas grandezas são **inversamente proporcionais** quando uma varia sempre na razão inversa da outra. Ou seja, duas grandezas são inversamente proporcionais se: quando a medida de uma dobra, a medida da outra se reduz à metade; quando a medida de uma é dividida por 3, a medida da outra é multiplicada por 3; e assim por diante.



Neste momento, os estudantes podem acreditar, equivocadamente, que quaisquer grandezas que aumentam (ou diminuem) ao mesmo tempo são diretamente proporcionais; também podem considerar, erroneamente, que quaisquer grandezas em que uma aumenta enquanto a outra diminui são inversamente proporcionais. Para evitar esses enganos, ressalte que é necessário haver proporção entre os valores que aumentam e/ou diminuem para que as grandezas possam ser classificadas como direta ou inversamente proporcionais.

Após o trabalho com as situações apresentadas no livro, solicite aos estudantes que apresentem exemplos cotidianos que envolvam grandezas inversamente proporcionais.

MODERNA

## Situações em que não há proporção

Ao trabalhar situações em que não há proporção, leve os estudantes a analisarem o que ocorre com uma grandeza quando a outra aumenta ou diminui e se essa mudança pode ser proporcional. Por exemplo, pergunte a eles se há proporção entre a medida da altura de uma criança e sua idade. Se aos 4 anos uma criança mede 1 m de altura, os estudantes deverão perceber que isso não significa que aos 8 anos essa criança medirá 2 m de altura, concluindo que nem sempre duas grandezas são proporcionais.

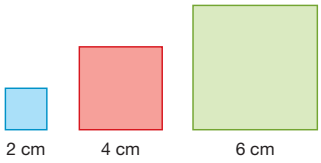
Para identificar se os estudantes entenderam o que são situações em que não há proporção, peça a eles que elaborem um problema em que as grandezas envolvidas não sejam proporcionais. Em seguida, solicite que troquem de caderno com um colega. Após a resolução do colega, eles devem destrocar os cadernos e conferir as resoluções.

## Situações em que não há proporção

Há situações em que as grandezas não são nem diretamente proporcionais nem inversamente proporcionais.

Estudamos anteriormente que a medida do comprimento do lado de um quadrado é diretamente proporcional à medida de seu perímetro. Mas será que a medida da área de um quadrado é proporcional à medida do comprimento do seu lado?

Considere os quadrados:




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

O quadro a seguir relaciona as medidas de comprimento dos lados de cada quadrado com a medida de sua área.

**Relação entre a medida do comprimento do lado do quadrado e a medida da área**

| Quadrado | Medida do comprimento do lado (em cm) | Medida da área (em cm²) |
|---|---|---|
| Azul | 2 | 4 |
| Vermelho | 4 | 16 |
| Verde | 6 | 36 |

Agora, vamos calcular as razões entre as medidas das grandezas e compará-las, a fim de verificar se elas são grandezas diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais.

- São grandezas diretamente proporcionais?

$$\frac{2}{4} \neq \frac{4}{16} \neq \frac{6}{36}$$

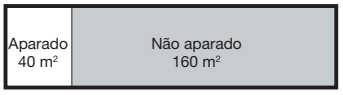
- São grandezas inversamente proporcionais?

$$\frac{2}{\frac{1}{4}} \neq \frac{4}{\frac{1}{16}} \neq \frac{6}{\frac{1}{36}}$$

Como as razões, em cada caso, não são equivalentes, a medida da área não é diretamente nem inversamente proporcional à medida do comprimento do lado do quadrado, ou seja, essas grandezas não são proporcionais.

### Atividades resolvidas

**1** **(Encceja EF 2020)** Uma pessoa contratou um jardineiro para cortar o gramado de sua residência. O tempo gasto por esse jardineiro para cortar a grama de uma região de 40 m² foi de 80 minutos. A figura representa o gramado, indicando as regiões onde o trabalho já foi realizado e onde o gramado ainda deve ser aparado.




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Considere que o jardineiro mantenha o mesmo ritmo de trabalho no restante do gramado.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

### Atividades resolvidas

Neste boxe, foram apresentadas duas atividades do Encceja: a primeira envolve grandezas diretamente proporcionais, e a segunda, grandezas inversamente proporcionais.

Como sugestão, realize uma leitura coletiva dos enunciados com os estudantes e incentive-os a utilizar estratégias próprias para resolver as duas situações-problema.

Caso eles apresentem dificuldades, faça uma retomada dos principais conceitos estudados até o momento.

Quanto tempo, em minuto, o jardineiro levará para concluir o restante do corte do gramado?

**a.** 320 **b.** 200 **c.** 120 **d.** 100

### Resolução

Do enunciado, temos que 40 $m^2$ foram aparados em 80 minutos, e precisamos saber quanto tempo levará para aparar 160 $m^2$. Como o jardineiro vai manter o ritmo de trabalho, quanto maior a medida da área maior é a medida do tempo que ele levará para cortar a grama, pois as grandezas área e tempo são diretamente proporcionais.

Como 160 $m^2$ é $4 \cdot 40\ m^2$, então a medida do tempo para concluir o restante do corte é dada por:

$$4 \cdot 80\ \text{min} = 320\ \text{min}$$

Portanto, o jardineiro levará 320 minutos para cortar o restante do gramado.

Assim, a alternativa **a** é a correta.

**2** **(Encceja EF 2017)** Uma confecção precisa de 12 costureiras trabalhando durante três meses para atender à demanda de camisas solicitadas por um lojista.

Antes mesmo de as costureiras iniciarem o trabalho, por uma questão de urgência, o lojista exigiu que a entrega do pedido fosse feita em dois meses. Para atendê-lo nesse novo prazo, a confecção terá de adequar a quantidade de costureiras. Considere que todas as costureiras que realizarão esse trabalho produzem a mesma quantidade de camisas por unidade de tempo.

Quantas costureiras serão necessárias para desempenhar o trabalho no novo prazo solicitado pelo lojista?

**a.** 8 **b.** 11 **c.** 13 **d.** 18

### Resolução

A medida do tempo para produzir as camisas é inversamente proporcional ao número de costureiras. De acordo com o enunciado, temos:

| | | |
|---|---|---|
| | 12 costureiras | 3 meses |
| $\times 1{,}5$ | | $\div 1{,}5$ |
| | $x$ costureiras | 2 meses |

Assim, devemos calcular $12 \cdot 1{,}5$ para obter a quantidade de costureiras necessárias para atender o prazo. Como $12 \cdot 1{,}5 = 18$, então são necessárias 18 costureiras para desempenhar o trabalho no novo prazo.

Portanto, a alternativa **d** é a correta.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Quando todas as duplas finalizarem as produções das atividades, solicite que troquem os problemas com outra dupla para que uma dupla resolva as situações propostas por outra. Por fim, organize um sorteio para que cada dupla apresente os problemas e as resoluções. Durante as apresentações, motive-os a expor as estratégias e explicar os raciocínios utilizados, de modo que possam trocar ideias com a turma.

Após o trabalho com as atividades resolvidas, a fim de complementar os estudos acerca desse conteúdo, organize a turma em duplas para que cada dupla elabore uma situação-problema envolvendo grandezas diretamente proporcionais e outra envolvendo grandezas inversamente proporcionais. Desse modo, os estudantes têm oportunidade de organizar suas ideias, aguçar a criatividade e desenvolver a escrita.

Ao trabalhar com as duplas, converse sobre a importância de manter um ambiente de harmonia, respeitando as opiniões dos colegas. Eles devem perceber que cada um tem uma maneira de pensar e nem sempre as opiniões das pessoas serão iguais às nossas opiniões. Desse modo, é possível evitar situações de conflito e violência e ainda incentivar a empatia e o respeito entre os estudantes.

MODERNA

## Atividades

Se for possível, leia o enunciado de todas as atividades desta seção com os estudantes para auxiliá-los a identificar se as situações apresentadas têm grandezas diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais.

Na **atividade 9**, após a turma identificar que a medida da velocidade média e a medida da distância percorrida não são diretamente proporcionais nessa situação, questione se elas são inversamente proporcionais ou se não são proporcionais. Espera-se que os estudantes percebam que essas grandezas não são proporcionais nessa atividade.

**9.** Resposta possível: As grandezas não são diretamente proporcionais, pois: $\frac{60}{1} = \frac{120}{2} \neq \frac{30}{3} \neq \frac{90}{1,5}$.

## Atividades

**9** Uma indústria automobilística decidiu testar se a medida da velocidade indicada no velocímetro de um automóvel era precisa. Para isso, verificou a medida da distância percorrida pelo veículo durante 1 minuto, mantendo a mesma medida da velocidade média. Primeiro, o automóvel manteve a medida da velocidade média de 60 km/h, e registrou-se a medida da distância percorrida em 1 minuto. Em seguida, outras velocidades foram testadas. Os resultados do teste estão indicados no quadro a seguir.

**Relação entre a medida da velocidade média e a medida da distância percorrida em 1 minuto**

| **Medida da velocidade média (em km/h)** | 60 | 120 | 30 | 90 |
|---|---|---|---|---|
| **Medida da distância percorrida em 1 minuto (em km)** | 1 | 2 | 3 | 1,5 |

Nessa situação, as grandezas envolvidas são diretamente proporcionais? Justifique sua resposta.

**10** A professora Sandra sempre propõe trabalhos em grupo em sala de aula, mas com uma condição: todos os grupos devem ter a mesma quantidade de estudantes. Determinada turma tem 40 estudantes no total. O quadro a seguir apresenta algumas possibilidades de formação de grupos.

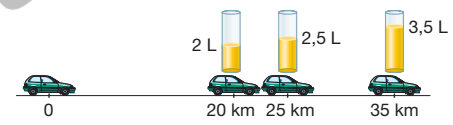
**Relação entre a quantidade de estudantes e a medida da quantidade de grupos**

| **Quantidade de estudantes no grupo** | 10 | 8 | 4 |
|---|---|---|---|
| **Quantidade de grupos** | 4 | 5 | 10 |

**a.** Quando o número de estudantes por grupo diminui, o que acontece com a quantidade de grupos? **10. a.** Aumenta.

**b.** A quantidade de grupos é diretamente ou inversamente proporcional à quantidade de estudantes no grupo? **10. b.** Inversamente proporcional.

**11** Para verificar o desempenho de um automóvel, alguns engenheiros mecânicos mediram a distância percorrida por um veículo e a quantidade de combustível consumida durante um trajeto em que o veículo manteve a medida da velocidade média constante. Analise o esquema que representa essa situação.




ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

**11. a.** Porque a razão entre a medida da distância percorrida e a quantidade de combustível consumida é sempre a mesma: $\frac{20}{2} = \frac{25}{2,5} = \frac{35}{3,5} = 10$.

**a.** Por que a medida da distância percorrida é diretamente proporcional à quantidade de combustível consumido?

**11. b.** 10 litros.

**b.** Para percorrer 100 km, quantos litros de combustível serão necessários?

**12** São necessários 2 minutos para encher um balde usando determinada torneira. Se usássemos 2 torneiras com a mesma vazão, demoraria 1 minuto para encher o mesmo balde. Quanto tempo levaria para encher esse balde se usássemos 4 torneiras com a mesma vazão? **12.** 30 s ou 0,5 min.

**13.** $x = 12$; $y = 20$; $z = 28$

**13** Ana precisava dividir o número 60 em três partes diretamente proporcionais a 3, 5 e 7. Acompanhe como ela começou a resolver esse problema.

Vou dividir 60 em três partes: $x$, $y$ e $z$.

$$x + y + z = 60 \quad (1)$$

Os números $x$, $y$ e $z$ são diretamente proporcionais aos números 3, 5 e 7. Então:

$\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} = k$ ← constante de proporcionalidade

- $\frac{x}{3} = k \Rightarrow x = 3k$
- $\frac{y}{5} = k \Rightarrow y = 5k$
- $\frac{z}{7} = k \Rightarrow z = 7k$

Agora, vou substituir esses valores na equação (1):

$$x + y + z = 60$$
$$3k + 5k + 7k = 60$$
$$15k = 60$$
$$k = 4$$

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Continue a resolução desse problema e determine os valores de $x$, $y$ e $z$. Explique aos colegas e ao professor como você pensou para determinar esses valores.

**14** Dois irmãos montaram um sacolão. Jurandir investiu R$ 17.000,00, e Verônica, R$ 15.000,00.

**a.** No primeiro mês, eles obtiveram lucro de R$ 6.400,00, que foi dividido em partes diretamente proporcionais ao capital que cada um investiu. Quanto cada um recebeu? **14. a.** Jurandir: R$ 3.400,00; Verônica: R$ 3.000,00.

**b.** Se o lucro fosse de R$ 20.000,00 quanto cada um deveria receber?

**14. b.** Jurandir: R$ 10.625,00; Verônica: R$ 9.375,00.

**15** Os números 3, 5 e $x$ são diretamente proporcionais aos números 15, $y$ e 45, nessa ordem. Quais são os valores de $x$ e $y$? **15.** $x = 9$ e $y = 25$.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Na **atividade 12**, os estudantes podem ter dificuldades para perceber que a quantidade de torneiras é inversamente proporcional à medida de tempo para encher os baldes. Por isso, pergunte-lhes se a medida de tempo diminuiria ou aumentaria ao colocar mais uma torneira , com a mesma vazão, na situação. Espera-se que eles percebam que diminuiria, pois teria o dobro de água enchendo o balde, o que faria a medida de tempo diminuir pela metade.

A **atividade 13** apresenta um modo de determinar três valores desconhecidos diretamente proporcionais a três números conhecidos. Na lousa, apresente-o passo a passo, tirando possíveis dúvidas. Leve a turma a compreender que, ao determinar o valor da constante de proporcionalidade, é possível encontrar os três valores desconhecidos.

As **atividades 14** e **15** podem ser resolvidas utilizando o procedimento apresentado na **atividade 13**, mas permita aos estudantes que usem estratégias pessoais se preferirem.

MODERNA

## Infográfico: Desigualdade de gênero

Este infográfico apresenta informações sobre as discrepâncias entre homens e mulheres em relação a cuidados de pessoas e afazeres domésticos, escolaridade, salário e representação política.

Com base nesse infográfico, incentive a turma a pesquisar mais informações sobre a desigualdade de gênero na sociedade e como podemos agir para diminuí-la e até extingui-la. Se possível, indique como referência a cartilha **Direitos da mulher trabalhadora: para um mundo do trabalho com respeito e dignidade**, disponível em: https://www.gov.br/trabalho-e-emprego/pt-br/noticias-e-conteudo/2023/junho/mte-lanca-cartilha-com-orientacoes-sobre-direitos-da-mulher-trabalhadora/cartilha.direitosdamulhertrabalhadora.mte.pdf. Acesso em: 26 abr. 2024. Essa ampliação pode desenvolver o **ODS 5** (Igualdade de gênero), o **ODS 8** (Trabalho decente e crescimento econômico), o **ODS 10** (Redução das desigualdades) e os TCTs Vida Familiar e Social, Educação em Direitos Humanos e Trabalho.

**OBJETO DIGITAL** Infográfico: Desigualdade de gênero

### Mulheres ainda enfrentam desigualdade no acesso a empregos e educação, diz ONU

ODS 5

"Meninas e mulheres devem ser encorajadas a seguir a carreira que quiserem, afirmou nesta quarta-feira (8 de março de 2017), Dia Internacional das Mulheres, a diretora-executiva da ONU Mulheres, Phumzile Mlambo-Ngcuka. A chefe da agência das Nações Unidas alertou que elas ainda enfrentam desigualdades no acesso a empregos dignos e à educação de qualidade, sobretudo porque gastam mais tempo que os homens em tarefas domésticas. [...]



MOHAMED FARAG/FIFA/GETTY IMAGES

Edina Alves Batista, primeira mulher a ser árbitra de um jogo masculino profissional da Federação Internacional de Futebol (FIFA). Na foto ela está como árbitra na Copa do Mundo FIFA 2022, realizada no Catar.

Mulheres passam até 2,5 vezes mais tempo do que os homens cuidando da casa e de parentes, sem receber nada por isso. [...]

Para Phumzile, é necessário mudar a forma como crianças são educadas na família, na escola e pelos meios de comunicação. O objetivo deve ser quebrar estereótipos e impedir que os jovens aprendam "que as meninas têm de ser menos, ter menos e sonhar menos que os meninos".

A chefe da ONU Mulheres lembrou que, no mercado de trabalho, homens ganham em média 23% mais que as mulheres por trabalhos de igual valor. Em certos segmentos populacionais, como negros vivendo nos Estados Unidos, o índice sobe para 40%. [...]"

ONUBR. Mulheres ainda enfrentam desigualdade no acesso a empregos e educação, diz ONU. **Nações Unidas Brasil**, 8 mar. 2017. Disponível em: https://brasil.un.org/pt-br/75920-mulheres-ainda-enfrentam-desigualdade-no-acesso-empregos-e-educa%C3%A7%C3%A3o-diz-onu. Acesso em: 10 abr. 2024.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

1 Segundo o texto, em 2017, as mulheres enfrentavam desigualdades no acesso a empregos dignos e à educação de qualidade. De acordo com o estudo Estatísticas de gênero: Indicadores sociais das mulheres no Brasil e a Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílio (Pnad) Contínua 2022, ambos realizados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), essa situação ainda ocorre. Em sua opinião, o que deve acontecer para que essa diferença se reduza de modo significativo? Converse com o professor e os colegas. **1.** Resposta pessoal.

2 De acordo com o texto, no mercado de trabalho, homens ganhavam em média 23% mais do que as mulheres por trabalhos de igual valor. Faça uma pesquisa na internet e verifique qual é a diferença entre o salário médio dos homens e o das mulheres atualmente no Brasil. Compare os dados encontrados com o que foi apresentado no texto. **2.** Resposta de acordo com os dados obtidos no ano da pesquisa.



### Mulheres ainda enfrentam desigualdade no acesso a empregos e educação, diz ONU

Esse texto propõe uma reflexão sobre a desigualdade de gênero na sociedade atual, trabalhando o **ODS 5** (Igualdade de gênero). Embora as mulheres venham ocupando cada vez mais espaço no mercado de trabalho, dados revelam que elas ainda sofrem com as desigualdades.

Aproveite para realizar um trabalho integrado com as aulas de História em que a turma pesquise as raízes históricas da desigualdade de gênero e conheça as principais conquistas obtidas pelas mulheres após muita luta ao longo dos anos. Esse tipo de ampliação permite aos estudantes desenvolverem o senso de justiça, igualdade e democracia, contemplando o TCT Educação em Direitos Humanos.

# Regra de três simples

Acompanhe, a seguir, duas situações-problema envolvendo proporcionalidade que podem ser resolvidas por meio da **regra de três simples**.

### Situação 1

Na organização de uma festa de aniversário, a quantidade de salgadinhos é diretamente proporcional à quantidade de convidados. Geralmente, calcula-se em média 7 salgadinhos por convidado.



ROCHARIBEIRO/SHUTTERSTOCK

Salgadinhos de festa variados.

Se 40 pessoas foram convidadas para uma festa, no mínimo quantos salgadinhos devem ser servidos?

Para resolver esse problema, vamos organizar as informações apresentadas no enunciado em um quadro.

**Relação entre a quantidade de convidados e a quantidade de salgadinhos**

| Quantidade de convidados | Quantidade de salgadinhos |
|---|---|
| 1 | 7 |
| 40 | $x$ |

Como a quantidade de salgadinhos é diretamente proporcional à quantidade de convidados, podemos escrever:

$$\frac{1}{7} = \frac{40}{x}$$

Aplicando a propriedade fundamental das proporções, obtemos:

$$1 \cdot x = 7 \cdot 40$$

$$x = 280$$

Portanto, em uma festa com 40 convidados devem ser servidos, no mínimo, 280 salgadinhos.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

## Regra de três simples

Ao trabalhar este tópico, é importante ficar claro que o procedimento regra de três é apenas uma ferramenta que facilita a resolução de problemas envolvendo proporcionalidade. Muitas vezes, os estudantes resolvem problemas sobre esse tema usando apenas o quadro ou operações básicas. Caso isso aconteça, promova uma discussão durante a correção sobre as diferentes maneiras de resolução dos problemas. Ressalte que os caminhos que diferem da regra de três são válidos, pois não são incorretos.

MODERNA

Apresente o enunciado da **situação 2** e questione os estudantes: "A quantidade de tábuas por fileira e a quantidade de fileiras são direta ou inversamente proporcionais?". Caso eles apresentem dificuldades para responder a essa pergunta, desenhe a situação na lousa ou use material tátil para representá-la, mostrando que, quando a quantidade de tábuas por fileira aumenta, a quantidade de fileiras diminui proporcionalmente.

Na lousa, desenvolva a razão entre as grandezas apresentadas:

$$\frac{16}{\frac{1}{15}} = \frac{12}{\frac{1}{x}}$$

Pela propriedade fundamental das proporções:

$$16 \cdot \frac{1}{x} = 12 \cdot \frac{1}{15}$$

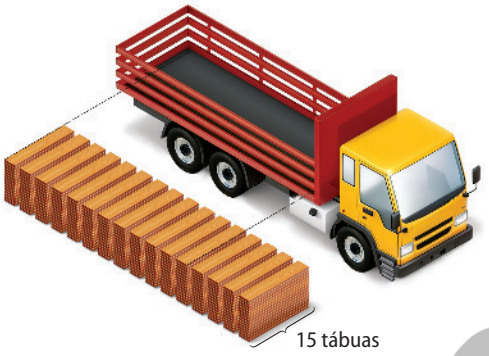
$$\frac{16}{x} = \frac{12}{15}$$

Reescreva essa proporção, trocando o denominador da fração do primeiro membro pelo numerador da fração do segundo membro, e vice-versa, para obter a proporção em que a fração do segundo membro é inversa em relação à correspondência entre os valores das grandezas:

$$\frac{16}{12} = \frac{x}{15}$$

### Situação 2

Um caminhão será carregado com tábuas de madeira. Elas estão empilhadas no chão da seguinte maneira: 16 fileiras com 15 tábuas empilhadas em cada uma. Nesse caminhão, porém, só é possível dispor essa carga em 12 fileiras. Quantas tábuas terá cada pilha de modo que todas tenham a mesma quantidade de tábuas?




OPAC/CART/ARQUIVO DA EDITORA

Para resolver esse problema, vamos organizar as informações apresentadas no enunciado em um quadro.

**Relação entre a quantidade de fileiras e a quantidade de tábuas empilhadas por fileira**

| Quantidade de fileiras | Quantidade de tábuas empilhadas por fileira |
|---|---|
| 16 | 15 |
| 12 | $x$ |

A quantidade de tábuas por fileira é inversamente proporcional à quantidade de fileiras, pois, ao diminuir a quantidade de fileiras, a quantidade de tábuas por fileira aumenta na mesma proporção.

Então, nesse caso, podemos escrever:

$$\frac{16}{12} = \frac{x}{15}$$ ← razão inversa

Aplicando a propriedade fundamental das proporções e resolvendo a equação, obtemos:

$$12x = 16 \cdot 15$$
$$12x = 240$$
$$x = \frac{240}{12}$$
$$x = 20$$

Portanto, cada pilha terá 20 tábuas ao serem distribuídas em 12 fileiras.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

## Atividade resolvida

**(Prefeitura Municipal de Alumínio – SP – Agente de Controle de Vetor – 2016)**
Ana pagou R$ 24,00 na compra de 400 mililitros de um determinado iogurte. O preço de 1,25 litro desse iogurte é

**a.** R$ 52,75.
**b.** R$ 60,00.
**c.** R$ 67,50.
**d.** R$ 72,25.
**e.** R$ 75,00.

### Resolução

Para resolver esse problema, vamos organizar os dados apresentados no enunciado em um quadro.

Porém, antes disso, devemos primeiro expressar as medidas de capacidade dadas em uma mesma unidade de medida.

Vamos transformar 1,25 litro em mililitros:

$$1{,}25\ \text{L} = 1.250\ \text{mL}$$

Agora, podemos organizar os dados da atividade em um quadro.

**Relação entre o preço e a quantidade de iogurte**

| Preço (em R$) | Quantidade de iogurte (em mL) |
|---|---|
| 24 | 400 |
| $x$ | 1.250 |

Note que o preço e a quantidade de iogurte são diretamente proporcionais, pois, ao aumentar a quantidade de iogurte, o valor dele aumenta na mesma proporção.

Então, nesse caso, podemos escrever:

$$\frac{24}{x} = \frac{400}{1.250}$$

Aplicando a propriedade fundamental das proporções e resolvendo a equação, obtemos:

$$400x = 24 \cdot 1.250$$
$$400x = 30.000$$
$$x = \frac{30.000}{400}$$
$$x = 75$$

Portanto, 1.250 mL desse iogurte custam R$ 75,00.
Assim, a alternativa **e** é a resposta correta desta atividade.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

### Atividade resolvida

Organize os estudantes em duplas e solicite que resolvam essa atividade antes de ler a resolução apresentada no livro. Circule pela sala conferindo as estratégias usadas pela turma e fazendo as intervenções necessárias, a fim de esclarecer possíveis dúvidas, complementar raciocínios e fazer correções de procedimentos incorretos.

Como as medidas de volume de iogurte são apresentadas em mililitro e litro, relembre a relação entre essas unidades de medida: 1 L = 1.000 mL.

Se possível, após a leitura da resolução dada no livro, incentive os estudantes a elaborar situações-problema do cotidiano que envolvam medidas e possam ser resolvidas por regra de três. Em seguida, proponha a troca das atividades com um colega para que um estudante resolva as situações produzidas pelo outro. Ao final, compartilhe algumas das resoluções dessas atividades com a turma para que todos possam identificar estratégias próprias dos colegas.

MODERNA

## Atividades

Nesta seção, leia o enunciado de cada atividade com os estudantes e verifique se eles identificam se as grandezas são direta ou inversamente proporcionais.

Se achar conveniente, permita o uso de estratégias próprias nas resoluções, mas sugira também a utilização de regra de três em algumas atividades da sua escolha. Assim, os estudantes podem perceber que um procedimento não anula o outro e que seus conhecimentos prévios são úteis no aprendizado e no cotidiano.

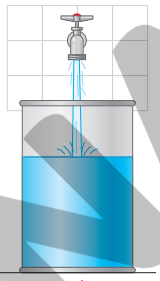
Na **atividade 19**, existem três grandezas: quantidade de funcionários, quantidade de dias em que os funcionários foram alimentados e custo dessa alimentação à empresa. Destaque à turma que a quantidade de dias é fixa nessa situação, então devem considerar apenas as outras duas grandezas na resolução.

Na **atividade 22**, alguns estudantes podem ter dificuldades para encontrar as informações numéricas no enunciado. Leia a atividade algumas vezes com eles e leve-os a concluir que a situação apresenta 3 mangueiras que, juntas, têm vazão de 12 L por minuto e deseja-se saber a vazão por minuto de 7 mangueiras como essas.

## Atividades

**16** Em um dia de sol, Janete e Paulo mediram o comprimento de suas sombras. Janete mede 165 cm de altura, e Paulo, 180 cm. Sabendo que, em determinado horário, a medida de comprimento da sombra de Paulo é 60 cm, qual é a medida de comprimento da sombra de Janete? (Considere que a medida de comprimento da sombra de uma pessoa, em determinado instante, é diretamente proporcional à da sua altura.) **16.** 55 cm

**17** Uma torneira enche um barril em 20 minutos, com uma vazão medindo 15 L/min. Se a medida de vazão fosse 5 L/min, quantos minutos seriam necessários para encher o barril? **17.** 60 minutos.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

**18** Em um concurso público, comunicou-se que o número de candidatos por vaga era 16. Se havia 300 vagas nesse concurso, quantos candidatos se inscreveram? **18.** 4.800 candidatos.

**19.** R$ 4.500,00

**19** Uma indústria fornece refeições aos empregados. Um levantamento revelou que 100 funcionários, alimentados durante 10 dias, custam à empresa R$ 3.000,00. Quanto custam as refeições para 150 funcionários durante esse mesmo período?

**20** O quadro a seguir mostra quantos quilowatts-hora (kWh) um televisor consome, em um mês, de acordo com a medida de tempo (em hora) em que permanece ligado durante um dia.

**Relação entre a quantidade de horas que um televisor está ligado e o seu consumo mensal**

| **Medida do tempo (hora)** | 2 | 4 | 6 | 8 | $y$ |
|---|---|---|---|---|---|
| **Consumo de energia elétrica (kWh)** | 6 | $x$ | 18 | 24 | 30 |

Quais são os valores de $x$ e $y$? **20.** $x = 12$ e $y = 10$.

**21** Um motorista sairá de Natal, no Rio Grande do Norte, com destino a João Pessoa, na Paraíba. Com velocidade média medindo 90 km/h, levará 2 horas para percorrer todo o trajeto. Quanto tempo ele gastaria se a medida da velocidade média fosse de 60 km/h? **21.** 3 horas.

**22** Três mangueiras iguais, juntas, têm a medida de vazão de 12 L de água por minuto. Qual será a medida da vazão por minuto de 7 dessas mangueiras juntas?

**22.** 28 litros de água por minuto.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

**23** Uma tradutora de livros recebe um valor fixo por página traduzida. Para traduzir um livro de 127 páginas, ela recebeu 2.540 reais. Nesta semana, ela recebeu uma proposta para traduzir um livro de 587 páginas. Quanto ela deverá receber por essa tradução? **23.** R$ 11.740,00

**24** Uma pessoa quer ampliar uma fotografia. Na loja de revelação de fotos, a funcionária anotou as medidas da fotografia (2 cm de altura e 3 cm de comprimento) e perguntou quais deveriam ser as medidas da altura e do comprimento da foto ampliada. A pessoa respondeu apenas que a foto deveria medir 15 cm de altura. Qual deverá ser a medida de comprimento da foto ampliada se as proporções forem mantidas? **24.** 22,5 cm

**25.** 70 metros.

**25** Meire é proprietária de uma fábrica de calças. Atualmente, a fábrica produz 78 calças por dia, utilizando 260 metros de tecido. No próximo mês, Meire deverá aumentar sua produção, passando a fabricar 99 calças por dia. Considerando que os modelos das calças serão os mesmos, que medida de comprimento, em metro, de tecido será usada a mais por dia para essa nova produção?

**26** Para construir uma laje com medida de espessura de 7 cm, foram gastos 35 sacos de cimento. Cada saco tem medida de massa de 40 kg. Quantos quilogramas de cimento seriam economizados se a laje tivesse sido construída com 5 cm de medida de espessura? **26.** 400 kg

**27** Em um município, 600 ônibus transportam 240.000 pessoas por dia. Para cortar gastos, a prefeitura propôs retirar 200 ônibus de circulação.



ERNESTO REGHRAN/PULSAR IMAGENS

**a.** Supondo que os passageiros que utilizariam os ônibus retirados de circulação passem a usar automóveis, e que cada automóvel transporte quatro pessoas por dia, quantos automóveis serão necessários? **27. a.** 20.000 automóveis.

**b.** Em sua opinião, que consequências haveria em relação ao trânsito do município e ao meio ambiente se a prefeitura de fato tomasse essa medida? Apresente sua opinião ao professor e aos colegas, escute as outras opiniões e reflitam e conversem sobre elas. **27. b.** Resposta pessoal.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Na **atividade 26**, são fornecidas três grandezas: medida de espessura da laje, quantidade de sacos de cimento e medida de massa de cada saco de cimento. Se necessário, auxilie os estudantes a compreender que a quantidade de sacos de cimento só deve ser utilizada para calcular a medida de massa do cimento usado para construir a laje cuja espessura mede 7 cm, não sendo usada na regra de três para determinar a medida de massa do cimento necessário para construir uma laje com 5 cm de medida de espessura.

Além disso, chame a atenção da turma para o fato de que a atividade solicita a medida de massa de cimento que seria economizada com a mudança da medida de espessura da laje, ou seja, é necessário calcular a diferença entre as medidas de massa de cimento usado na construção de cada laje.

No **item b** da **atividade 27**, debata com os estudantes as consequências do aumento da quantidade de automóveis em circulação e leve-os a perceber que o trânsito do município pioraria e que seriam liberados mais gases poluentes pela queima do combustível dos automóveis. Essa atividade trabalha o TCT Educação Ambiental.

## Tratamento da informação

Ao realizar a leitura desta seção com os estudantes, ressalte a importância e as atribuições do Censo realizado pelo IBGE, como a produção de informações censitárias, a identificação e análise dos territórios, a identificação dos principais problemas da população, entre outras.

Se possível, aproveite o contexto da distribuição da população brasileira para, com as aulas de Geografia, incentivar os estudantes a pesquisarem os estados mais populosos, os menos populosos e os motivos de terem essas características. Também podem ser pedidas informações sobre a distribuição da população brasileira por regiões para que a turma construa um gráfico de setores para representar os dados obtidos.

Na construção e na interpretação de gráficos de setores, é importante que os estudantes sejam capazes de fazer algumas comparações:

- 50% (metade do círculo) corresponde a um setor circular com ângulo central cuja abertura mede 180°;
- 25% (um quarto do círculo) corresponde a um setor circular com ângulo central cuja abertura mede 90°;
- 75% (três quartos do círculo) corresponde a um setor circular com ângulo central cuja abertura mede 270°.



# Construção de gráfico de setores

A ideia de proporcionalidade pode ser aplicada para construir gráficos estatísticos.

Acompanhe a situação descrita a seguir.

Segundo o Censo demográfico 2022, realizado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), a população residente no Brasil era de aproximadamente 203 milhões de pessoas.

A tabela a seguir mostra o percentual de homens e mulheres no Brasil em 2022.

**Distribuição da população brasileira por sexo – 2022**

| Sexo | Percentual |
|---|---|
| Homens | 48,5% |
| Mulheres | 51,5% |

**Fonte:** elaborado com base em INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **Censo demográfico 2022**: população por idade e sexo. Rio de Janeiro: IBGE, 2023. p. 36. Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/periodicos/3102/cd_2022_populacao_idade_sexo_br.pdf. Acesso em: 18 mar. 2024.

Vamos construir um gráfico de setores para representar os dados dessa tabela. Para isso, precisamos determinar a medida de abertura do ângulo associado a cada setor correspondente aos dados da tabela.

Como o círculo inteiro corresponde a toda população brasileira, associamos o ângulo de medida de abertura igual a 360° (uma volta completa) a 100% dessas pessoas.

Com base nessa informação, podemos obter a medida de abertura do ângulo associado ao setor correspondente a cada dado da tabela.

**Relação entre a medida da abertura do ângulo e a porcentagem**

| | | |
|---|---|---|
| **Todas as pessoas** | 360° | 100% |
| **Mulheres** | $x$ | 51,5% |

$$\frac{360}{x} = \frac{100}{51{,}5}$$

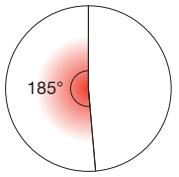
$$100x = 51{,}5 \cdot 360$$

$$x = \frac{18.540}{100} = 185{,}4$$

Podemos arredondar 185,4° para 185° e calcular a medida de abertura do ângulo associado ao setor que representará a porcentagem de homens efetuando a subtração: $360° - 185° = 175°$

Na construção do gráfico, basta desenhar o setor circular de medida de abertura igual a 185° para representar a porcentagem de mulheres (51,5%) e outro de 175° de medida de abertura para representar a porcentagem de homens (48,5%).

Na construção do gráfico, também não podemos nos esquecer de identificar os dados e inserir o título e a fonte.




LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

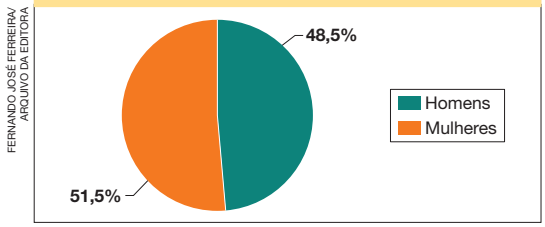


Ressalte aos estudantes que um gráfico de setores é usado para comparar os dados de cada categoria com o todo e que cada setor serve para representar essa comparação. Em algumas situações, os dados coletados em uma pesquisa não podem ser expressos usando esse tipo de gráfico, como em situações em que o entrevistado pode escolher duas ou mais alternativas de uma pergunta.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

**Distribuição da população brasileira de 2022, por sexo**




FERNANDO JOSÉ FERREIRA/ ARQUIVO DA EDITORA

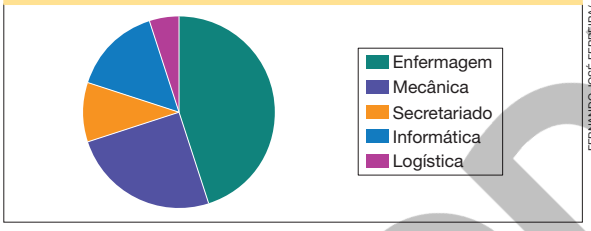
**Fonte:** elaborado com base em INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **Censo demográfico 2022**: população por idade e sexo. Rio de Janeiro: IBGE, 2023. p. 36. Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/periodicos/3102/cd_2022_populacao_idade_sexo_br.pdf. Acesso em: 18 mar. 2024.

## Atividades

**1** Segundo o Censo demográfico 2022 do IBGE, o município de Borá, localizado no interior do estado de São Paulo, contava com 907 habitantes, sendo 475 homens e 432 mulheres. Com um compasso e um transferidor, construa um gráfico de setores circulares para representar a distribuição da população de Borá entre homens e mulheres. Atenção! Cuidado ao usar o compasso. **1.** Resposta no **Manual do Professor**.

**2** Analise o gráfico de setores a seguir, que representa a quantidade de estudantes de cursos técnicos de determinada escola. **2. a.** Verdadeira, pois a abertura do ângulo correspondente a esse setor mede 90°.

**Distribuição dos estudantes de cursos técnicos**




FERNANDO JOSÉ FERREIRA/ ARQUIVO DA EDITORA

**Fonte:** elaborado para fins didáticos.

Identifique as afirmações verdadeiras sobre esse gráfico e as justifique.

**a.** Exatamente $\frac{1}{4}$ dos estudantes cursam mecânica.

**b.** Mais de 50% dos estudantes dessa escola cursam enfermagem. **2. b.** Falsa.

**c.** A medida da abertura do ângulo correspondente ao setor que representa o curso de secretariado é menor que 90°. **2. d.** Falsa.

**d.** Os estudantes de informática e logística correspondem a 25% do total de estudantes.

**3** Considerando as informações da atividade anterior, faça uma estimativa da porcentagem de estudantes correspondente a cada curso. Explique ao professor e aos colegas como você fez essas estimativas. **3.** Respostas possíveis: Enfermagem: 45%, Mecânica: 25%, Secretariado: 10%, Informática: 15% e Logística: 5%.

**2. c.** Verdadeira, pois o setor correspondente equivale a menos de $\frac{1}{4}$ do círculo.

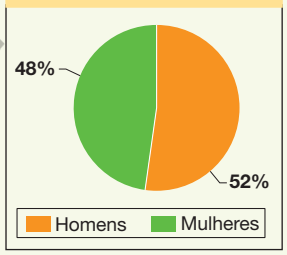


Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Na **atividade 1**, para facilitar a construção do gráfico, oriente os estudantes a arredondarem as medidas da abertura dos ângulos centrais para a unidade mais próxima. Chame a atenção da turma para o fato de que a soma das medidas da abertura dos ângulos centrais deve ser igual a 360°. Assim, espera-se que eles calculem que os ângulos centrais dos setores correspondentes, respectivamente, a homens e a mulheres têm medida de abertura de 188° e 172°.

Resposta da **atividade 1**:

**Distribuição da população de Borá em 2022, por sexo**




ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

**Fonte:** elaborado com base em IBGE. **Censo demográfico 2022**. Rio de Janeiro: IBGE, 2022.

Para complementar o trabalho com esta seção, organize os estudantes em duplas para fazer uma pesquisa na escola sobre um tema escolhido por eles. Depois, oriente-os a organizar os dados obtidos e a representar esses dados por meio de um gráfico de setores. Por fim, organize uma exposição dos gráficos em murais na escola.

MODERNA

## Atividades finais do Capítulo 3

Os contextos das **atividades 2**, **3** e **5** apresentam algumas profissões. Se achar conveniente, aproveite este momento para organizar uma roda de conversa e fazer uma reflexão sobre profissões, inclusive as que os estudantes exercem ou que gostariam de exercer, contribuindo para o desenvolvimento do TCT Trabalho. Também reflita com a turma sobre a importância da Matemática, principalmente do uso do conceito de proporcionalidade, em diversas profissões.

Na **atividade 6**, em caso de dificuldades, oriente os estudantes a analisarem os valores de $x$ e de $y$ dos pontos pertencentes ao gráfico para identificarem se as grandezas relacionadas são direta ou inversamente proporcionais.

# ATIVIDADES FINAIS DO CAPÍTULO 3

**1** O quadro a seguir mostra a medida do consumo mensal de uma geladeira em kWh.

**Relação entre a quantidade de meses e a medida do consumo mensal de uma geladeira**

| **Quantidade de meses** | 1 | 2 | 4 | 7 | $y$ |
|---|---|---|---|---|---|
| **Medida do consumo mensal (em kWh)** | 38 | $x$ | 152 | 266 | 380 |

**a.** Quais são os valores de $x$ e de $y$? **1. a.** $x = 76$ e $y = 10$.

**b.** Qual seria a medida do consumo em 1 ano? **1. b.** 456 kWh

**c.** Se em determinado município o valor cobrado por kWh é de R$ 0,53, qual é o gasto mensal com o consumo de uma geladeira como esta? **1. c.** R$ 20,14

**2** Trabalhando juntas, duas artesãs produzem 15 pulseiras em 3 dias. Considerando que todas as artesãs tenham o mesmo rendimento, responda:

**a.** Quantos dias elas levarão para produzir 90 pulseiras? **2. a.** 18 dias.

**b.** Quantas pulseiras elas produzirão em 30 dias? **2. b.** 150 pulseiras.

**c.** Sabendo que elas vendem cada pulseira a R$ 45,00, em quanto tempo elas conseguirão produzir pulseiras necessárias para arrecadar R$ 8.100,00 com as vendas? **2. c.** 36 dias.

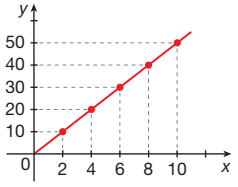
**3** Uma empresa que oferece serviços de pintura fez um orçamento em que 3 pintores realizariam um serviço em 20 dias. Quantos pintores seriam necessários para realizar esse serviço em 12 dias? Considere que todos os pintores tenham o mesmo rendimento. **3.** 5 pintores.

**4** Segundo dados do Censo Escolar 2022, 2,5 em cada 10 estudantes cursavam os anos finais do Ensino Fundamental.

Sabendo que o total de estudantes matriculados em 2022 era de 47,4 milhões, quantos estudantes aproximadamente cursavam os anos finais do Ensino Fundamental? Use uma calculadora. **4.** Aproximadamente 11.850.000 estudantes.

**5** Para pintar uma casa, misturou-se tinta branca com tinta azul na razão de 5 para 2. Sabendo que, no total, o pintor usou 21 litros de tinta, quantos litros eram de tinta branca e quantos eram de tinta azul? **5.** 15 litros de tinta branca e 6 litros de tinta azul.

**6** Observe este gráfico e responda às questões a seguir.




FERNANDO JOSÉ FERREIRA/ ARQUIVO DA EDITORA

**a.** As medidas das grandezas relacionadas pelo gráfico são diretamente ou inversamente proporcionais? Justifique.

**b.** Qual é o valor de $y$ quando $x$ é igual a 20? **6. b.** $y = 100$

**6. a.** As medidas das grandezas são diretamente proporcionais. Espera-se que os estudantes percebam que a razão entre os valores de $x$ e $y$ é sempre $\frac{1}{5}$.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

**7** Observe o registro do valor a pagar e do total de litros de etanol em uma bomba de combustível.



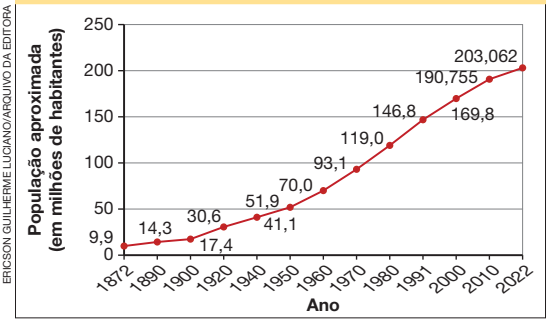

SWEETANDSOUR/ISTOCK PHOTOS/GETTY IMAGES

**a.** Se o condutor do veículo resolvesse colocar 57,2 L de etanol nesse posto de combustível, quanto ele teria de pagar? **7. a.** R$ 280,28

**b.** Qual é o preço aproximado do litro de etanol nesse posto? **7. b.** R$ 4,90

**8** Considere gráfico que apresenta o crescimento da população brasileira desde 1872.

**Evolução da população residente no país (em milhões de habitantes)**




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

**Fonte:** elaborado com base em CABRAL, Umberlândia. De 2010 a 2022, população brasileira cresce 6,5% e chega a 203,1 milhões. **Agência IBGE**, 27 out. 2023. Disponível em: https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-noticias/2012-agencia-de-noticias/noticias/37237-de-2010-a-2022-populacao-brasileira-cresce-6-5-e-chega-a-203-1-milhoes. Acesso em: 18 mar. 2024.

**a.** Em sua opinião, a que se deve esse aumento da população brasileira ao longo dos anos? **8. a.** Resposta pessoal.

**8. b.** Não, espera-se que os estudantes notem que, se assim fosse, o gráfico seria um segmento de reta.

**b.** Podemos dizer que a população brasileira cresceu de maneira diretamente proporcional ao longo dos anos? Por quê?

**c.** Podemos dizer que de 1970 a 2022 a população aumentou em quase 110 milhões de habitantes? **8. c.** Sim, pois esse aumento foi de 109.962.000 habitantes.

**d.** Pesquise a população atual do Brasil e determine de quanto foi o aumento no número de habitantes, em comparação com o ano de 2022.

**9** Após algumas pesquisas, Carlos descobriu que se descartasse 3 litros de óleo de modo incorreto, na pia de sua cozinha, ele poderia contaminar até 75 mil litros de água.

**a.** Considerando a informação obtida por Carlos, quantos litros de água poderiam ser contaminados com 23 litros de óleo? **9. a.** 575 mil litros de água.

**b.** O descarte incorreto de óleo por encanamentos, além de contaminar a rede de esgoto, pode causar sérios danos à rede de encanamento. Você sabe o modo correto de descarte de óleo? Reúna-se com um colega, façam uma pesquisa e, em seguida, compartilhem com a turma as informações que vocês encontraram.

**8. d.** A resposta dependerá do número de habitantes referente ao ano em que a atividade for realizada.

**9. b.** Espera-se que os estudantes descubram que o óleo usado pode ser armazenado e levado a pontos de coleta presentes no município.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

Na **atividade 8**, os estudantes devem interpretar um gráfico de linhas que mostra o crescimento da população brasileira de 1872 a 2022. Destaque a eles que o primeiro Censo do Brasil foi realizado em 1872 e que as pesquisas censitárias no país completaram 150 anos com o Censo de 2022.

Se achar conveniente, faça mais alguns questionamentos para a turma interpretar o gráfico apresentado, como: "De quanto foi o acréscimo de habitantes de 1872 a 2022?" (193,162 milhões de habitantes.); "Considerando dois pontos consecutivos do gráfico, entre quais anos houve maior crescimento populacional?" (Entre 1980 e 1991.).

Ao explicar que é incorreto o descarte de óleo na pia da cozinha por contaminar a água e a rede de esgoto, a **atividade 9** trabalha o TCT Educação Ambiental e o **ODS 6** (Água potável e saneamento). Se possível, quando os estudantes pesquisarem o modo correto de descartar o óleo, incentive-os a ampliar a busca também para o descarte de outros produtos utilizados no cotidiano, como pilhas, roupas, aparelhos eletrodomésticos etc.

## Educação financeira

Vários tipos de golpes financeiros surgem a cada ano aproveitando-se da ingenuidade das pessoas ou da vulnerabilidade de dados pessoais. Por isso, é necessário abordar com os estudantes alguns tipos de golpes financeiros e como evitá-los.

Oriente os estudantes a se prepararem antecipadamente realizando a leitura do texto desta seção em casa. Solicite que registrem no caderno aspectos que julgarem pertinentes para serem abordados em sala de aula.

No dia combinado, organize os estudantes em uma roda para que compartilhem suas experiências, sempre tomando cuidado e orientando-os para que haja respeito entre eles durante a conversa. Solicite a um deles que leia o texto apresentado e, em seguida, conduza algumas reflexões acerca do contexto abordado. Nesse momento, as trocas de vivências são muito importantes, pois os estudantes perceberão que todos podem contribuir de alguma maneira e aprender com as experiências dos colegas.



# Golpes financeiros: o que são e como evitar

Os golpes financeiros são ações fraudulentas ou enganosas que pessoas mal-intencionadas aplicam em suas vítimas com o objetivo de obter dinheiro de forma ilegal.

Existem muitos tipos de golpes que vêm crescendo e se aperfeiçoando com muita criatividade por parte dos golpistas. Assim como o número dos prejudicados, que também só aumentam. Além do prejuízo financeiro, os golpes causam danos psicológicos a quem passou por esse tipo de situação.

A maioria dos golpes acontece por meio dos *smartphones*, mas ainda existem aqueles golpes mais antigos, com novas abordagens, no qual o contato entre o criminoso e a vítima é pessoalmente.

A seguir, citamos alguns exemplos de golpes.

**Contra aposentados:** Um dos golpes mais comuns é onde os criminosos contatam suas vítimas por telefone, se passando por funcionários de órgãos públicos, a fim de renovar cadastro, alegando que se não o fizer perderão o benefício do INSS. Com os dados confirmados, os criminosos podem realizar fraudes financeiras, inclusive contratando empréstimos consignados em que o aposentado fica com a dívida e o golpista com o valor disponibilizado.

**Envolvendo o Pix:** Há diferentes formas de esse tipo de golpe ser aplicado. Uma delas é o golpista orientar o usuário a registrar suas chaves Pix em *sites* falsos, ou então clicar em um *link* que irá instalar algum programa de recuperação de senhas, sem que a vítima perceba. Também é comum anúncios de grandes lojas com promoções falsas, onde somente após finalizar o Pix a pessoa se dá conta que foi enganada.

**Amigo/familiar pedindo dinheiro por mensagem:** Nesse golpe os fraudadores utilizam fotos e dados públicos da vítima para se passar por ela, enviar mensagem aos amigos e familiares informando que trocou de número de celular e inventando uma história comovente para pedir dinheiro emprestado.

**Extravio do cartão:** Durante a troca de cartão vencido ou no pedido de um novo cartão, os criminosos furtam a correspondência contendo o cartão, ligam para o usuário se passando pelo funcionário do banco avisando sobre o atraso na entrega, confirmando alguns dados para resolver o suposto problema e então com as informações necessárias conseguem desbloquear e fazer uso, até que a vítima se dê conta da enganação.

**Pirâmide financeira:** Os criminosos assediam pessoas para pagar um valor e entrar no esquema, com a promessa de ganharem muito dinheiro em curto prazo. Essas pessoas devem recrutar outras para também investirem. O dinheiro investido não é usado para gerar lucros reais, mas sim para pagar os retornos das pessoas que entraram antes. Quando não há mais pessoas suficientes para entrar, o esquema entra em colapso, e a maioria dos investidores perde dinheiro.



ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

Esquema da pirâmide financeira.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



100

## Como prevenir:

- Uma das formas de evitar cair em um golpe financeiro é não passar adiante os dados pessoais, como CPF, RG, número de conta corrente, data de nascimento e outros.
- Sempre que algum aposentado ou pensionista precisa atualizar seu cadastro ou fazer a prova de vida, ir pessoalmente até a agência em que recebe seu benefício para fazê-lo, ou ainda acessar a plataforma Gov.br na aba Meu INSS. Por telefone o número é o 135.
- Não envie dinheiro a pedido de amigos/familiares, principalmente para contas de pessoas que você nem conhece. Telefone antes para a pessoa se certificando que foi ela mesma que fez a solicitação.
- Desconfie de preços muito abaixo do mercado. Pesquise se a loja ou empresa realmente existe. Consulte se a empresa possui reclamações em *sites* especializados, como o consumidor.gov.br.
- Não clique em *links* suspeitos enviados por mensagens de instituições financeiras ou empresas.
- Não aceite ajuda de estranhos para fazer pagamentos, saques e outras transações no caixa eletrônico.
- Nunca faça pagamentos com promessas de receber valores ainda maiores mais tarde.

Independentemente do tipo de golpe, a informação é o melhor meio de evitá-los, por isso antes de acreditar, clicar em algum *link* ou tomar qualquer outra ação esse assunto, informe-se bem.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

**1.** Aproximadamente 3,9% da população.

**1** Segundo dados Censo 2022 do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), o Brasil tinha 203.062.512 habitantes. De acordo com a seguinte notícia, que é do final do mesmo ano, calcule o percentual de pessoas que foram vítimas de golpes financeiros com base no número de habitantes de 2022.

**Mais de 8 milhões de brasileiros foram vítimas de golpes financeiros**

O SPC estima este número em um intervalo de 12 meses

ERIGSON GUILHERME LUCIANO/ ARQUIVO DA EDITORA

LEON, Lucas Pordeus. Mais de 8 milhões de brasileiros foram vítimas de golpes financeiros. **Agência IBGE**, Brasília, DF, 25 dez. 2022. Disponível em: https://agenciabrasil.ebc.com.br/radioagencia-nacional/economia/audio/2022-12/mais-de-8-milhoes-de-brasileiros-foram-vitimas-de-golpes-financeiros. Acesso em: 18 mar. 2024.

**2** Reúna-se em grupo com os colegas e conversem sobre as questões a seguir.

**a.** Você já sofreu ou conhece alguém que tenha sofrido algum golpe financeiro? Como aconteceu e como se sentiu depois disso? **2. a.** Respostas pessoais.

**b.** Além das dicas de como evitar os golpes, citadas no texto, quais outras você sugere para escapar desse problema? **2. b.** Resposta pessoal.



## Sugestão de leitura

AZEVEDO, Bernardo de; JACOB, Rafael Rios Chaia. **Golpes digitais**: como identificar, prevenir e agir contra ameaças virtuais. São Paulo: Thomson Reuters; Revista dos Tribunais, 2023.

Esse livro tem como objetivo tornar o leitor capacitado para navegar com segurança no mundo digital, evitando ameaças virtuais.

Ao apresentar informações para os estudantes prevenirem-se contra os golpes financeiros, esta seção contempla o TCT Educação financeira. Assim, eles terão condições de tomar decisões mais conscientes se sofrerem uma tentativa de golpe.

Na **atividade 1**, observe a capacidade dos estudantes de interpretar o texto apresentado e retirar os dados necessários, além das estratégias usadas por eles para resolvê-la. Ao final, incentive-os a compartilhar as ideias com a turma. Na lousa, você pode apresentar esta resolução usando regra de três simples:

Seja $x$ o percentual de vítimas de golpes financeiros em 2022, temos:

$$\frac{203.062.512}{8.000.000} = \frac{100\%}{x}$$

Aplicando a propriedade fundamental das proporções, temos:

$$203.062.512 \cdot x =$$
$$= 8.000.000 \cdot 100\%$$
$$203.062.512x =$$
$$= 8.000.000$$
$$x = \frac{8.000.000}{203.062.512}$$
$$x \simeq 0{,}039 = 3{,}9\%$$

Na **atividade 2**, caso algum deles queria compartilhar a própria experiência com a turma, tome cuidado para que haja respeito entre eles durante a conversa e não ocorra *bullying*. Para o **item b**, o *site* https://antifraudes.febraban.org.br/ (acesso em: 28 abr. 2024) pode ser indicado como referência.

MODERNA

## Avaliação do Capítulo 3

### Revisando o conteúdo

Neste capítulo, a ferramenta de revisão utilizada foi uma lista. Um modo de complementar e torná-la mais próxima da realidade dos estudantes é, no **item b**, pedir a eles que indiquem exemplos cotidianos para cada conteúdo.

Nesta seção, uma sugestão de trabalho é organizar a turma em duplas e solicitar o uso de outra ferramenta de revisão para apresentar o conteúdo deste capítulo. Para isso, podem apresentar exemplos, cálculos, desenhos, situações-problema, operações, definições ou outros recursos que preferirem.

### Aplicando seus conhecimentos

Neste tópico, é fundamental não focar apenas a verificação das respostas, atentando principalmente para o desenvolvimento do raciocínio da turma. Por isso, acompanhe a resolução das atividades para observar como o conhecimento prévio dos estudantes e os aprendizados escolares influenciaram nas estratégias empregadas.

# AVALIAÇÃO DO CAPÍTULO 3

## Revisando o conteúdo

Para organizar o conteúdo estudado, podemos utilizar algumas ferramentas de revisão. Para esse capítulo, vamos fazer uma lista. Acompanhe a seguir:

- Grandeza é a característica de um corpo que pode ser medida e representada por um número seguido de uma unidade de medida.
- Sentenças matemáticas que expressam uma igualdade entre duas razões são chamadas de proporções.
- A propriedade fundamental das proporções define que em toda proporção, dados $a$, $b$, $c$ e $d$ não nulos, com $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, temos $a \cdot d = b \cdot c$.
- Duas grandezas são diretamente proporcionais quando variam sempre na mesma razão e duas grandezas são inversamente proporcionais quando uma varia sempre na razão inversa da outra.

**a.** Quais dos conceitos recordados você compreendeu melhor? Quais teve dificuldades? **a.** Respostas pessoais.

**b.** Crie exemplos para cada conceito recordado anteriormente. Depois, compartilhe com os colegas. **b.** Resposta pessoal.

## Aplicando seus conhecimentos

**1** Indique a alternativa que apresente apenas grandezas. **1.** Alternativa **c**.

**a.** massa, área, centímetro e velocidade.

**b.** minuto, comprimento, perímetro e área.

**c.** tempo, temperatura, comprimento e massa.

**d.** temperatura, velocidade, quilômetro e área.

**2** Sabendo que 126 está para $x$ assim como 756 está para 558, qual é o valor de $x$? **2.** Alternativa **b**.

**a.** 6 **c.** 212

**b.** 93 **d.** 315

**3** Caio lê 20 páginas de um livro a cada 35 minutos. Quanto tempo ele levaria para ler um livro de 320 páginas? **3.** Alternativa **d**.

**a.** 55 min **c.** 2 h 18 min

**b.** 1 h 45 min **d.** 9 h 20 min

102

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

A **atividade 1** apresenta grandezas e unidades de medidas nas alternativas para que a turma identifique qual delas é composta apenas de grandezas. Em caso de dificuldades, leia cada item com eles e auxilie-os a identificar que centímetro e quilômetro são unidades de medida de comprimento, e minuto é uma unidade de medida de tempo.

As **atividades 2** e **3** trabalham conceitos de proporcionalidade.

Na **atividade 2**, se necessário, questione os estudantes sobre qual proporção foi dada no enunciado e, seguindo as orientações da turma, escreva-a na lousa.

Na **atividade 3**, a conversão de minutos em horas pode causar dificuldades, então relembre a relação entre essas unidades de medida de tempo: 1 h = 60 min.

**4** Em um mapa, ao medir com uma régua graduada a medida da distância entre os municípios Aracatu e Milagres, ambos localizados no estado da Bahia, a medida encontrada foi 1,22 cm. Sabendo que a escala desse mapa é 1 : 20.000.000, qual é a medida da distância real entre esses municípios? **4.** Alternativa **c**.

**a.** 61 km **b.** 122 km **c.** 244 km **d.** 356 km

**5** Em uma fábrica, 5 máquinas produzem determinada quantidade de um produto em 3 horas. Em quanto tempo 12 máquinas produziriam a mesma quantidade desse produto? Considere que todas as máquinas têm a mesma autonomia.

**5.** Alternativa **b**.

**a.** 15 min **b.** 1 h 15 min **c.** 4 h 30 min **d.** 7 h 12 min

**6** João é feirante. Em sua barraca, 1 dúzia de mexericas custa 12 reais. Admitindo que o preço é diretamente proporcional à quantidade de mexericas, quanto um cliente deve pagar por 4 dúzias e meia de mexericas? **6.** Alternativa **c**.

**a.** R$ 42,00 **b.** R$ 45,00 **c.** R$ 54,00 **d.** R$ 60,00

**7** Uma torneira fornece 36 litros de água por minuto e enche um reservatório em 54 minutos. Três torneiras iguais a essa encheriam esse reservatório em quantos minutos?

**7.** Alternativa **b**.

**a.** 12 minutos. **b.** 18 minutos. **c.** 108 minutos. **d.** 162 minutos.

**8** Um padeiro fabrica 200 pães utilizando 5 kg de farinha de trigo. Quantos pães ele produzirá com uma saca de 60 kg de farinha de trigo? **8.** Alternativa **c**.

**a.** 600 pães. **b.** 1.200 pães. **c.** 2.400 pães. **d.** 4.800 pães.

**9** Se 6 $m^2$ de determinado tecido custam R$ 124,50, então quantos metros quadrados de tecido é possível comprar com R$ 87,15? **9.** Alternativa **b**.

**a.** 1,60 $m^2$ **b.** 4,20 $m^2$ **c.** 14,52 $m^2$ **d.** 20,75 $m^2$

Se você teve dificuldade em alguma atividade, consulte este quadro e verifique o que precisa estudar novamente para auxiliá-lo na resolução de cada atividade.

**Tópicos deste capítulo abordados nas atividades**

| Atividades | Tópicos relacionados |
|---|---|
| 1, 3, 4, 5, 7, 8 e 9 | Grandezas e medidas |
| 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 | Proporcionalidade |
| 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 | Regra de três simples |



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Leia a **atividade 6** com a turma, destacando que deve ser calculado o valor de 4 dúzias e meia, pois eles podem perder a informação da meia dúzia por não estar expressa com algarismos.

Ao final das atividades, oriente-os a retomar os tópicos em que tiveram mais dúvidas e a refazer as atividades nas quais tiveram mais dificuldades. Após isso, se os estudantes continuarem com problemas, permita que conversem com os colegas e, circulando pela sala, auxilie-os a revisar os assuntos deste capítulo. Além disso, aproveite este momento para valorizar o esforço deles e para incentivá-los a continuar estudando mesmo diante das dificuldades.

As atividades desta página retomam o assunto proporcionalidade em situações que podem ser resolvidas por meio de regra de três simples. No entanto, se possível, incentive o uso de estratégias pessoais, e não apenas dos processos estudados neste capítulo.

Caso os estudantes apresentem dificuldades para identificar se as grandezas presentes nas atividades são direta ou inversamente proporcionais, leia os enunciados com a turma e, coletivamente, identifiquem o tipo de proporção antes de começarem as resoluções. Espera-se que percebam que as **atividades 4**, **6**, **8** e **9** têm grandezas diretamente proporcionais, e as **atividades 5** e **7** têm grandezas inversamente proporcionais.

Na **atividade 4**, verifique como a turma converte a medida em centímetros para a unidade de medida quilômetro. Se for preciso auxiliá-los, apresente estas relações entre unidades de medida de comprimento:

100 cm = 1 m

1 km = 1.000 m

A **atividade 5** pode ser resolvida com a medida de tempo em horas ou em minutos. Verifique a preferência dos estudantes e, se possível, desafie-os a resolver essa atividade uma segunda vez, agora usando a unidade de medida que não haviam utilizado.

## Orientações para o Capítulo 4

Quando nos referimos a algumas construções, desde as mais simples até as mais elaboradas e complexas, é comum usarmos as figuras geométricas para descrevê-las.

Nesse sentido, a abertura deste capítulo tem por objetivo abordar os conhecimentos geométricos que estão integrados nas construções, levando os estudantes a reconhecer estruturas cujos formatos se parecem com poliedros e corpos redondos. Esse estudo se justifica pela importância de eles reconhecerem que os conhecimentos matemáticos estão inseridos em outras áreas de conhecimento, nesse caso, na Arquitetura, contribuindo para o seu crescimento pessoal e profissional.

CAPÍTULO 4

# Sólidos geométricos e volumes



ANGELO FERRARIS/SHUTTERSTOCK

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Congresso Nacional, Brasília (DF). Foto de 2019.

**Neste capítulo você vai:**

- reconhecer elementos de um poliedro;
- calcular a medida do volume de poliedros;
- resolver problemas envolvendo a medida do volume de cilindros;
- calcular a medida da área do círculo.

O prédio do Congresso Nacional foi projetado pelo arquiteto Oscar Niemeyer e inaugurado em 21 de abril de 1960 pelo então presidente da República, Juscelino Kubitschek. Ele abriga a sede do Congresso Nacional, onde senadores (que trabalham na cúpula virada para baixo) e deputados (que trabalham na cúpula virada para cima) elaboram as leis do país.

Observe na foto que os formatos presentes nessa construção se parecem com poliedros e corpos redondos. Você conhece outra construção que se parece com um poliedro? E com um corpo redondo?

Você já observou que os edifícios de um município, em geral, têm o formato de blocos retangulares? Em sua opinião, por que isso acontece?

**Abertura:** Respostas pessoais.

104

Aborde com os estudantes a fotografia do Congresso Nacional, projetado por Oscar Niemeyer, e procure incentivá-los a reconhecer os elementos de Geometria presentes nessa obra. Aproveite também para fazer um levantamento prévio dos conhecimentos dos estudantes sobre elementos de poliedros. Pergunte em quais situações podemos observar formatos que se parecem com os sólidos geométricos.

Se julgar conveniente, peça aos estudantes que façam uma pesquisa sobre outras construções que foram projetadas por Oscar Niemeyer e levem imagens delas para a sala de aula. Instigue-os a identificar o que há em comum nessas obras.

# Sólidos geométricos

Na arquitetura, podemos identificar estruturas de diferentes formatos que dão a ideia de **figuras geométricas não planas** ou de **sólidos geométricos**. Observe.



ROBERTO DZIURA JR./ALAMY/FOTOARENA

Catedral de Nossa Senhora da Glória, em Maringá (PR). Foto de 2022.



XM4THX/SHUTTERSTOCK

Museu de Arte de São Paulo (Masp), em São Paulo (SP). Foto de 2021.



ERICH SACCO/SHUTTERSTOCK

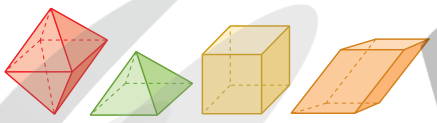
Centro Cultural Oscar Niemeyer, em Goiânia (GO). Foto de 2021.



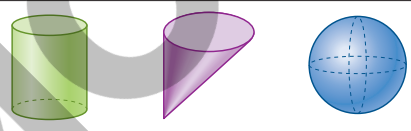
ALEJANDRO ZAMBRANA/SHUTTERSTOCK

Detalhe da sede da Procuradoria Geral da República, em Brasília (DF). Foto de 2022.

Entre outros tipos de sólidos geométricos, podemos destacar os **poliedros** e os **corpos redondos**.



O octaedro, a pirâmide, o cubo e o paralelepípedo são exemplos de poliedros.



O cilindro, o cone e a esfera são os sólidos geométricos chamados corpos redondos.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Quais das construções nas fotos apresentadas nesta página têm formato que pode ser associado a algum poliedro? E a corpos redondos?

**Atividade oral:** Resposta no **Manual do professor**.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

## Sólidos geométricos

O objetivo deste tópico é levar os estudantes a reconhecer e identificar em algumas estruturas e construções a presença de diferentes formatos que podem ser associados à figuras geométricas não planas. Esse estudo se justifica pela importância de os estudantes reconhecerem a existência desses formatos, auxiliando no entendimento de outras áreas do conhecimento e na percepção do mundo em que estão inseridos.

Peça aos estudantes que descrevam as construções das fotos procurando por detalhes comuns entre elas. É possível que notem que algumas têm contornos curvos e outras não.

Na **atividade oral**, espera-se que eles associem o formato do Museu de Arte de São Paulo a um poliedro (um prisma ou paralelepípedo), e os formatos das demais construções arquitetônicas – a Catedral de Nossa Senhora da Glória, o Centro Cultural Oscar Niemeyer e o detalhe da sede da Procuradoria Geral da República – sejam associados a corpos redondos.

## Sugestão de atividade

Solicite aos estudantes que pesquisem construções arquitetônicas. Para isso, organize-os em pequenos grupos e peça a cada grupo que pesquise uma construção arquitetônica, de modo que elas sejam diferentes para cada um. Algumas sugestões de pesquisa são: Taj Mahal na Índia; Sydney Opera House na Austrália; Catedral de São Basílio na Rússia; Mesquita Imam no Irã; Kaufmann Residence ou Fallingwater na Pensilvânia; Casas cúbicas na Holanda, entre outras.

Oriente-os a pesquisar a localização dessas construções, um pouco da história e os elementos geométricos que há em cada uma. Eles também podem apresentar imagens para mostrar seus formatos. Combine um dia com os estudantes para que possam apresentar suas pesquisas para a turma. Leve-os a refletir sobre a importância dos conhecimentos geométricos para que essas construções pudessem ser feitas. Por fim, exponha esses trabalhos em murais na escola.

## Atividade resolvida

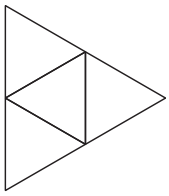
Uma sugestão para complementar esta atividade é providenciar antecipadamente alguns moldes de planificações das superfícies de sólidos geométricos, como pirâmides, prismas, cones e cilindros. Comente com os estudantes que essas planificações são uma maneira de representar as superfícies do sólido geométrico em um plano; portanto, é preciso construir essas superfícies respeitando suas medidas. Aproveite as planificações das superfícies dos sólidos geométricos e trabalhe algumas de suas características. Por exemplo:

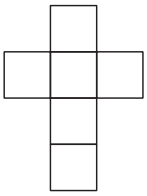
**1.** Uma pirâmide tem uma base poligonal e faces laterais triangulares. Então, se a pirâmide for de base quadrada, por exemplo, ela terá quatro faces triangulares, se a base for um pentágono terá cinco faces triangulares. Leve os estudantes a perceber que a quantidade de triângulos da planificação de uma pirâmide (exceto a de base triangular) sempre será igual à quantidade de lados do polígono de sua base.

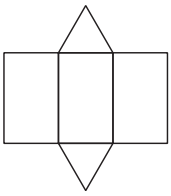
**2.** Um prisma tem duas bases poligonais congruentes e faces laterais que são paralelogramos. Então, se o prisma tiver as bases pentagonais, por exemplo, sua planificação terá cinco faces com formato de paralelogramo; se tiver as bases triangulares, terá três faces com formato de paralelogramo mais as duas bases.

### Atividade resolvida

**(Encceja PPL EM 2018)** Durante uma feira de matemática em uma escola, os alunos resolveram oferecer lembrancinhas em forma de sólidos geométricos. Foram disponibilizados, para a confecção das lembrancinhas, moldes planificados nos formatos representados nas figuras.


Figura 1


Figura 2


Figura 3

ILUSTRAÇÕES: ORARPICART/ARQUIVO DA EDITORA

Os sólidos que correspondem às planificações apresentadas, respectivamente, nas figuras 1, 2 e 3 são

**a.** pirâmide de base triangular, cubo e prisma de base triangular.

**b.** prisma de base triangular, prisma de base hexagonal e pirâmide de base triangular.

**c.** pirâmide de base triangular, prisma de base hexagonal e prisma de base triangular.

**d.** prisma de base triangular, cubo e prisma de base pentagonal.

#### Resolução

Observando a figura 1, percebemos que ela é formada apenas por triângulos, o que indica que é a planificação da superfície de uma pirâmide, e não de um prisma, uma vez que os prismas têm as faces laterais retangulares. Dessa maneira, é possível eliminar as alternativas **b** e **d**.

Observando a figura 2, percebemos que ela é formada apenas por quadrados; como são 6 quadrados e observando a disposição dos quadrados, trata-se da planificação da superfície de um cubo. Assim, eliminamos a alternativa **c**.

A figura 3 é formada por retângulos e triângulos. Os triângulos correspondem às bases do sólido, e os retângulos, às faces laterais, ou seja, trata-se da planificação da superfície de um prisma de base triangular.

Portanto, a figura 1 corresponde à planificação da superfície de uma pirâmide de base triangular, a figura 2 à planificação da superfície de um cubo, e a figura 3 à planificação da superfície de um prisma de base triangular. Assim, a alternativa **a** é a resposta correta desta atividade.

Na planificação da superfície de alguma pirâmide pode haver um polígono que não seja triângulo?

**Atividade oral:** Sim; um exemplo é uma pirâmide de base quadrada, que tem a planificação de sua superfície composta de quatro triângulos e um quadrado.

106

**3.** A planificação de um cone é formada por um círculo (base) e um setor circular (superfície).

Trabalhe essas e outras características das planificações das superfícies dos sólidos geométricos sempre instigando os estudantes a observarem e exporem suas ideias.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

# Poliedros

Você já observou alguma rua pavimentada com paralelepípedos? Houve um tempo em que as ruas de muitas cidades brasileiras eram assim, mas passaram a ser pavimentadas com asfalto.

O material usado na pavimentação geralmente é um bloco de pedra que tem o formato parecido com o de um **poliedro** chamado **paralelepípedo** ou **bloco retangular**.

**Poliedro** é uma palavra de origem grega que significa "que tem muitas faces".



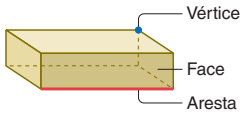
LUIZ HYBIAN/SHUTTERSTOCK

Estrada da Graciosa, Quatro Barras (PR). Foto de 2021.

Observe nas figuras a seguir um desses blocos de pedra e a representação de um bloco retangular.



BOGDAN IONESCU/ SHUTTERSTOCK




ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

Note que a superfície do bloco retangular é formada por seis partes retangulares chamadas **faces**. O segmento comum a duas faces é chamado **aresta**, e os pontos de encontro das arestas são chamados **vértices**.

**Atividade oral:** 6 faces, 12 arestas e 8 vértices.

Quantas faces, arestas e vértices tem um bloco retangular?

ODS 11

### Asfalto ou paralelepípedo?

Segundo especialistas em pavimentação, por ser mais aderente nos períodos de chuva, o asfalto é mais recomendado em vias de alta velocidade, mas a desvantagem desse material é sua baixa durabilidade e a necessidade do recapeamento em intervalos curtos.

Já a pavimentação com blocos de pedra, também conhecidos como paralelepípedos, oferece menos aderência em dias de chuva, mas esse material é mais resistente, durável, absorve mais água e tem menor impacto ambiental. Além disso, a vegetação que cresce nos espaços entre os blocos reduz a irradiação solar e, consequentemente, a sensação térmica em dias de calor.

**Fonte:** elaborado com base em ASSOCIAÇÃO DE ENGENHARIA, ARQUITETURA E AGRONOMIA DE RIBEIRÃO PRETO (AEAARP). Asfalto ou paralelepípedo? **Revista Painel**, Ribeirão Preto, v. 12, n. 291, p. 5-9, jun. 2019.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

## Asfalto ou paralelepípedo?

O texto apresentado nesta página aborda aspectos acerca das vantagens e desvantagens de escolher asfalto ou paralelepípedo em pavimentações urbanas. O desenvolvimento do tema alinha-se com o **ODS 11** (Cidades e comunidades sustentáveis) ao promover uma reflexão acerca de um ambiente urbano mais sustentável e adaptado às mudanças climáticas.

## Poliedros

O objetivo deste tópico é levar os estudantes a identificar os poliedros reconhecendo seus elementos por meio de análise da quantidade de vértices, faces e arestas. Esse estudo se justifica pela importância de os estudantes reconhecerem que no cotidiano há inúmeros objetos ou estruturas com formato de poliedros.

MODERNA

## Atividade resolvida

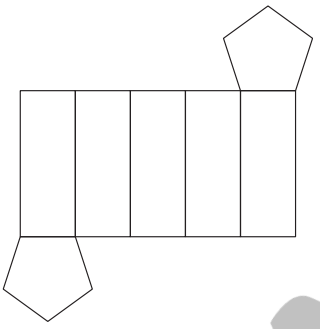
Esta atividade propõe que os estudantes determinem a quantidade de arestas de uma embalagem no formato de um prisma pentagonal a partir da planificação de sua superfície. Pergunte se eles teriam outra estratégia para determinar a quantidade de arestas desse sólido geométrico.

Aproveite para perguntar quantas arestas haveria se essa embalagem fosse no formato de um prisma de base quadrada, de um prisma de base triangular, de uma pirâmide de base hexagonal, entre outras.

Verifique se estão calculando corretamente a quantidade de arestas dos sólidos geométricos e aproveite para abordar também a quantidade de vértices e de faces desses mesmos sólidos. Caso os estudantes tenham dificuldades, considere levar para a sala de aula as planificações sugeridas anteriormente.

### Atividade resolvida

**(Enem PPL 2014)** Um lojista adquiriu novas embalagens para presentes que serão distribuídas aos seus clientes. As embalagens foram entregues para serem montadas e têm a forma dada pela figura.



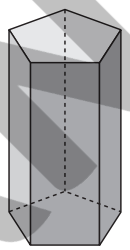
Após montadas, as embalagens formarão um sólido com quantas arestas?

**a.** 10 **c.** 14 **e.** 16

**b.** 12 **d.** 15

**Resolução**

A embalagem montada pode ser associada à superfície de um prisma de base pentagonal.



Ao analisar esse sólido geométrico, percebemos que ele possui 5 arestas relativas a cada base pentagonal e outras 5 arestas relativas às faces laterais.

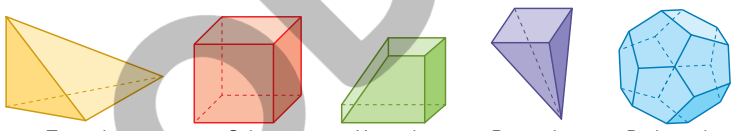
Portanto, a embalagem pode ser associada à superfície de um sólido geométrico que tem 15 arestas.

Assim, a alternativa **d** é a resposta correta desta atividade.

ILUSTRAÇÕES: GRAFICOART/ARQUIVO DA EDITORA

### Atividade

**1** Observe os poliedros representados a seguir.




**a.** Determine quantos vértices, arestas e faces tem cada poliedro representado e organize essas informações em um quadro.

**1. a.** Resposta no **Manual do professor.**

**b.** Para cada poliedro, adicione o número de vértices ao número de faces. Compare essa soma com o número de arestas do poliedro. Escreva uma expressão matemática que estabeleça uma relação entre a soma obtida e o número de arestas de cada poliedro.

**1. b.** total de vértices + total de faces = total de arestas + 2

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



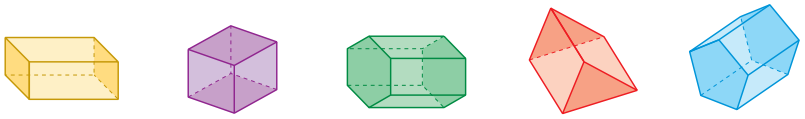
## Atividade

Na **atividade 1**, os estudantes devem estabelecer relações entre a quantidade de vértices, faces e arestas de alguns poliedros. A organização dos dados em um quadro facilita a visualização para o estabelecimento de regularidades. Eles devem perceber que o número de vértices mais o número de faces de um poliedro é igual ao número de arestas acrescido de 2. A resposta do **item a** da **atividade 1** está nas Orientações específicas para o desenvolvimento dos capítulos.

Se julgar conveniente, solicite que façam uma pesquisa sobre os poliedros de Platão. Peça que pesquisem o motivo de esses poliedros terem esse nome e quais são suas características. Depois, organize uma roda de conversa para que possam compartilhar o que pesquisaram.

## Classificação dos poliedros

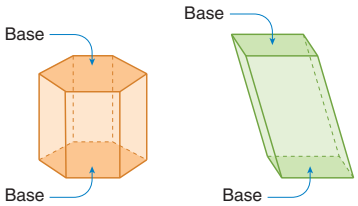
Alguns poliedros, como os representados a seguir, são chamados **prismas**.



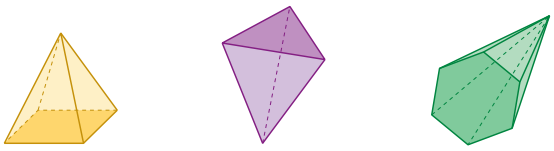
Paralelepípedo | Cubo | Prisma de base hexagonal | Prisma de base triangular | Prisma de base pentagonal

Os prismas têm paralelogramos como **faces laterais** e duas **bases** paralelas.

As bases de um prisma são polígonos de mesmo formato e de mesmo tamanho. Se pudéssemos recortar os polígonos da base e sobrepor um ao outro, eles coincidiriam. Dois polígonos que têm essa característica são chamados **congruentes**.

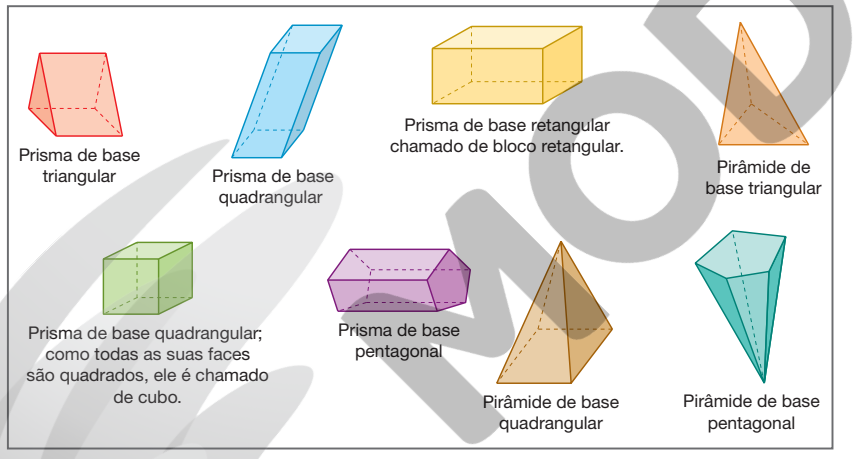



As pirâmides têm **faces laterais** em formato triangular e uma base que pode apresentar qualquer formato poligonal.



Pirâmide de base quadrada | Pirâmide de base triangular | Pirâmide de base hexagonal

Os prismas e as pirâmides podem ser classificados pelo formato do polígono da base ou podem receber um nome especial. Observe alguns exemplos.




Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA



### Classificação dos poliedros

Neste tópico, são aprofundadas as noções que os estudantes já possuem sobre essas figuras geométricas, abordando suas propriedades e desenvolvendo uma linguagem adequada ao assunto.

A classificação dos poliedros será feita analisando as características das faces dos prismas e das pirâmides. É preciso ficar atento à nomenclatura dos poliedros. Pode-se usar uma terminologia que enfatize o formato da base do prisma ou da pirâmide ou uma que indique a quantidade de faces do poliedro. Por exemplo: um prisma com as seis faces quadradas pode receber vários nomes, como cubo, bloco retangular (pois o quadrado é um retângulo), prisma de base quadrangular e, ainda, hexaedro (poliedro com seis faces). Os estudantes deverão, aos poucos, incorporar essas diferentes maneiras de nomear, utilizando cada uma conforme for mais conveniente.

Ao trabalhar com este tópico, peça aos estudantes que digam o nome de dois objetos que se parecem com prismas. Eles podem citar, por exemplo, caixa de chocolate, geladeira, caixa de sapatos, entre outros. Durante essa conversa, verifique se eles compreenderam que os prismas possuem faces laterais no formato de paralelogramo e duas bases paralelas.

MODERNA

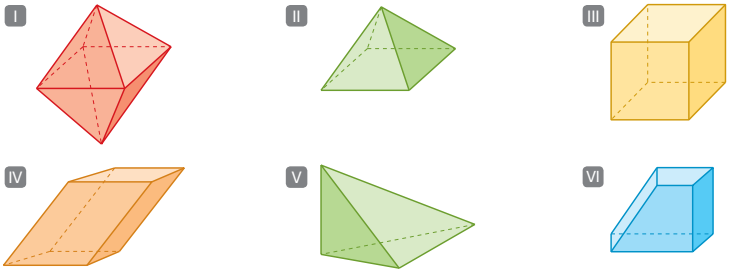
A **atividade 2** solicita aos estudantes que identifiquem prismas e pirâmides. Certifique-se de que compreenderam que os prismas possuem faces laterais apenas no formato de paralelogramo e duas bases paralelas e que as pirâmides possuem faces triangulares e apenas uma base.

Na **atividade 3**, os estudantes devem reconhecer o poliedro a partir das figuras planas que representam suas faces. Caso eles tenham dificuldade para fazer esse reconhecimento, leve, se possível, alguns objetos com formato de poliedros para a sala, incluindo objetos com o formato de paralelepípedo e de tetraedro, e solicite que manuseiem comparando suas faces com as representadas na atividade.

**2. b.** Espera-se que os estudantes levem em consideração o fato de as faces serem paralelogramos para identificar os prismas, além de estes apresentarem duas bases. No caso da identificação das pirâmides, espera-se que eles tenham levado em consideração o fato de as faces serem triângulos e de apresentarem só uma base.

## Atividades

**2** Observe os poliedros representados a seguir.




**a.** Quais são prismas? E quais são pirâmides? **2. a.** Prismas: III e IV. Pirâmides: II e V.

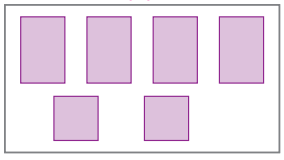
**b.** Como você identificou os prismas? E as pirâmides?

**c.** Há poliedros que não são prismas nem pirâmides? **2. c.** Sim, os poliedros I e VI.

**3** Observe, em cada item, as faces da superfície de um poliedro e escreva o nome dele.

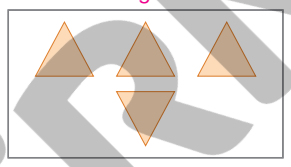
**3. a.** Paralelepípedo.

**a.**



**3. b.** Pirâmide de base triangular ou tetraedro.

**b.**



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

# Volume de prismas

Você sabe como podemos calcular a quantidade de água de uma piscina? E a quantidade de ar em um balão?

Para determinar a quantidade de água em uma piscina, ou a quantidade de ar em um balão, precisamos calcular as medidas de seus respectivos volumes, ou seja, medir o espaço que a água ocupa ao encher uma piscina e medir o espaço que o ar ocupa ao inflar um balão.



ALEXANDRE ZVEIGER/SHUTTERSTOCK

A medida do **volume** de um corpo corresponde à medida do espaço que esse corpo ocupa.



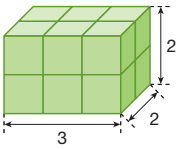
## Volume de prismas

Neste tópico, verifique se os estudantes compreendem o conceito de volume como o espaço ocupado por um corpo. Apresentamos também as unidades de medida de volume mais usuais (metro cúbico e centímetro cúbico) e a relação dessas unidades de medida de volume com o litro (unidade de medida de capacidade).

# Medida do volume de paralelepípedos

Vamos calcular a medida do volume de um paralelepípedo. Para isso, devemos comparar o espaço ocupado pelo paralelepípedo tomando como referência o espaço ocupado por um cubo, considerado nossa unidade-padrão de medida.


Unidade-padrão de medida de volume



A medida do volume desse paralelepípedo é 12 cubos.

Note que a medida do volume desse paralelepípedo pode ser dada pela seguinte multiplicação:

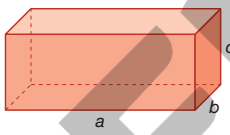
Quantidade de cubos no comprimento do paralelepípedo

$3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$

Quantidade de cubos na largura do paralelepípedo

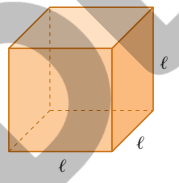
Quantidade de cubos na altura do paralelepípedo

Podemos usar esse processo para calcular a medida do volume de qualquer paralelepípedo. Assim, um paralelepípedo de medidas de comprimento $a$, de largura $b$ e de altura $c$ tem a medida de seu volume dada pela expressão a seguir.



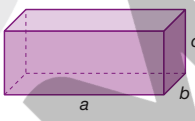

$$V = a \cdot b \cdot c$$

Como o cubo é um caso particular de paralelepípedo, a medida de seu volume é dada por:




$$V = \ell \cdot \ell \cdot \ell = \ell^3$$

Considere um paralelepípedo de medidas de comprimento $a$, de largura $b$ e de altura $c$.




**a.** Qual é a medida da área da base desse paralelepípedo?

**b.** Podemos dizer que a medida do volume desse paralelepípedo é igual ao produto da medida da área da base pela medida da altura? Justifique.

**Atividade oral:**
**a.** A resposta depende da maneira que o estudante visualiza o paralelepípedo. Assim, há três respostas possíveis para a medida da área da base: $a \cdot b$, $b \cdot c$ ou $a \cdot c$.

**b.** Sim, pois, ao considerar a medida da área da base $a \cdot b$, a medida da altura será $c$ e, portanto, a medida do volume será $V = a \cdot b \cdot c$. E, no caso de considerar a medida da área da base $b \cdot c$, a medida da altura será $a$ e, portanto, a medida do volume será $V = b \cdot c \cdot a = a \cdot b \cdot c$.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA



## Medida do volume de paralelepípedos

Ao trabalhar o conceito de medida de volume de paralelepípedos, certifique-se de que os estudantes compreenderam que o cubo é um caso particular de paralelepípedo. Verifique se eles associam a medida do volume do cubo com a potência de expoente 3, cuja base é a medida do comprimento da sua aresta.

MODERNA

## Unidades de medida de volume

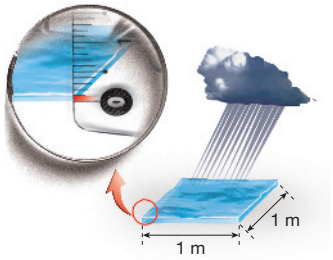
Ao trabalhar com este tópico, comente com os estudantes que as unidades de medida de volume mais usadas são: o centímetro cúbico ($cm^3$), que corresponde a um cubo com aresta medindo 1 cm de comprimento; o decímetro cúbico ($dm^3$), que corresponde a um cubo com aresta medindo 1 decímetro de comprimento; e o metro cúbico ($m^3$), que corresponde a um cubo com aresta medindo 1 metro de comprimento.

Aproveite esse momento para comentar com eles a existência do Sistema Internacional de Medidas (SI), motivado pela padronização consistente para expressar e comparar medições e pela facilidade de comunicação e compreensão universal dessas medidas, utilizadas em diferentes áreas da ciência e da tecnologia. Tais razões são essenciais para a colaboração internacional e interdisciplinar e favorecem o desenvolvimento do TCT Ciência e Tecnologia.

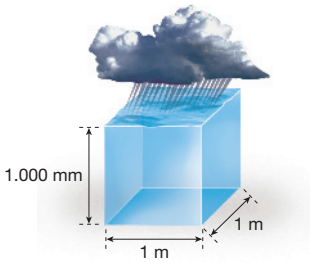
Pergunte aos estudantes se eles conhecem outras unidades de medida para medir volumes e capacidades.

# Unidades de medida de volume

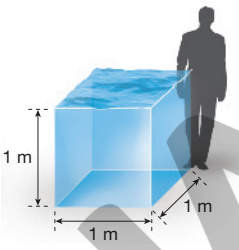
Você já pode ter acessado alguma notícia que informava que em apenas um dia choveu a quantidade de chuva esperada para o mês inteiro. Mas você já tentou descobrir como é feito o cálculo da quantidade de chuva em um período? Acompanhe as ilustrações a seguir.




Cada milímetro de chuva significa que, em uma superfície com área de medida igual a 1 metro quadrado, a água acumulada, se não escoasse, subiria a um nível de 1 mm de altura.



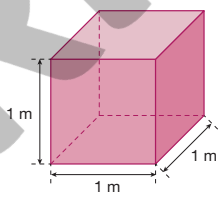

Então, uma quantidade de chuva equivalente a 1.000 mm significa que o nível da água subiria a 1.000 mm de altura.




Como 1.000 mm é o mesmo que 1 m, a água chegaria à medida de 1 metro de altura.

ILUSTRAÇÕES: EDUARDO ALEJANDRO/ARQUIVO DA EDITORA

Toda essa água que ficaria acumulada ocuparia, então, um espaço com volume de medida igual a 1 metro cúbico, ou seja, essa quantidade de água poderia encher um recipiente com o formato de um cubo com arestas de comprimento medindo 1 m, como mostrado na figura.




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Segundo o Sistema Internacional de Unidades (SI), o **metro cúbico** ($m^3$) é a unidade-padrão de medida de volume. O metro cúbico corresponde à medida do volume de um cubo cuja aresta mede 1 m de comprimento.

Outra unidade de medida de volume é o **centímetro cúbico** ($cm^3$), que corresponde à medida do volume de um cubo de aresta com comprimento de medida 1 cm.

### Relação entre volume e capacidade

Se enchermos com água uma caixa cúbica de arestas medindo 10 cm de comprimento, verificaremos que nessa caixa caberá exatamente 1 L de água. E, se enchermos outra caixa cúbica de arestas medindo 1 m de comprimento, verificaremos que nessa caixa caberão 1.000 L de água.

Assim, obtemos:

$1\ L = 1.000\ cm^3$ $\qquad$ $1.000\ L = 1\ m^3$

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



## Sugestão de leitura

INMETRO. **Resumo do Sistema Internacional de Unidades - SI**. Tradução da publicação do BIPM. Disponível em: http://www.inmetro.gov.br/consumidor/pdf/resumo_si.pdf. Acesso em: 30 abr. 2024.

### Sólidos geométricos e moinho d'água

Moinhos d'água são máquinas que se aproveitam da energia cinética produzida pela movimentação da água corrente para girar seu eixo, permitindo moer grãos, irrigar arrozais e até mesmo produzir energia elétrica. Um moinho d'água da Comunidade Quilombola de São Félix – localizada no município de Cantagalo-MG –, construído há quase um século, configura-se como elemento importante para a cultura local e funciona perfeitamente até hoje. Na utilização desse moinho d'água para moer o grão do milho e transformá-lo em fubá e canjiquinha, os moradores da comunidade adotam no cotidiano um sistema próprio de unidades de medição de volumes de fubá, canjiquinha e milho em grão. As unidades de medida de capacidade e volume utilizadas nos moinhos d'água de determinado quilombo, por exemplo, são a quarta, a meia-quarta, a neta, o prato e o meio-prato. Os instrumentos utilizados para fazer as medições nas vendas e trocas são feitos de madeira.



GLEISON BORGES

Moinho localizado na Comunidade Quilombola de São Félix, em Cantagalo (MG). À esquerda, na foto, estão sobre uma mesa de madeira, da esquerda para a direita, os recipientes cujas capacidades são meio-prato, prato, neta, meia-quarta e quarta. Foto de 2024.

O recipiente com a capacidade de uma quarta, por exemplo, equivale a quase 20.000 $cm^3$, ou seja, quase 20 litros.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

### Sólidos geométricos e moinho d'água

O texto apresentado nesta página aborda aspectos acerca de moinhos d'água, além de explicar a importância que um moinho d'água tem para a Comunidade Quilombola de São Félix (MG). Nesse sentido, é possível desenvolver o TCT Diversidade Cultural, pois destaca o saber desses povos ao apresentar instrumentos utilizados para fazer medições, mostrando um sistema próprio de unidades de medida de volume e de capacidade. Além disso, é possível abordar o TCT Educação para valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais Brasileiras, conversando com os estudantes sobre a importância das comunidades quilombolas e incentivando-os a valorizar a riqueza dessa cultura.

Uma sugestão de trabalho é realizar a leitura do texto coletivamente. Motive-os a expressarem suas experiências relacionadas ao tema, sempre tomando cuidado e orientando-os para que haja respeito entre eles. Pergunte se algum deles já teve oportunidade de conhecer esses instrumentos utilizados pela comunidade para fazer essas medições.

O tema abordado nesta página também permite uma articulação com o componente curricular História. Peça auxílio ao professor responsável por esse componente para orientar os estudantes a buscarem mais informações e imagens, em fontes como livros, revistas ou textos da internet, sobre outros aspectos interessantes da cultura quilombola. Por fim, reserve um momento no qual os estudantes possam compartilhar suas pesquisas com os demais colegas.

Nas **atividades 1** e **2**, discuta com os estudantes sobre os métodos utilizados para medição de capacidade e volume. Encoraje-os a pesquisar e discutir esses métodos, como o uso de recipientes padronizados (copos, colheres) ou unidades antigas (latas, galões, barris). Faça-os refletir sobre situações em que eles possam usar diferentes objetos para medir volume, como grãos de arroz em um recipiente ou água em uma garrafa graduada.

Observe, a seguir, outras relações.

**Principais unidades de medida de volume utilizadas em uma comunidade quilombola**

| Unidade de medida | Dimensões | Volume/Capacidade |
|---|---|---|
| Quarta | 32 cm × 31 cm × 20 cm | 19.840 $cm^3$ = 19,840 L |
| Meia-quarta | 26,5 cm × 27 cm × 14 cm | 10.017 $cm^3$ = 10,017 L |
| Neta | 18 cm × 18,5 cm × 13 cm | 4.329 $cm^3$ = 4,329 L |
| Prato | 14 cm × 15 cm × 10 cm | 2.100 $cm^3$ = 2,100 L |
| Meio-prato | 12 cm × 13 cm × 7 cm | 1.092 $cm^3$ = 1,092 L |

O saber dessas unidades de medida apresenta-se como um valioso contexto para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática além das comunidades quilombolas. As narrativas, as práticas e os costumes da Comunidade Quilombola de São Félix confirmam que a Matemática é um elemento cultural, é inerente à atividade humana.

**Fonte:** elaborado com base em: SILVA, José Fernandes *et al.* Um estudo de unidades de medidas no contexto da comunidade quilombola de São Félix em Cantagalo – MG. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 9, n. 1, p. 184-217, 2016.

Sobre o texto, responda às questões a seguir.

**1** Que outras medições de capacidade e volume você conhece? Descreva para seus colegas. **1.** Resposta pessoal.

**2** Quais instrumentos você utiliza para medições de capacidade e volume? **2.** Resposta pessoal.

**Atividade resolvida**

**(Encceja EF 2018)** Uma caixa-d'água de um estabelecimento comercial possui formato retangular e capacidade de 5.000 litros. O dono do estabelecimento precisa trocá-la por uma caixa com a mesma capacidade.

Ao observar os modelos disponíveis, constatou que eram todos de formato retangular e possuíam 2,5 metros de comprimento por 2 metros de largura.

Dessa forma, o dono do estabelecimento deverá comprar uma caixa-d'água com altura, em metro, igual a

**a.** 5,0. **b.** 1,0. **c.** 0,5. **d.** 0,1.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

## Atividade resolvida

Para esta atividade, é importante levar os estudantes a entenderem o conceito de medida de volume de um paralelepípedo retângulo e como as dimensões de comprimento, largura e altura se relacionam para determinar esse volume.

Antes de seguir com a resolução da atividade, peça aos estudantes que identifiquem as informações dadas e o que é solicitado. Após resolverem o problema, peça que reflitam sobre o processo e discutam como essa habilidade pode ser aplicada em outras situações reais.

**Resolução**

Sabe-se que 1.000 L = 1 $m^3$, assim 5.000 L correspondem a 5 $m^3$.

Do enunciado, podemos compreender que a caixa-d'água tem formato que se parece com um bloco retangular. Então, a medida de seu volume ($V$) é dado pelo produto das medidas de comprimento ($a$), de largura ($b$) e de altura ($c$):

$V = a \cdot b \cdot c$

$5 = 2{,}5 \cdot 2 \cdot c$

$5 = 5c$

$c = 1$

Portanto, a medida da altura da caixa-d'água deve ser igual a 1 metro.

Outra estratégia para a resolução da atividade é a seguinte:

A caixa-d'água que o dono do estabelecimento vai comprar tem o formato como o de um bloco retangular, ou seja, um prisma de base retangular.

A medida do volume ($v$) de um prisma de altura $h$, em relação à medida da área da base ($A$), é dada por:

$V = A \cdot h$

Como a base do prisma é um retângulo, temos que a medida da área da base é dada por:

$A = 2{,}5\ m \cdot 2\ m = 5\ m^2$

Sabe-se que a medida da capacidade da caixa-d'água é igual a 5.000 litros. Como 1.000 litros correspondem a 1 $m^3$, então, 5.000 litros correspondem a 5 $m^3$.

Dessa maneira, podemos calcular a medida da altura da caixa-d'água, fazendo:

$5 = 5 \cdot h$

$h = 1$

Portanto, a medida da altura da caixa-d'água deve ser igual a 1 metro.

Assim, a alternativa **b** é a resposta correta desta atividade.

## Atividades

**4** Qual é a medida do volume de uma caixa-d'água com o formato de um paralelepípedo de dimensões de 1 metro de largura, 2 metros de comprimento e 1,5 metro de altura? **4.** 3 $m^3$

**5** Quantos litros de água são necessários para encher um aquário de formato cúbico com lados medindo 60 centímetros? **5.** 216 L



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

### Atividades

Após o trabalho com as **atividades 4** e **5** desta página, organize os estudantes em duplas e oriente-os a elaborar uma situação-problema que envolva o cálculo da medida do volume de um paralelepípedo. Após a elaboração dos problemas, eles deverão trocar com o colega de dupla e resolvê-los e, por fim, desfazer as trocas, verificando se as respostas do colega estão corretas. Durante a realização dessa atividade, analise a organização de ideias dos estudantes, verificando sua criatividade e desenvoltura para a escrita do problema, fazendo as intervenções necessárias a fim de auxiliá-los, caso tenham dificuldades.

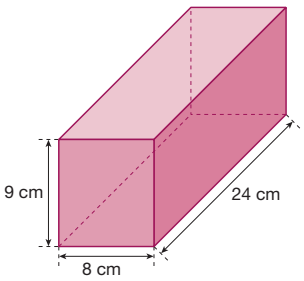
MODERNA

O contexto da **atividade 7** propicia o desenvolvimento do TCT Educação para o Consumo. A fiscalização de embalagens é uma maneira de assegurar que os direitos dos consumidores sejam respeitados. Órgãos como o Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia (Inmetro) e o Programa de Proteção e Defesa do Consumidor (Procon) desempenham papéis importantes na fiscalização das embalagens de produtos. Eles verificam se as informações fornecidas estão de acordo com as normas estabelecidas e se não há violações dos direitos do consumidor. A fiscalização eficaz ajuda a prevenir que os consumidores sejam enganados por embalagens que possam conter informações falsas ou incompletas. Isso é especialmente importante em produtos que podem afetar a saúde e a segurança dos consumidores, como alimentos e medicamentos.

## Carrossel de imagens: Embalagens

Aproveite o carrossel de imagens para ampliar o conhecimento sobre embalagens: como são classificadas e o que é importante observar nelas (material, rótulo etc.) e seu processo de estocagem, produção e descarte. Espera-se que as imagens e os textos informativos desse carrossel façam os estudantes notarem conceitos matemáticos na produção e armazenagem de embalagens, bem como a importância das etapas de uma operação logística.

**6** Observe a representação de um paralelepípedo e responda às questões.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

**a.** Qual é a medida do volume desse paralelepípedo? **6. a.** 1.728 cm³

**b.** Quanto mede a aresta de um cubo que tem a mesma medida do volume que esse paralelepípedo? **6. b.** 12 cm

**7** Um instituto de proteção aos direitos do consumidor recolheu quatro embalagens de suco (com formatos que se parecem com blocos retangulares) para analisar. Duas delas foram reprovadas por não terem medida de capacidade para conter 1 litro de suco, conforme indicado para o consumidor. As medidas da altura, da largura e do comprimento de cada embalagem estão indicadas a seguir.

| Embalagem A | Embalagem B | Embalagem C | Embalagem D |
|---|---|---|---|
| Altura: 12,5 cm<br>Largura: 10 cm<br>Comprimento: 7,5 cm | Altura: 13 cm<br>Largura: 9 cm<br>Comprimento: 8 cm | Altura: 13,5 cm<br>Largura: 11,5 cm<br>Comprimento: 6,5 cm | Altura: 18 cm<br>Largura: 12 cm<br>Comprimento: 5 cm |

Quais foram as embalagens reprovadas? Justifique sua resposta.

OBJETO DIGITAL Carrossel de imagens: Embalagens

**8** Um condomínio compra água de uma empresa para encher duas piscinas, com medidas de capacidades de 36.000 L e 15.000 L. Essa empresa sempre transporta a água em caminhões-tanque com medida de volume de 10 m³. Quantos caminhões-tanque são necessários para levar a água ao condomínio? **8.** 6 caminhões-tanque.

**9** Uma empresa de abastecimento de água potável de um município cobra tarifas diferentes para as seguintes faixas de consumo de água, no período de um mês.

**Valores cobrados, por m³, para as diferentes faixas de consumo**

| Faixa | Medida do volume de água | Tarifa cobrada |
|---|---|---|
| Faixa 1 | 0 a 10 m³ | R$ 1,00 |
| Faixa 2 | mais que 10 a 20 m³ | R$ 2,00 |
| Faixa 3 | mais que 20 a 30 m³ | R$ 3,00 |
| Faixa 4 | mais que 30 a 50 m³ | R$ 4,00 |
| Faixa 5 | Acima de 50 m³ | R$ 5,00 |

**7.** Embalagens A e B, pois só podem comportar menos de 1 litro de suco.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

Na **atividade 9**, os estudantes devem compreender como funciona a cobrança de uma empresa de abastecimento de água. Caso eles não tenham compreendido o exemplo do valor a ser pago por uma residência que consumiu 25 m³ de água, apresente outros exemplos. No **item a**, é trabalhada a relação entre volume e capacidade. Para responder ao **item b**, os estudantes devem perceber que os 37 m³ devem ser divididos em 4 faixas: 10 m³ (R$ 10,00), mais 10 m³ (R$ 20,00), mais 10 m³ (R$ 30,00) e mais 7 m³ (R$ 28,00). Assim, devem concluir que o valor a ser pago será de R$ 88,00. No **item c**, ao ser retomado o cálculo com porcentagem, valorize as estratégias utilizadas pelos estudantes para esse cálculo.

Observe como calcular o valor a ser pago por uma residência que consumiu 25 m³ de água em um mês e responda às questões.

| | |
|---|---|
| Faixa 1: 10 m³ | → 10 · R$ 1,00 = R$ 10,00 |
| Faixa 2: 10 m³ | → 10 · R$ 2,00 = R$ 20,00 |
| Faixa 3: 5 m³ | → 5 · R$ 3,00 = R$ 15,00 |
| Total a pagar pelo consumo de 25 m³ de água: | |
| R$ 10,00 + R$ 20,00 + R$ 15,00 = R$ 45,00 | |

**a.** Quantos litros de água correspondem a 25 m³ de água? **9. a.** 25.000 L

**b.** Quanto pagará, pelo consumo de água, uma residência que consumiu 37 m³ em um mês? **9. b.** R$ 88,00

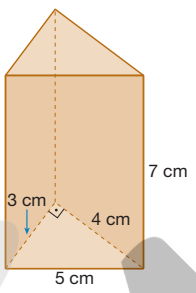
**c.** O valor cobrado pelo serviço de esgoto equivale a 80% do valor cobrado pelo consumo de água. Quanto pagarão essas duas residências pelo serviço de esgoto? **9. c.** A residência que consumiu 25 m³ pagará R$ 36,00. A residência que consumiu 37 m³ pagará R$ 70,40.

## Medida do volume de um prisma qualquer

Pode-se comprovar que a medida do volume de qualquer prisma é igual ao produto da medida da área da base pela medida da altura ($h$):

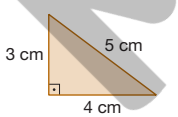
$$V_{prisma} = A_{base} \cdot h$$

Acompanhe como calcular a medida do volume do prisma de base triangular representado a seguir.




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Observe que a base desse prisma é um triângulo retângulo cujo comprimento dos lados mede 3 cm, 4 cm e 5 cm, conforme representado a seguir.




Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



### Sugestão de leitura

PATERLINI, Roberto Ribeiro. Os "teoremas" de Cavalieri. **Revista do Professor de Matemática**, n. 72, p. 43-47, 2010.

### Sugestão de vídeo

M3 MATEMÁTICA MULTIMÍDIA. **3, 2, 1 – mistério**. YouTube, 12 mar. 2012. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=2pP9aR4nkQc. Acesso em: 3 maio 2024.

### Medida do volume de um prisma qualquer

Neste tópico, os estudantes aprendem que a medida do volume de um prisma qualquer é igual à medida da área da base do prisma multiplicada pela medida de sua altura. A justificativa para esse cálculo é baseada no princípio de Cavalieri. Para aprofundar esse tema, sugerimos a leitura do artigo e o vídeo indicados a seguir.

MODERNA

## Atividades

No **item a** da **atividade 10**, os estudantes devem perceber que a base do prisma apresentado é um triângulo retângulo com altura medindo 1 cm e base medindo 1,5 cm de comprimento. Assim, a medida da área da base desse prisma pode ser calculada da seguinte maneira:

$$A_{base} = \frac{1{,}5 \cdot 1}{2} = 0{,}75$$

Portanto, a medida da área da base desse prisma é 0,75 $cm^2$. Desse modo, a medida do volume, em $cm^3$, do prisma pedido no **item b** será dada por: $0{,}75 \times 2{,}5 = 1{,}875$. Para responder ao **item c**, os estudantes podem pensar em um paralelepípedo de mesma medida de altura do prisma de base triangular e base com medida da área igual à medida da área do triângulo retângulo. Solicite que compartilhem com os colegas as estratégias utilizadas para responder ao **item c**, que apresenta mais de uma resposta possível.

A medida da área desse triângulo pode ser calculada da maneira a seguir.

Medida da área do triângulo: $\frac{3 \cdot 4}{2} = \frac{12}{2} = 6$

Portanto, a área da base desse prisma mede 6 $cm^2$.

Ao multiplicar esse valor pela medida da altura, obtemos a medida do volume do prisma:

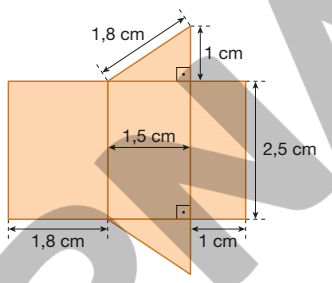
$$V_{prisma} = 6 \cdot 7 = 42$$

Logo, a medida do volume desse prisma é 42 $cm^3$.

### Atividades

**10. a.** 0,75 $cm^2$ **10. b.** 1,875 $cm^3$

**10** Reúna-se com um colega, observem a planificação da superfície de um prisma de base triangular e respondam às questões.

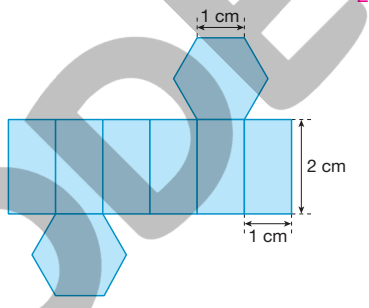



**a.** Qual é a medida da área da base do prisma que corresponde a essa planificação?

**b.** Qual é a medida do volume do prisma que corresponde a essa planificação?

**c.** Calcule as medidas de um paralelepípedo que tem a mesma medida do volume desse prisma de base triangular. **10. c.** Resposta possível: paralelepípedo de dimensões $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm, $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm e 2,5 cm.

**11** Observe a planificação da superfície de um prisma.




Sabendo que a medida da área da base desse prisma é $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ $cm^2$, qual é a medida do volume desse prisma? **11.** $3\sqrt{3}$ $cm^3$

**12** Em uma folha avulsa, represente dois prismas diferentes cuja medida do volume seja 8 $cm^3$. Mostre suas representações para o professor e os colegas e verifique se algum colega desenhou um prisma diferente do seu. **12.** Resposta pessoal.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

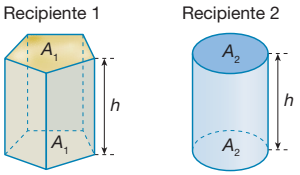
ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA



A **atividade 12** visa a compreensão do conceito de volume e a valorização da diversidade de soluções e a criatividade no processo de aprendizagem matemática. Incentive os estudantes a observarem os diferentes formatos e dimensões que os prismas podem ter, mantendo o mesmo volume. Encoraje-os a explicarem o raciocínio por trás das medidas das dimensões escolhidas para seus prismas e aborde como as medidas da área da base e da altura dos prismas afetam a medida do volume final.

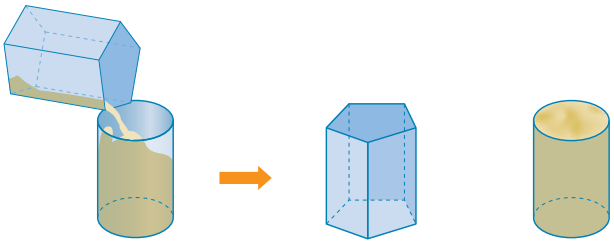
# Medida do volume de um cilindro

Acompanhe como calcular a medida do volume de um cilindro. Para isso, considere dois recipientes como os representados; um deles em formato de prisma (recipiente **1**) e outro em formato de cilindro (recipiente **2**), ambos com base de mesma medida de área e mesma medida de altura.




$A_1 = A_2$

Se enchermos totalmente o recipiente **1** com areia e despejarmos esse conteúdo no recipiente **2**, verificaremos que o recipiente **2** ficará totalmente preenchido.



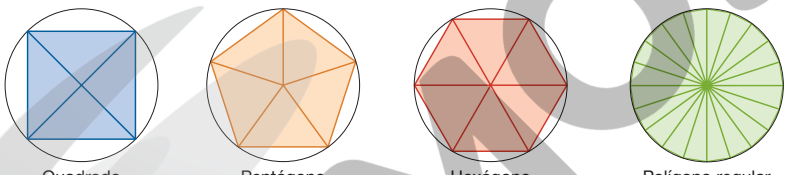
Esse fato indica que a medida do volume de areia que cabe no recipiente em formato de prisma é igual à medida do volume de areia contido no recipiente em formato de cilindro.

Pode-se demonstrar que o resultado desse experimento vale para qualquer prisma e qualquer cilindro, ambos com bases de mesma medida de área e alturas de mesma medida de comprimento. Podemos afirmar que a medida do volume de um cilindro é igual ao produto da medida da área da base pela medida da altura:

$$V_{\text{cilindro}} = A_{\text{base}} \cdot h$$

Como determinamos a medida da área de um círculo?

Observe a decomposição de alguns polígonos regulares inscritos em circunferências de raio com mesma medida de comprimento.




Note que, conforme aumentamos a quantidade de lados do polígono regular inscrito em uma circunferência, mais a medida da área desse polígono também tende a se aproximar da medida da área do círculo.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



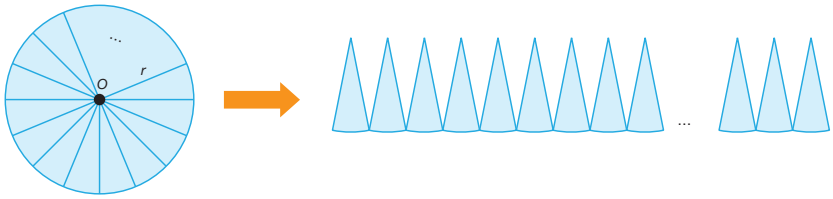
## Medida do volume de um cilindro

O objetivo deste tópico é levar os estudantes a perceberem, por meio da experiência apresentada, que a medida do volume de um cilindro é igual à medida do volume de um prisma com base de mesma medida de área e de mesma medida de altura e, por esse motivo, sua medida do volume também será o produto das medidas da área de sua base pela medida de sua altura. Esse estudo se justifica em razão da necessidade de os estudantes serem capazes de determinar o espaço que um objeto em formato cilíndrico ocupa ou a sua capacidade de armazenamento, em situações em que precisem calcular, por exemplo, a medida do volume de caixas cilíndricas, latas de tinta, canos, entre outros.

MODERNA

É importante que os estudantes saibam calcular a medida da área de um círculo. Tal medida é apresentada a partir da decomposição de um círculo de raio de medida de comprimento $r$ em $n$ setores circulares congruentes, cuja medida de área se aproxima à medida da área de triângulos congruentes. Com base nesse raciocínio, conclui-se que a medida da área do círculo é dada por $A = \pi r^2$.

Agora, considere um círculo de centro $O$ e comprimento do raio de medida $r$. Esse círculo pode ser decomposto em $n$ setores circulares congruentes (em que $n$ é um número muito grande). Observe.




Cada setor circular é tão pequeno que a medida de sua área se aproxima da medida da área de um triângulo. Quanto maior for a quantidade $n$ de setores em que subdividirmos o círculo, melhor será essa aproximação.



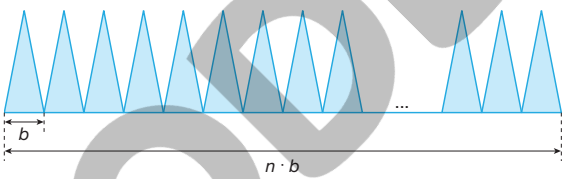

Como os setores considerados são congruentes, eles têm a mesma medida de área. Assim, se a medida da área desses setores pode ser aproximada pela medida da área de um triângulo que tem base medindo $b$ e medida de altura $h$, logo, a medida de sua área é dada por: $\frac{b \cdot h}{2}$

Considerando que a medida da área do círculo ($A_c$) é aproximadamente igual à soma das medidas das áreas dos $n$ triângulos, temos:

$$A_c \simeq n \cdot \frac{b \cdot h}{2}$$

$$A_c \simeq \frac{n \cdot b \cdot h}{2}$$

Agora, considerando a soma das medidas das bases dos triângulos aproximadamente igual à medida do comprimento da circunferência, obtemos: $n \cdot b \simeq 2\pi r$




Além disso, a medida da altura de cada um dos triângulos aproxima-se da medida do comprimento do raio, ou seja, podemos considerar $h \simeq r$. Assim:

$$A_c \simeq \frac{2\pi r \cdot r}{2}$$

Com base nessa ideia, os matemáticos provaram que:

> A medida da área de um círculo de raio de comprimento medindo $r$ é dada por:
> $A_c = \pi r^2$

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA



## Sugestão de vídeo

M3 MATEMÁTICA MULTIMÍDIA. **Roda do sonho**. YouTube, 18 mar. 2012. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=R52ZZ6uKxRI. Acesso em: 3 maio 2024.

Para ilustrar o cálculo da medida da área de um círculo, sugerimos o vídeo **Roda do sonho**, que faz uso dos personagens Pablo e Arquimedes para apresentar que a área de um círculo é equivalente à área de um triângulo retângulo que tem por base o perímetro desse círculo e por altura seu raio.

### Exemplo 1

Vamos calcular a medida da área de um círculo cujo raio mede 7 cm de comprimento.

$$A_c = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 7^2 = 49\pi$$

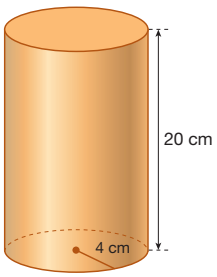
Portanto, a medida da área do círculo é $49\pi$ cm².

Considerando $\pi \simeq 3{,}14$, temos: $49 \cdot 3{,}14 \simeq 153{,}86$

Logo, a medida da área desse círculo é, aproximadamente, 153,86 cm².

### Exemplo 2

Observe o cilindro representado na figura e, depois, acompanhe como podemos determinar a medida do volume dele.




A medida da área da base desse cilindro é:

$$A_{base} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 4^2 = 16\pi$$

Como a medida da altura é 20 cm, então a medida do volume do cilindro é:

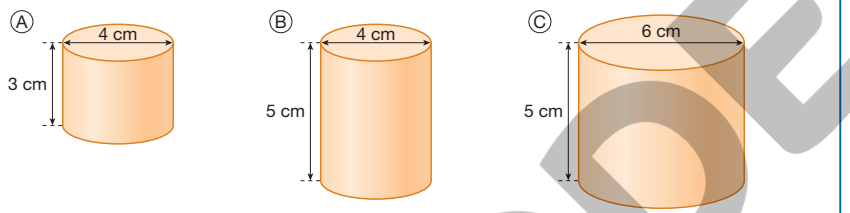
$$V_{cilindro} = A_{base} \cdot h = 16\pi \cdot 20 = 320\pi$$

Portanto, a medida do volume desse cilindro é $320\pi$ cm³.

## Atividades

**13. a.** Maior medida de volume: cilindro C (tem mesma medida de altura de B, mas com medida da área da base maior); menor medida de volume: cilindro A (tem base de mesma medida de área da base de B, mas com altura de menor medida).

**13** Considere os cilindros representados sem escala.




**a.** Indique, sem efetuar cálculos, qual dos cilindros tem maior medida de volume e qual tem menor medida de volume. Justifique sua resposta.

**b.** Determine a medida do volume de cada um dos cilindros. Considere 3,14 como valor aproximado de π.

**13. b.** Cilindro A: 37,68 cm³; cilindro B: 62,8 cm³; cilindro C: 141,3 cm³.

**14** Um tanque de armazenamento de água tem formato cilíndrico com medidas de comprimento internas de 6 m de altura e 6 m de diâmetro.

**a.** Qual é a medida do volume aproximado, em metro cúbico, desse tanque? (Considere $\pi \simeq 3{,}14$).

**14. a.** 169,56 m³

**b.** Quantos litros de água, aproximadamente, esse tanque pode conter?

**14. b.** 169.560 L



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

## Atividades

Para resolver as **atividades 13** e **14** os estudantes terão que calcular as medidas das áreas das bases dos cilindros, ou seja, as medidas das áreas dos círculos. Certifique-se de que eles são capazes de calcular a medida da área de um círculo; caso tenham dificuldades, resolva na lousa alguns exemplos revisando com eles esse cálculo.

MODERNA

## Tratamento da informação

O objetivo desta seção é levar os estudantes a construir tabelas e gráficos em planilhas eletrônicas. Esse estudo se justifica em razão da grande diversidade das turmas de estudantes de Educação de Jovens e Adultos, que reúnem pessoas que estão em busca do conhecimento, a fim de alcançar melhores condições para suas vidas, visto que os diferentes registros (tabelas, quadros, planilhas, gráficos) e as tecnologias digitais são habilidades necessárias para interpretar e resolver problemas do cotidiano e pré-requisitos para o mundo do trabalho.

Ao realizar a leitura do texto desta seção com os estudantes, ressalte a importância da agricultura familiar para o país. Aproveite o contexto abordado acerca dos dados que mostram a proporção da agricultura familiar por região do Brasil e estabeleça uma relação com o componente curricular Geografia. Conte com o auxílio do professor responsável por esse componente curricular para orientar os estudantes a obterem mais informações sobre essa prática em cada região, abordando, por exemplo, os tipos de alimentos mais plantados, as características das regiões que mantêm essa prática etc. Depois, organize uma roda de conversa para que os estudantes possam compartilhar as informações obtidas em suas pesquisas.

# TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

## Construção de gráficos em planilha eletrônica

ODS 2 ODS 3

A agricultura familiar pode ser caracterizada como empreendimentos ou estabelecimentos de práticas no meio rural administrados pela própria família e cuja mão de obra é, predominantemente, familiar. Além disso, uma parte da renda familiar precisa vir da propriedade rural. O principal cultivo é a produção de alimentos como grãos, hortaliças, frutas e pecuária.

De acordo com os dados divulgados no Anuário Estatístico da Agricultura Familiar de 2023, da Confederação Nacional dos Trabalhadores Rurais Agricultores e Agricultoras Familiares (Contag), a agricultura familiar brasileira movimenta a economia do país, pois responde por 40% da renda da população economicamente ativa de mais de 90% dos municípios, além de ser responsável por 23% do valor bruto da produção agropecuária. Ela está presente em todas as regiões do Brasil, mas é predominante no Nordeste (46,6%), seguido do Sudeste (16,5%), do Sul (16,0%), do Norte (15,4%) e do Centro-Oeste (5,5%).

Para facilitar a leitura de informações como essas a respeito da presença da agricultura familiar no Brasil, é possível organizá-las em uma planilha eletrônica e depois utilizar ferramentas do *software* para a construção do gráfico. Observe, na figura, um exemplo de organização possível.

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| 1 | Agricultura familiar no Brasil em 2023 | | |
| 2 | Região | Participação na agricultura familiar | |
| 3 | Nordeste | 46,6% | |
| 4 | Sudeste | 16,5% | |
| 5 | Sul | 16,0% | |
| 6 | Norte | 15,4% | |
| 7 | Centro-Oeste | 5,5% | |
| 8 | | | |

ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

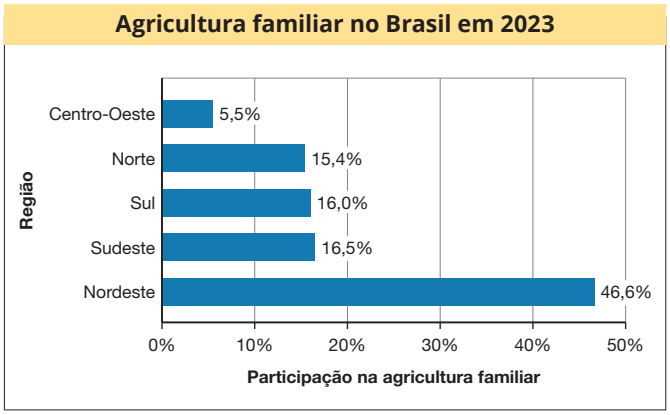
A partir dessa organização dos dados, para construir um gráfico utilizando a planilha eletrônica, selecione as células com as regiões brasileiras e as células com as porcentagens respectivas, clique na ferramenta "Inserir gráfico" e, então, escolha o tipo de gráfico mais adequado ao conjunto de dados. Por fim, digite o título, a identificação dos eixos, a legenda e a fonte dos dados.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

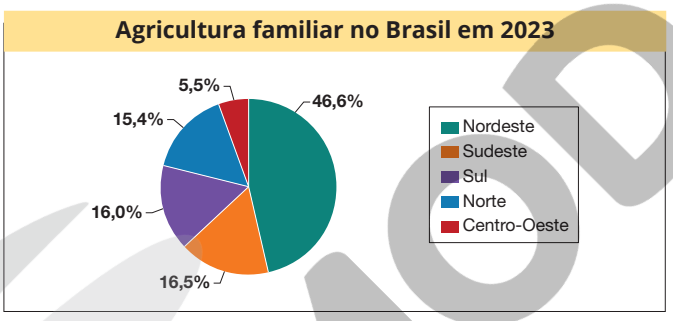
MODERNA

Se na etapa para escolher o tipo de gráfico selecionarmos **gráfico de barras**, obteremos um gráfico similar ao indicado a seguir.




**Fonte:** elaborado com base em CONFEDERAÇÃO NACIONAL DOS TRABALHADORES RURAIS AGRICULTORES E AGRICULTORAS FAMILIARES (CONTAG). **Anuário Estatístico da Agricultura Familiar**: 2023. Brasília, DF: Contag, 2023.

Agora, se escolhermos o tipo **gráfico de setores**, obteremos um gráfico como o indicado.




**Fonte:** elaborado com base em CONFEDERAÇÃO NACIONAL DOS TRABALHADORES RURAIS AGRICULTORES E AGRICULTORAS FAMILIARES (CONTAG). **Anuário Estatístico da Agricultura Familiar**: 2023. Brasília, DF: Contag, 2023.

Em sua opinião, qual dos gráficos é o mais adequado para representar os dados a respeito da agricultura familiar nas regiões brasileiras?

**Atividade oral:** Resposta pessoal.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

ILUSTRAÇÕES: ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

Após a leitura deste texto, converse com eles acerca da importância que a agricultura familiar tem para as pessoas. Comente alguns impactos positivos que ela apresenta, como práticas sustentáveis, alimentos diversificados de qualidade e mais saudáveis, pouco ou nenhum uso de agrotóxicos, uso consciente do solo, geração de empregos, aumento da renda familiar, entre outros. O incentivo e a valorização da agricultura familiar fazem parte do projeto contra a fome e garantia de nutrição de todos, o que propicia o desenvolvimento dos TCTs Vida Familiar e Social, Educação Alimentar e Nutricional e Trabalho, do **ODS 2** (Fome zero e agricultura sustentável) e do **ODS 3** (Saúde e bem-estar).

Leia para os estudantes algumas informações importantes encontradas no trecho a seguir:

No Brasil, a agricultura familiar ocupa uma extensão de área de 80,9 milhões de hectares, o que representa 23% da área total dos estabelecimentos agropecuários brasileiros. O levantamento do Censo Agropecuário de 2017, realizado em mais de 5 milhões de propriedades rurais de todo o Brasil, aponta que 77% dos estabelecimentos agrícolas do País foram classificados como de agricultura familiar. Ainda segundo as estatísticas, a agricultura familiar empregava mais de 10 milhões de pessoas em setembro de 2017, o que corresponde a 67% do total de pessoas ocupadas na agropecuária, sendo responsável pela renda de 40% da população economicamente ativa.

[...]

**Fonte:** EMPRESA BRASILEIRA DE PESQUISA AGROPECUÁRIA. Agricultura familiar. **Embrapa**, ca. 2020. Disponível em: https://www.embrapa.br/tema-agricultura-familiar/sobre-o-tema#:~:text=No%20Brasil%2C%20a%20agricultura%20familiar,total%20dos%20estabelecimentos%20agropecu%C3%A1rios%20brasileiros. Acesso em: 3 maio 2024.

MODERNA

A **atividade 1** solicita que os estudantes construam um gráfico de barras ou de colunas baseado nos resultados de uma pesquisa realizada com 3.633 pessoas durante a pandemia de covid-19, abordando aspectos de sua saúde mental. Aproveite o contexto e leve os estudantes a refletirem sobre os cuidados necessários que devemos ter com a saúde mental, como cuidar da saúde física, ter momentos de lazer, dormir bem, manter relações saudáveis com as pessoas, diminuir o uso de redes sociais, entre outros. Durante a conversa, peça aos estudantes que compartilhem suas ideias e experiências acerca desse assunto, sempre tomando cuidado para que haja respeito entre eles. O incentivo aos cuidados com a saúde mental faz parte do projeto que visa uma vida saudável e a promoção do bem-estar para todos, em todas as idades, o que propicia o desenvolvimento do TCT Saúde e do **ODS 3** (Saúde e bem-estar).

As respostas dos itens **b** e **c** da **atividade 1** estão nas Orientações específicas para o desenvolvimento dos capítulos.



## Atividades

**1** Durante a pandemia de covid-19, a Universidade Federal de Santa Maria iniciou uma pesquisa para monitorar a saúde mental da população brasileira em relação ao distanciamento social. Foram entrevistadas 3.633 pessoas e os resultados estão apresentados a seguir.

**Percepção sobre a saúde mental durante o distanciamento social, primeiro semestre de 2020**

| Percepção | Percentual de respostas |
|---|---|
| Piorou muito | 18,4% |
| Piorou um pouco | 46,6% |
| Nem piorou nem melhorou | 27,3% |
| Melhorou um pouco | 5,8% |
| Melhorou muito | 1,9% |

**Fonte:** elaborado com base em CALEGARO, Vitor C. **Primeira etapa**: relatório de pesquisa. Covid psiq, 5 jun. 2020. Disponível em: https://www.covidpsiq.org/resultados. Acesso em: 2 maio 2024.

**a.** Os dados apresentados na tabela são referentes à percepção dos entrevistados em que momento? **1. a.** No primeiro semestre de 2020.

**b.** É possível representar os dados dessa tabela em um gráfico de setores? Se sim, represente-os utilizando, caso disponível, as ferramentas de uma planilha eletrônica. **1. b.** Resposta no **Manual do professor**.

**c.** Agora, represente os dados da tabela em um gráfico de barras ou de colunas. Em seguida, converse com o professor e os colegas a respeito dos gráficos produzidos nesta atividade. **1. c.** Resposta no **Manual do professor**.

**2** Você conhece algum agricultor familiar ou já comprou produtos provenientes da agricultura familiar? Reúna-se com três colegas e conversem a respeito disso. Depois, façam uma pesquisa sobre as políticas públicas voltadas à agricultura familiar. Com base nessa pesquisa, analisem os resultados e elaborem um texto e gráficos para compartilhar com a turma informações a respeito de dados numéricos da produção desse tipo de agricultura no Brasil ou no estado em que vocês vivem.

**2.** Resposta pessoal.



Leve os estudantes para o laboratório de informática para que possam resolver as **atividades 1** e **2**, nas quais devem representar dados em uma planilha eletrônica, construir um gráfico de barras e realizar pesquisas. Atividades como essa são muito importantes, pois, além de a presença da tecnologia na sala de aula ser uma grande aliada do ensino e motivar os estudantes durante as aulas, também os prepara para a vida, levando-os a lidar melhor com situações do dia a dia, pois muitas vezes os estudantes da EJA não têm contato com essa ferramenta.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

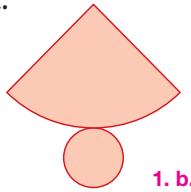
MODERNA

## ATIVIDADES FINAIS DO CAPÍTULO 4

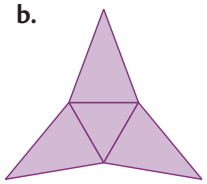
**1. a.** Cone. **1. c.** Prisma de base pentagonal. **1. d.** Pirâmide de base quadrada.

**1** À superfície de qual sólido geométrico cada planificação a seguir pode ser associada?

a.

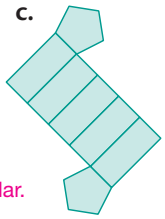


b.

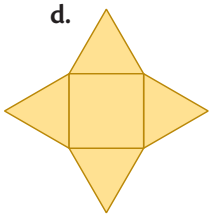


**1. b.** Pirâmide de base triangular.

c.

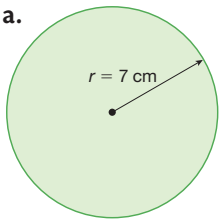


d.



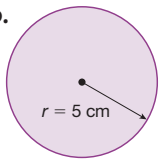
**2** Calcule a medida da área de cada círculo, representados sem proporção entre eles, atendendo às medidas indicadas e considerando 3,14 como valor de π.

a.



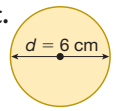

**2. a.** 153,86 cm²

b.



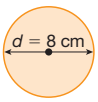

**2. b.** 78,5 cm²

c.



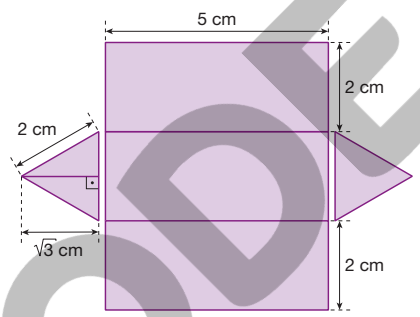

**2. c.** 28,26 cm²

d.




**2. d.** 50,24 cm²

**3** Com dois pedaços de cartolina em formato de triângulos equiláteros congruentes e três pedaços retangulares, podemos representar a superfície externa de um prisma, conforme a figura.




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

**a.** Qual é a medida da altura desse prisma? **3. a.** 5 cm

**b.** Qual é a medida da área da base desse prisma? **3. b.** $\sqrt{3}$ cm²

**c.** Qual é a medida do volume desse prisma? **3. c.** $5\sqrt{3}$ cm³

**4** Uma piscina com formato de paralelepípedo mede 50 m de comprimento, 20 m de largura e 1,8 m de profundidade. Se, um dia, essa piscina estava com 95% de sua capacidade, quantos litros de água faltavam para enchê-la completamente? **4.** 90.000 L



A_LESIK/SHUTTERSTOCK

Piscina para práticas de atividades esportivas.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



Dessa maneira, temos que a medida da base desse triângulo é 2 cm. Logo, a medida da área da base desse prisma pode ser calculada da seguinte maneira: $A_{base} = \frac{\sqrt{3} \cdot 2}{2} = \sqrt{3}$ Portanto, a medida da área da base desse prisma é $\sqrt{3}$ cm².

Para resolver a **atividade 4**, os estudantes podem calcular 5% do volume da piscina que é 90 m³ e depois fazer a conversão para 90.000 L.

## Atividades finais do Capítulo 4

As atividades propostas nesta seção oferecem a oportunidade de identificar as eventuais dificuldades que os estudantes possam ter em relação aos conceitos trabalhados neste capítulo. Para resolvê-las, organize-os em duplas. Sempre que possível, faça as intervenções necessárias, a fim de auxiliá-los, caso tenham dificuldades. Se necessário, aproveite para revisar esses conteúdos de modo a sanar eventuais dúvidas.

A **atividade 1** avalia se o estudante desenvolveu habilidades para identificar um sólido geométrico, baseando-se na planificação da sua superfície, bem como a sua nomenclatura. Caso sintam dificuldades nessa atividade, peça que reproduzam a superfície planificada de cada figura em uma folha de papel e, por meio de dobraduras, montem o sólido geométrico que as representa.

Na **atividade 2**, os estudantes devem recordar como calcular a medida da área de um círculo. Nesse cálculo, identifique se eles apresentam dificuldades ao fazer contas com números decimais.

No **item b** da **atividade 3**, os estudantes devem perceber que a base do prisma corresponde a um dos triângulos equiláteros da figura. Observando esses triângulos, eles devem notar que são fornecidas a medida da altura ($\sqrt{3}$ cm) e a medida da base (2 cm). Em um primeiro momento, eles podem achar que não foi fornecida a medida da base, mas reforce com eles que esse triângulo é equilátero.

Na **atividade 5**, os estudantes chegarão à equação $6x^2 = 726$ e posteriormente à equação equivalente $x^2 = 121$. Leve-os a perceber que o valor de $x$ será determinado ao se obter o número maior do que zero (pois representa uma medida de comprimento) que, elevado ao quadrado, resulta em 121. Assim, eles perceberão que essa embalagem tem lados medindo 11 cm de comprimento.

No **item a** da **atividade 6**, os estudantes devem entender que os recipientes 2 e 3 apresentam o mesmo volume, pois têm bases de mesma medida de área e alturas de mesma medida de comprimento. No entanto, devem observar que a medida do volume do recipiente 1 é um terço da medida do volume do recipiente 2 e, consequentemente, um terço da medida do volume do recipiente 3, uma vez que para encher o recipiente 2 com areia foram necessários três recipientes do tipo 1. Compreendendo essas relações, eles não terão dificuldades para concluir que são necessários nove recipientes do tipo 1 para encher três recipientes do tipo 3 com areia.

## ATIVIDADES FINAIS DO CAPÍTULO 4

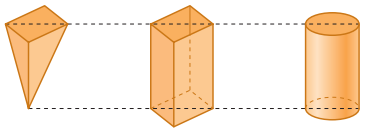
**5** Uma embalagem em formato de cubo foi revestida com 726 cm² de uma camada de papel adesivo. **5. a.** 11 cm

**a.** Quais são as dimensões dessa embalagem? (Dica: pense na planificação do cubo.)

**b.** Quantos centímetros cúbicos de areia essa embalagem pode conter? **5. b.** 1.331 cm³

**6** Para preencher o recipiente **2** com areia, são necessários três recipientes do tipo **1** cheios.

**6. b.** Recipiente 1: 100 cm³.
Recipiente 2: 300 cm³
Recipiente 3: 300 cm³

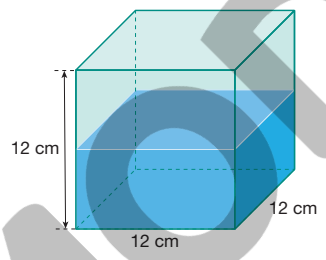


Recipiente 1 Recipiente 2 Recipiente 3

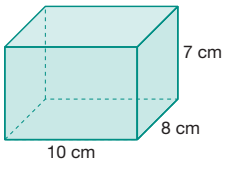
**a.** Sabendo que os recipientes **2** e **3** têm bases de mesma medida de área e alturas de mesma medida, quantos recipientes do tipo **1** cheios são necessários para preencher três recipientes do tipo **3**? **6. a.** 9 recipientes.

**b.** Sabendo que as bases desses recipientes têm medida de área igual a 20 cm² e medida de altura igual a 15 cm, qual é a medida do volume desses recipientes?

**7** Um recipiente que tem formato como o de um cubo de arestas medindo 12 cm, está com metade de sua capacidade preenchida por água. Essa água será retirada e colocada em outro recipiente com o formato de um paralelepípedo, até atingir a capacidade total desse novo recipiente. De acordo com as medidas indicadas nas figuras, sem escala, qual é a medida do volume de água que sobrou no recipiente cúbico? **7.** 304 cm³




Recipiente em formato como o de um cubo




Novo recipiente

**8** Ao colocar uma pedra em um recipiente de formato cilíndrico que continha água, uma pessoa observou que o nível de água subiu 10 cm.

Sabendo que a medida de área da base desse recipiente é de 12,56 cm², qual foi a medida do volume ocupado por essa pedra? Explique ao professor e aos colegas como você pensou para determinar essa medida. **8.** 125,6 cm³. Resposta pessoal.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA



Na **atividade 8**, os estudantes devem perceber que, para determinar a medida do volume da pedra, podemos usar o princípio de deslocamento de líquidos de Arquimedes, que afirma que o volume do líquido deslocado é igual ao volume do objeto submerso. Neste caso, o volume de água deslocado pelo cilindro é igual ao volume da pedra. Durante a explicação solicitada aos estudantes na atividade, espera-se que eles notem que, ao submergir a pedra na água, o nível da água sobe, indicando que a pedra deslocou uma quantidade de água igual ao seu próprio volume. Ao conhecer a medida da área da base do cilindro e a medida da altura em que a água subiu, é possível calcular a medida do volume da água deslocada, que é a mesma do volume da pedra.

## Algoritmos, perfis digitais e representatividade

Com a ampliação do número de pessoas que utilizam a internet, principalmente devido à popularização dos *smartphones*, cada vez mais o consumo é personalizado por meio de algoritmos – um mecanismo ou espécie de "inteligência artificial" que analisa nossas preferências e nossos comportamentos na rede.

Se, por um lado, essa personalização pode oferecer produtos e serviços mais alinhados àquilo de que gostamos, a prática também pode levantar questões éticas e de discriminação: a coleta de dados necessária para que esses algoritmos identifiquem nossos gostos pode interferir na nossa privacidade, coletando informações que indiquem, por exemplo, nossa orientação sexual, nossas crenças políticas, religião etc.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



ILUSTRAÇÕES: JEAN GALVÃO/ARQUIVO DA EDITORA

Aquilo que consumimos na internet é direcionado a cada um de nós de maneiras diferentes, pois os algoritmos personalizam o que preveem que seja do nosso interesse.

Alguns pesquisadores explicam, como no texto citado a seguir, que esses algoritmos, também conhecidos como "sistemas de recomendação", surgem em decorrência da imensidão de informação que temos na internet, o que nos torna, em alguma medida, incapazes de decidir o que acessar ou comprar.

> [...] é por meio do processamento e da transmissão de dados que acontece nas plataformas de pesquisa em rede, que se criam os perfis digitais dos usuários, através dos chamados algoritmos. Ou seja, cada vez que o consumidor navega na internet, seja para pesquisar preços, seja para comprar ou comercializar produtos ou serviços, seja para acessar redes sociais, e-mails, os dados pessoais dele são inseridos e armazenados, de modo que, ao acessar novamente essa plataforma terá seu conteúdo direcionado.
>
> [...]



Após a conversa, incentive os estudantes a ler os textos apresentados nestas páginas e a aprofundar o tema. Verifique se eles compreendem que, apesar de certas vantagens do uso de algoritmos, como direcionar ou selecionar previamente conteúdos para facilitar nossas escolhas, esses programas também podem acabar identificando outros tipos de dados. Nesse sentido, explique, por exemplo, a importância de ler os contratos de prestadoras de serviços digitais, como plataformas de vídeos e de redes sociais, a fim de entender como elas coletam nossos dados pessoais.

Além disso, aprofunde a conversa a respeito do apagamento de grupos ou minorias indicado no texto. Pode-se, por exemplo, incentivar a pesquisa e a exposição de ideias a respeito do preconceito no âmbito digital. Para tanto, pode-se trabalhar com textos complementares sobre o tema pesquisados previamente pelos estudantes.

## Mundo digital

Um dos principais objetivos desta seção é oferecer subsídios suficientes para tornar os estudantes capazes de analisar criticamente os conteúdos das diversas mídias. Nesse sentido, o objetivo do tema abordado nesta seção é levar os estudantes a reconhecerem que alguns conteúdos sugeridos na internet são personalizados, ou seja, fruto de uma análise feita por algoritmos, baseada nas preferências e comportamento da pessoa na rede. Esse estudo se justifica pela necessidade de formar os estudantes da Educação de Jovens e Adultos com o pensamento crítico e preparados para analisar, proteger suas informações e acessar, de modo seguro, conteúdos da internet.

Inicie o trabalho perguntando se eles já tiveram a impressão de que, após comentar determinado assunto com um amigo nas redes sociais, ou ter feito alguma pesquisa sobre um tema ou produto, ao utilizar a internet as propagandas e resultados de conteúdos ficaram mais direcionados a tal assunto ou produto.

Deixe-os compartilhar as experiências e incentive a que argumentem sobre o porquê de isso ocorrer. Em seguida, proponha que leiam o texto sobre algoritmos e verifique se eles relacionam o tema com o que foi conversado inicialmente.

Peça que analisem a charge e falem sobre o que compreenderam dela. Espera-se que os estudantes indiquem que a charge trata da personalização da recomendação de determinado produto na internet e de como os algoritmos podem criar tendência ou, mesmo, "massificar" gostos e preferências.

Questione se os estudantes escolhem com facilidade o que assistir em uma plataforma de filmes, se as muitas opções os atrapalham, se eles gostam das recomendações que esse tipo de plataforma faz a eles e se já haviam percebido que elas são personalizadas. Discussão similar pode ser feita em relação ao uso de outras redes sociais, como quando se curte um vídeo ou *post* com determinado assunto e, em seguida, mais conteúdos desse mesmo assunto passam a ser exibidos como recomendações.

Organize os estudantes em três grupos e explique que, alternadamente, cada grupo deve responder a uma das questões: um grupo resolve a **questão 1**, o outro a **questão 2** e o último, a **questão 3**. Dê um tempo de 10 a 15 minutos por questão e, em seguida, oriente os grupos a responderem outra das questões até que todos os três grupos as tenham respondido.

**MUNDO DIGITAL**

[...] basta que o consumidor tenha acesso à internet e efetue uma simples pesquisa sobre qualquer produto ou serviço ou, até mesmo, fale sobre eles em tom de voz alto e próximo a um *smartphone*, que automaticamente passa a receber anúncios, de diversas empresas, sobre aquele determinado item. [...]

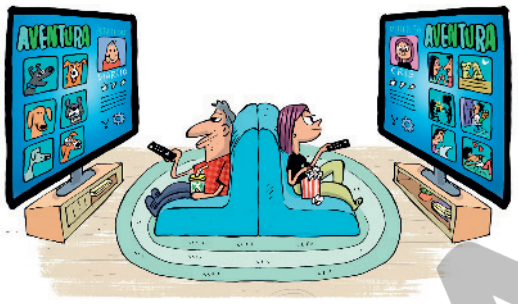



ILUSTRAÇÃO: JEAN GALVÃO/ARQUIVO DA EDITORA

SPAGNOLLO, Leticia; TONIAL, Nadya Regina Gusella. O papel do algoritmo como influenciador na sociedade de consumo e a (hiper)vulnerabilidade do consumidor. **Revista de Direito, Globalização e Responsabilidade nas Relações de Consumo**. Encontro Virtual, v. 9, n. 1, p. 76–95, jan./jun. 2023.

A padronização do consumo pode estar lado a lado com o apagamento digital, pois a automatização das redes tende a acentuar a falta de representatividade de grupos ou minorias.

Os algoritmos têm relação direta com a automatização das redes e a falta de representatividade nelas. [...] o problema da tecnologia com a falta de diversidade não é algo exclusivo da era digital, pois desde a fotografia, do filme fotográfico e das câmeras, e mesmo depois com as câmeras digitais, havia poucas tecnologias para valorizar os tons de pele preta. "A questão da ausência do negro no contexto das plataformas digitais existe há muito tempo" [...].

COSTA, João. Live EducaMídia debate algoritmos, viés e representação nas mídias sociais. **Educamídia**, 27 nov. 2020. Disponível em: https://educamidia.org.br/live-educamidia-debate-algoritmos-vies-e-representacao-nas-midias-sociais. Acesso em: 12 fev. 2024.

Junte-se a dois ou três colegas e façam o que se propõe a seguir.

1. Vocês já haviam percebido que alguns conteúdos sugeridos na internet são personalizados? Em que situações vocês tiveram essa percepção? **1.** Respostas pessoais.
2. Ao usarem a internet, vocês já compraram algum produto ou serviço por ele ter sido veiculado frequentemente em propagandas? **2.** Resposta pessoal.
3. Que tal fazer uma pesquisa sobre os direitos do consumidor e como proteger os dados que são compartilhados ao navegar na internet? Vocês podem pesquisar maneiras de diminuir a exposição ou de fazer compras mais seguras e melhor direcionadas e, depois, criar um cartaz ou *post* para divulgar na escola e nas redes sociais. **3.** Resposta pessoal.

128

Reprodução proibida. Art.184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

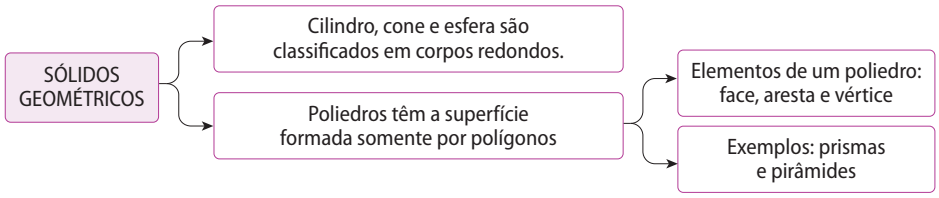
Antes de formar os grupos, converse com eles sobre a importância de manter um ambiente de respeito. Comente que, ao trabalharmos em grupos, entramos em contato muitas vezes com opiniões diferentes das nossas e, por isso, devemos respeitar a opinião dos colegas para também sermos respeitados. Assim, é possível evitar situações de conflito e violência entre os estudantes e incentivar o sentimento da empatia e do respeito, levando-os a refletir sobre os problemas do dia a dia, incentivando dessa maneira a cultura de paz e o combate à violência.

Ao final, organize uma roda de conversa para que eles compartilhem com a turma o que refletiram em cada questão e avaliem como foram a participação e a realização dessa proposta.

# AVALIAÇÃO DO CAPÍTULO 4

## Revisando o conteúdo

Para organizar o conteúdo estudado, podemos utilizar algumas ferramentas de revisão. Nos capítulos anteriores, já apresentamos algumas delas e, agora, indicamos como organizar um esquema a respeito dos **sólidos geométricos**. Observe-o.

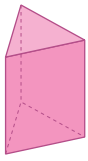


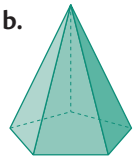

Copie o esquema no caderno e faça as adequações que você considerar necessárias. Complemente-o inserindo conteúdos a respeito das medidas de volume e, depois, compare seu esquema com o de outros colegas. Resposta pessoal.

## Aplicando seus conhecimentos

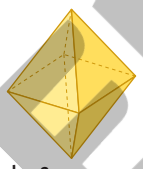
**1.** Alternativa **c**.

**1** Assinale a alternativa que contém a representação de um corpo redondo.

**a.** 

**b.** 

**c.** 

**d.** 

**2** Qual das alternativas descreve corretamente o elemento de um poliedro?

**a.** Cada região que forma a superfície de um poliedro é denominada aresta.

**b.** O segmento comum a duas faces chama-se vértice.

**c.** O ponto de encontro das arestas é chamado de face.

**d.** O segmento comum a duas faces chama-se aresta. **2.** Alternativa **d**.

**3** Observe as representações de poliedros e identifique a alternativa que apresenta os nomes das figuras 1, 2 e 3, respectivamente. **3.** Alternativa **b**.

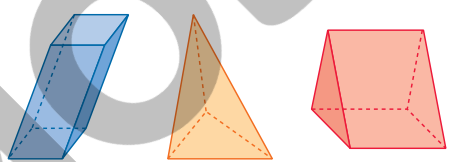


Figura 1 Figura 2 Figura 3

**a.** Prisma de base quadrada, prisma de base triangular e pirâmide de base triangular.

**b.** Prisma de base quadrada, pirâmide de base triangular e prisma de base triangular.

**c.** Pirâmide de base quadrada, pirâmide de base triangular e prisma de base triangular.

**d.** Pirâmide de base quadrada, prisma de base triangular e pirâmide de base triangular.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

ILUSTRAÇÕES: ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA



## Aplicando seus conhecimentos

Nesse momento, são propostas algumas atividades que possibilitam que o professor acompanhe os estudantes durante o trabalho com esta seção e verifique como estão em relação à aplicação dos conceitos estudados na resolução de problemas.

A **atividade 1** avalia se os estudantes sabem diferenciar poliedros de corpos redondos.

Na **atividade 2**, os estudantes devem recordar características relacionadas aos elementos que compõem um poliedro: aresta, face e vértice.

Na **atividade 3**, espera-se que os estudantes saibam identificar a figura de um poliedro e relacioná-la com o seu nome, diferenciando, principalmente, prismas e pirâmides.

# Avaliação do Capítulo 4

## Revisando o conteúdo

No final de cada capítulo, são apresentadas sugestões diversificadas para realizar uma revisão de conteúdos com os estudantes. Nesta página, é apresentado um esquema no qual aparecem os principais conceitos estudados. Nesse sentido, uma sugestão de trabalho, para esta seção, é organizar os estudantes em duplas e solicitar que escrevam um texto sobre o que compreenderam abordando os conceitos que aparecem nos esquemas. Diga a eles que nesse texto eles podem apresentar exemplos, cálculos, desenhos, situações-problema, operações e definições.

Procure investigar como eles estão em relação à compreensão dos sólidos geométricos, corpos redondos, poliedros, medida de volume do paralelepípedo, medida de volume do cilindro e de um prisma qualquer. Caso apresentem dificuldades, oriente-os a consultar as atividades anteriores, as anotações feitas no caderno e o livro didático, sempre auxiliando-os com as explicações necessárias.

Aproveite essa proposta para observar e acompanhar como os estudantes estão em relação aos conteúdos estudados neste capítulo, não esquecendo que no dia a dia da sala de aula também é necessário e importante acompanhar sua aprendizagem de modo contínuo.

MODERNA

Na **atividade 4**, os estudantes devem desenhar o prisma que contém a quantidade de faces, vértices e arestas informada para responder à pergunta. Auxilie-os caso sintam dificuldades para fazer essa representação.

A **atividade 5** avalia se os estudantes conseguem perceber que é necessário realizar (corretamente) as conversões entre as unidades de medida de capacidade mililitro (mL) e litro (L) antes de começar a resolver o problema.

A **atividade 6** avalia a capacidade do estudante de aplicar conceitos envolvendo figuras geométricas não planas para resolver um problema prático. Especificamente, ela verifica o entendimento sobre o cálculo da medida da área da superfície de um sólido geométrico, neste caso, um paralelepípedo, e como essa medida se relaciona com a quantidade de material necessário para cobrir o sólido. Para resolver a atividade, é preciso calcular a medida da área da superfície do cesto que Marta deseja recobrir com plástico. Como o cesto tem o formato de um paralelepípedo sem tampa, calcula-se a medida da área das quatro laterais e da base.

A **atividade 7** avalia a capacidade do estudante de realizar cálculos matemáticos precisos e aplicar esses cálculos em situações práticas, como determinar a medida da capacidade de um reservatório. Além disso, verifica se o estudante realiza a conversão de unidades de medida (de metros cúbicos para litros).

## AVALIAÇÃO DO CAPÍTULO 4

**4** Uma pessoa representou um prisma que contém 5 faces, 6 vértices e 9 arestas. Que prisma foi representado? **4.** Alternativa **d**.

**a.** Prisma de base quadrada.
**b.** Prisma de base hexagonal.
**c.** Prisma de base pentagonal.
**d.** Prisma de base triangular.

**5** A capacidade de um copo cilíndrico descartável usado em festas mede 250 mL. Quantos copos cada pessoa deverá tomar para que 35 pessoas, juntas, consumam no mínimo 20 L de suco? **5.** Alternativa **c**.

**a.** 5 copos **b.** 4 copos **c.** 3 copos **d.** 2 copos

**6** Marta vai recobrir com plástico a parte externa de um cesto sem tampa cujo formato lembra um paralelepípedo. As laterais do cesto têm formato retangular, com altura medindo 50 cm, e a base tem o formato quadrado, com lados que medem 25 cm de comprimento. Calcule a medida de comprimento mínima do plástico que Marta deverá comprar, sabendo que ele é vendido em formato retangular, com comprimento de medida variada e com medida de largura de 25 cm. **6.** Alternativa **a**.

**a.** 225 cm **b.** 1.250 cm **c.** 1.875 cm **d.** 5.625 cm

**7** Um reservatório de óleo *diesel* de formato cilíndrico mede 2 m de altura e base cujo raio mede 3 m de comprimento. Quantos litros de óleo esse reservatório comporta? (Considere: $\pi = 3{,}14$) **7.** Alternativa **c**.

**a.** 56,52 L **b.** 5.652 L **c.** 56.520 L **d.** 565.200 L

**8** Caio fez um bolo cilíndrico cuja altura mede 6 cm e cujo diâmetro mede 20 cm de comprimento. Em seguida, dividiu o bolo em oito pedaços iguais. Qual é a medida do volume de cada pedaço do bolo? (Considere: $\pi = 3{,}14$) **8.** Alternativa **a**.

**a.** 235,5 $cm^3$ **b.** 23,55 $cm^3$ **c.** 18,84 $cm^3$ **d.** 1.884 $cm^3$

Se você teve dificuldade em alguma atividade, consulte este quadro e verifique o que precisa estudar novamente para auxiliá-lo na resolução de cada atividade.

**Tópicos deste capítulo abordados nas atividades**

| Atividades | Tópicos relacionados |
|---|---|
| 1 | Sólidos geométricos |
| 2, 3 e 4 | Poliedros |
| 6 | Volume de prismas |
| 5, 7 e 8 | Medida do volume de um cilindro |



Na **atividade 8**, o estudante é avaliado acerca da habilidade de calcular a medida do volume de um cilindro e da competência em dividir essa medida igualmente entre um número de partes, além de aplicar conhecimentos de Geometria e Aritmética.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

# PRÁTICA INTEGRADORA

## Mudanças climáticas

ODS 7 ODS 11 ODS 13

Segundo relatório do observatório europeu Copernicus, o ano de 2023 foi o mais quente registrado até então. Com vários recordes diários e mensais quebrados, a medida de temperatura média do planeta ficou 1,48 °C acima do período pré-industrial, estando muito próxima de 1,5 °C, que é considerado pelos cientistas como "limite seguro" para evitar as consequências mais graves das mudanças climáticas.

As alterações de medida de temperatura da Terra sempre ocorreram, até mesmo antes do surgimento da humanidade, mas essas mudanças eram naturais e graduais, diferentemente do aumento excessivo de medida de temperatura que passou a ocorrer a partir da industrialização das sociedades.

Agora, vamos analisar melhor o que são as mudanças climáticas e como elas afetam o Brasil.

> As alterações nos padrões de clima e de temperatura causadas pelo homem direta ou indiretamente são chamadas de mudanças climáticas. As mudanças climáticas não só englobam o aquecimento global, que é o aumento da temperatura média superficial do planeta Terra, mas também todas as consequências que derivam dele, como as secas frequentes, os incêndios florestais, o derretimento das calotas polares, as tempestades catastróficas, a escassez de água e o aumento do nível do mar.

FILIÚ, Fernanda Luisa Martins Vasconcelos; VIEIRA, Kathleen Gomes; POZZOBON, Liara Luiza Durigon. Os desastres brasileiros e suas relações com as mudanças climáticas. **Unicef**, 4 out. 2022. Disponível em: https://www.unicef.org/brazil/blog/os-desastres-brasileiros-e-suas-relacoes-com-mudancas-climaticas. Acesso em: 14 fev. 2024.

Para reduzir o agravamento das mudanças climáticas, precisamos tentar evitar sua causa: a emissão de gases de efeito estufa que retêm o calor do Sol e aumentam as medidas de temperatura da Terra. Esses gases são produzidos na queima de combustíveis fósseis, nas queimadas e no desmatamento de terras e florestas, na decomposição de lixo etc.

### Desastres naturais causados pelas mudanças climáticas no Brasil

No Brasil, as mudanças climáticas já provocaram desastres naturais, como secas drásticas e tempestades catastróficas, que causaram danos em diversas áreas do país.



ADRIANO KIRIHARA/PULSAR IMAGENS

Plantação de milho danificada pela estiagem, em Uauá, Bahia. Foto de 2021.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

## Prática integradora

O texto desta seção apresenta informações importantes sobre o aumento da medida de temperatura média do planeta e suas consequências. São muitas as causas do aquecimento global, como aumento do consumo de energia, emissão de gases, queima de combustíveis fósseis, desmatamento, entre outras. Nesse sentido, o objetivo desta seção é abordar com os estudantes as causas e consequências do aquecimento global. Esse estudo se justifica em razão de os estudantes da Educação de Jovens e Adultos fazerem parte de um mundo que precisa de tomadas de decisão, a fim de diminuir esse problema mundial; portanto, eles precisam conhecer o problema para agir com responsabilidade e determinação em busca de práticas de proteção da natureza.

O trabalho com esta seção propõe que os estudantes pesquisem, reflitam, discutam e se conscientizem da necessidade de tomadas de atitudes em relação à preservação da natureza. Essas atitudes estão diretamente ligadas ao uso de energia limpa, sustentabilidade, tomadas de medidas urgentes para o combate às mudanças climáticas, adoção de reciclagem, agricultura sustentável, proteção do ecossistema, entre outras. Essas atitudes favorecem e fazem parte do **ODS 7** (Energia limpa e acessível), do **ODS 11** (Cidades e comunidades sustentáveis) e do **ODS 13** (Ação contra a mudança global do clima).

Esta seção sugere que os estudantes participem de diversas práticas integradoras contextualizadas, como produção de textos, atividades em grupos, pesquisas, apresentações, produção de vídeos, elaboração de postagens, além do uso de rede social para divulgar as atividades realizadas. Esses processos de ensino e aprendizagem contemplam a diversidade de perfis dos estudantes da Educação de Jovens e Adultos.

Durante todo o trabalho com esta seção e sempre que propuser atividades em grupos, é preciso estar atento aos comentários maldosos que possam ocorrer entre os estudantes. Converse com eles com o intuito de orientá-los a evitar brincadeiras e comentários que caracterizem *bullying* e incentive a prática de atitudes que sejam de empatia, cooperação e solidariedade.

## PRÁTICA INTEGRADORA

Entre 2013 e 2022, desastres naturais como tempestades, inundações, enxurradas e alagamentos atingiram 5.199 municípios brasileiros, o que representa 93% do total de 5.570. [...] Esses desastres afetaram a vida de mais de 4,2 milhões de pessoas, que tiveram de abandonar as próprias casas. Os dados são da Confederação Nacional de Municípios (CNM).



ANDERSON COELHO/AFP/GETTY IMAGES

Região alagada em Rio do Sul (SC). Foto de 2023.

O estudo indica que mais de 2,2 milhões de moradias foram danificadas, em 4.334 municípios (78% do total), sendo que 107.413 foram totalmente destruídas.

"O prejuízo em todo o país de danos em habitação, nesse período de dez anos, ultrapassa R$ 26 bilhões. E os municípios estão praticamente sozinhos, na ponta, para socorrer a população. Não há apoio para prevenção nem investimentos", diz o presidente da CNM, Paulo Ziulkoski.

ANDRADE, Juliana. Desastres naturais atingiram 93% dos municípios nos últimos 10 anos. **Agência Brasil**, Rio de Janeiro, 27 jul. 2023. Disponível em: https://agenciabrasil.ebc.com.br/geral/noticia/2023-07/desastres-naturais-atingiram-93-dos-municipios-nos-ultimos-10-anos. Acesso em: 14 fev. 2024.

Mesmo com quase todos os municípios brasileiros tendo sido afetados por desastres naturais, é necessário destacar que toda a população não é afetada da mesma maneira. As pessoas que moram em áreas de risco, como nas encostas de morros inclinados ou à beira de rios, por não ter condições de morar em outros locais, geralmente são as principais vítimas desses desastres.

Reúna-se em grupo com alguns colegas para realizar as atividades propostas.

**1** De acordo com os textos, o que são as mudanças climáticas? E o aquecimento global?

**2** No mundo, a maior parte das emissões de gases de efeito estufa ocorrem na queima de combustíveis fósseis (por exemplo, carvão, petróleo e gás natural) para produção de energia, para fabricação de produtos, para funcionamento de automóveis, entre outros usos.

**a.** Analisem seu cotidiano e identifiquem momentos em que há queima de combustíveis fósseis ou produtos obtidos a partir dela. **2. a.** Resposta pessoal.

**b.** Busquem na internet alternativas para as situações apresentadas no item **a** que não dependam de combustíveis fósseis. Depois, compartilhem-nas com o professor e os colegas. **2. b.** Resposta pessoal.

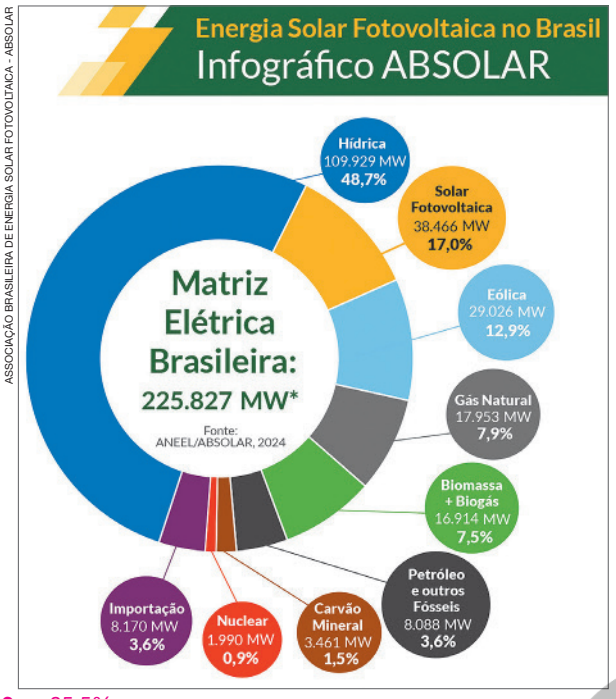
**1.** Mudanças climáticas são as alterações nos padrões de clima e de medida de temperatura causadas pelo ser humano direta ou indiretamente. Aquecimento global é o aumento da medida da temperatura superficial média do planeta Terra.

132

Reprodução proibida. Art.184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

O **item b** da **atividade 2** propõe que os estudantes pesquisem na internet alternativas para as situações em que há queima de combustíveis fósseis. Sendo assim, oriente-os a pesquisar em *sites* confiáveis, como os do governo ou de instituições sérias. Outro detalhe a ser observado durante a pesquisa é o protocolo de transferência de hipertexto, o http, que deve ter a letra "s" no final. Esse "s" significa que o *site* possui um Certificado de Segurança SSL, indicando que é seguro.

**3** Aproximadamente 50% da energia elétrica produzida no Brasil é de origem hídrica. Confiram a distribuição da matriz elétrica brasileira no gráfico a seguir.




ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE ENERGIA SOLAR FOTOVOLTAICA - ABSOLAR

**Fonte:** ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE ENERGIA SOLAR FOTOVOLTAICA. Energia solar fotovoltaica no Brasil. **Infográfico ABSOLAR**, nº 64, 19 fev. 2024. Disponível em: https://www.absolar.org.br/mercado/infografico/. Acesso em: 14 fev. 2024.

**3. a.** 85,5%

**a.** As fontes energéticas renováveis utilizam recursos naturais que costumam se renovar espontaneamente ou pela ação humana. No Brasil, exemplos dessas fontes são a hídrica, a solar fotovoltaica, a eólica, a biomassa e o biogás. Qual porcentagem da energia produzida no Brasil, em 2023, foi de origem renovável?

**b.** A fonte energética hídrica utiliza a força das águas dos rios para gerar energia elétrica por meio de usinas hidrelétricas. No entanto, a construção dessas usinas também pode causar impactos negativos. Pesquisem alguns impactos negativos provocados pela construção de usinas hidrelétricas. **3. b.** Resposta pessoal.

**c.** A presença das fontes energéticas solar fotovoltaica e eólica têm aumentado no Brasil recentemente. Essas fontes energéticas existem onde vocês moram? Se não, vocês consideram que a região apresenta os recursos necessários para a produção de energia solar ou eólica? Pesquisem informações sobre os benefícios dessas fontes. **3. c.** Respostas pessoais.



Ao promover discussões e reflexões sobre problemas ambientais, como tempestades, inundações, alagamentos, mudanças climáticas, causados pelo aquecimento excessivo do planeta, os estudantes são motivados a se identificarem como parte integrante da sociedade, comprometendo-se com a preservação do ambiente, o que aborda o TCT Educação Ambiental.

Durante essa conversa, aproveite para levá-los a refletir sobre as atitudes que eles podem tomar almejando um mundo melhor. Proponha as seguintes questões: Suas ações se baseiam em atitudes que levam a ter um mundo melhor? Como vimos em todo o trabalho com esta seção, o mundo precisa com urgência de tomadas de atitudes e decisões a fim de diminuir os problemas ambientais. Cada pessoa deve refletir em suas ações e começar com pequenas atitudes visando um mundo mais justo, pois pequenas atitudes geram grandes mudanças. Quais atitudes você pode ter para ajudar a natureza? Você separa o material reciclável? Tem hábitos que economizam água e energia? Adota hábitos sustentáveis? Comece mudando suas atitudes em casa, na escola, no trabalho, e seja gentil com o meio ambiente em que vive.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

Uma sugestão de trabalho para esta seção é organizar a turma em quatro grupos para que realizem todas as atividades propostas, em especial a **atividade 5**, que solicita que os estudantes escolham entre quatro áreas que podem ser afetadas por desastres naturais causados pelas mudanças climáticas. Nesse sentido, cada grupo deverá escolher uma área para pesquisar: saúde, alimentação, habitação ou economia.

Aproveitando o contexto da **atividade 6**, uma sugestão é desenvolver um trabalho integrador com os componentes curriculares Língua Portuguesa, Ciências e Geografia. Os professores de Ciências e Geografia podem auxiliar os estudantes na coleta das informações sobre as mudanças climáticas, aquecimento global, alternativas para a queima de combustíveis fósseis, fontes renováveis, desenvolvimento sustentável dos biomas brasileiros e como agir em caso de desastres naturais. Já o professor responsável pelo componente curricular Língua Portuguesa pode auxiliá-los a produzirem os textos, vídeos, entre outros, e também orientá-los na postagem.

## PRÁTICA INTEGRADORA

**4** Leiam o texto a seguir.

> No Brasil, 58% das emissões de gases de efeito estufa são provenientes de queimadas e desmatamento. Por isso, é muito importante encontrar caminhos para o desenvolvimento sustentável dos biomas brasileiros (Amazônia, Cerrado, Pantanal, Caatinga, Mata Atlântica, Pampas), sem que seja necessário degradar essas regiões.
>
> PERGUNTAS frequentes. **Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais**, [ca. 2024]. Disponível em: http://www.inpe.br/faq/index.php?pai=9. Acesso em: 14 fev. 2024.

Procurem na internet como pode ser feito o desenvolvimento sustentável dos biomas brasileiros e apresentem à turma o que vocês considerarem que seja factível para a realidade do país. **4.** Resposta pessoal.

**5** Por ter grande extensão territorial, o Brasil está sujeito a diversos efeitos das mudanças climáticas e, mesmo que seja possível reduzi-los, dificilmente será possível evitá-los para a população toda. Por isso, escolham uma das áreas a seguir que podem ser afetadas por desastres naturais causados pelas mudanças climáticas:

- saúde;
- alimentação;
- habitação;
- economia.

Se conhecerem pessoas impactadas por desastres naturais, conversem com elas sobre os problemas causados na área escolhida pelo grupo e como eles poderiam ser evitados ou minimizados com ações dos governantes e/ou da população. Além disso, peçam orientações de como agir nessas situações. Com essas informações obtidas, pesquisem o que for preciso para complementá-las e até mesmo atualizá-las. **5.** Resposta pessoal.

**6** Com seu grupo, reúnam as informações obtidas nesta seção de **Prática integradora** e elaborem postagens sobre esses assuntos para serem divulgadas nas redes sociais de vocês e da escola. Essas postagens podem ser textos, imagens, vídeos etc. **6.** Resposta pessoal.

**7** Para finalizar, reúnam-se em uma roda de conversa e avaliem os trabalhos realizados por vocês e pelos outros grupos expondo o que aprenderam com o trabalho e o que poderia ser melhorado. **7.** Resposta pessoal.

134

A **atividade 7** solicita que os estudantes se reúnam e, em uma roda de conversa, avaliem os trabalhos realizados. Aproveite esse momento e promova uma chamada para tomada de consciência dos estudantes. Por meio dessa avaliação, propicie um momento de reflexão individual sobre as habilidades que desenvolveram ou não durante toda a participação nas atividades desta seção, bem como o comportamento deles ao longo das atividades.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

# AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 2

**3.** Ele pode utilizar 6 embalagens com 10 trufas ou 10 embalagens com 6 trufas.

**1** Uma pessoa comprou uma máquina de lavar roupas. Ela deu R$ 420,00 de entrada e vai pagar o restante do valor em 5 prestações iguais de R$ 180,00.

**a.** Quantos reais ainda falta pagar pela máquina de lavar? **1. a.** Ainda falta pagar R$ 900,00.

**b.** Quanto essa pessoa vai pagar no total por esse eletrodoméstico? **1. b.** Ela vai pagar R$ 1.320,00.

**2** Em uma agência de viagens, um casal comprou um pacote para viajar nas férias. O preço do pacote foi R$ 3.621,00. Eles vão pagar esse valor em 12 prestações iguais, sem juro. Qual é o valor de cada prestação? **2.** O valor de cada prestação é R$ 301,75.

**3** Um confeiteiro produziu 60 trufas. Ele quer armazenar essas trufas em embalagens com 6, 8 ou 10 unidades. Utilizando apenas um tipo de embalagem, sem sobrar ou faltar nenhuma trufa, quais tipos de embalagem ele pode usar?

**4** Uma pesquisa feita em um município constatou que $\frac{3}{5}$ das pessoas entrevistadas se empenhavam em eliminar possíveis focos da dengue em suas residências, $\frac{1}{5}$ não tinha essa preocupação e o restante não sabia quais ações deviam ser feitas para evitar a proliferação do mosquito. A pesquisa também constatou que $\frac{2}{3}$ dos entrevistados estavam com todas as vacinas em dia e o restante tinha ao menos uma vacina atrasada. Com base nessas informações, indique no caderno quais afirmações são falsas e quais são verdadeiras. Justifique suas respostas.

**a.** Das pessoas entrevistadas, havia mais pessoas que se empenhavam em eliminar possíveis focos da dengue do que pessoas que não tinham essa preocupação. **4. a.** Verdadeiro, pois: $\frac{3}{5} > \frac{1}{5}$.

**b.** A minoria das pessoas entrevistadas estava com pelo menos uma vacina atrasada. **4. b.** Verdadeiro, pois: $\frac{1}{3} < \frac{2}{3}$.

**c.** Menos da metade das pessoas entrevistadas estava com todas as vacinas em dia. **4. c.** Falso, pois: $\frac{2}{3} > \frac{1}{2}$.

**d.** Ao adicionar a quantidade de pessoas que se empenhavam em eliminar possíveis focos da dengue com aquelas que não tinham essa preocupação, temos $\frac{4}{5}$ das pessoas entrevistadas. **4. d.** Verdadeiro, pois: $\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$.

**5** Uma pesquisa com 1.200 internautas sobre a facilidade de uso de uma nova versão do *site* de uma loja indicou que $\frac{7}{10}$ deles estavam satisfeitos com o *site*. Quantos usuários estavam satisfeitos com o *site* dessa loja? **5.** 840 internautas estavam satisfeitos.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

A **atividade 4** permite verificar a habilidade de avaliar a razoabilidade de afirmações em um contexto que envolve comparação de frações. No **item a**, os estudantes precisam identificar as informações na primeira frase do texto. No **item b**, a informação está na segunda frase, e os estudantes devem compreender que as expressões "ao menos uma" e "pelo menos uma" são equivalentes. No **item c**, eles precisam identificar que metade das pessoas entrevistadas pode ser representada pela fração $\frac{1}{2}$. No **item d**, aproveite para verificar se os estudantes apresentam dificuldades em adicionar frações com o mesmo denominador.

A **atividade 5** permite analisar se os estudantes resolvem um problema que envolve o cálculo de fração de uma quantidade. Assim, é fundamental verificar como calculam $\frac{7}{10}$ de 1.200.

## Orientações para a Avaliação diagnóstica 2

Nesta seção, os objetivos são mapear o conhecimento prévio dos estudantes e identificar suas dificuldades de aprendizagem para fornecer elementos essenciais ao planejamento de ensino. Além de analisar as respostas dos estudantes, é importante verificar também as estratégias que eles utilizam para resolver cada uma das atividades. Assim, cada um deverá realizar as atividades individualmente, pois isso permitirá identificar necessidades específicas. Incentive-os a não desistirem diante das dificuldades, mostrando que essa é uma oportunidade de promover melhorias no processo de ensino e de aprendizagem.

As **atividades 1** e **2** avaliam a habilidade de resolver problemas relacionados ao sistema monetário brasileiro, envolvendo as operações básicas. No **item a** da **atividade 1** verifique se os estudantes compreenderam que, para calcular quantos reais ainda falta pagar, eles podem multiplicar 5 por 180. E, no **item b**, basta adicionar 420 ao resultado do item anterior. Já na **atividade 2**, analise como os estudantes realizam a divisão de 3.621 por 12.

Na **atividade 3** é necessário perceber que 60 é múltiplo de 6 e de 10, mas não de 8. Encoraje os estudantes a explorar os conceitos de divisibilidade e a identificar os divisores de forma criativa.

No **item a** da **atividade 6**, verifique se algum estudante calculou 20% de 700. Nesse caso, intervenha perguntando se o resultado faz sentido em relação ao contexto do problema. É necessário que eles percebam que não faz, uma vez que a renda mensal da pessoa (100%) não poderia ser menor do que parte de sua renda (20%). Os **itens b** e **c** dependem da resposta correta dada ao **item a**. Por isso é fundamental que compreendam como avaliar a razoabilidade de resultados obtidos na resolução de problemas. No **item b**, os estudantes devem verificar quantos por cento 1.050 representam de 3.500. Para isso eles podem dividir 1.050 por 3.500, obtendo 0,3, que corresponde a 30%. No **item c**, é preciso que adicionem 875 a 3.500 para determinar a nova renda e verifiquem quantos por cento 700 representam de 4.375.

Na **atividade 7** é importante que os estudantes compreendam a expressão "vai ter 20% a mais" para que possam resolver o problema corretamente. É possível que alguns calculem 20% de 25 corretamente e considerem que esse é o resultado esperado. Nesse caso, questione-os: "É correto que o bolo pese menos que o bolo do ano anterior?"; "O que representa esse valor calculado?". É fundamental que compreendam que esse valor é o quanto a medida da massa aumentou; assim, é necessário que adicionem o valor obtido à medida de massa anterior. No caso de a maioria dos estudantes ter resolvido o problema com duas operações (multiplicação e adição), desafie-os a resolver com uma única operação de multiplicação ($1{,}20 \cdot 25 = 30$).

Na **atividade 8** é preciso compreender que para determinar a medida da massa do cachorro deve-se subtrair a medida da massa do tutor da medida da massa tutor-cachorro.



**6** Uma pessoa paga R$ 700,00 de aluguel e esse valor representa 20% de sua renda mensal.

**a.** Qual é o valor da renda mensal dessa pessoa? **6. a.** A renda mensal é de R$ 3.500,00.

**b.** Se essa pessoa gastou R$ 1.050,00 com alimentação em determinado mês, que porcentagem esse valor representou da renda dela? **6. b.** 30%

**c.** Se a renda dessa pessoa aumentasse R$ 875,00, qual porcentagem o preço do aluguel representaria da sua nova renda? **6. c.** 16%

**7** Todos os anos os funcionários de uma confeitaria fazem um bolo para comemorar o aniversário de inauguração e confraternizar entre eles. No ano passado, o bolo tinha medida da massa igual a 25 kg. Esse ano, o bolo vai ter 20% a mais da medida da massa do ano anterior. Quantos quilogramas terá o bolo da comemoração desse ano? **7.** 30 kg

**8** Para medir a massa do seu cachorro, um tutor subiu na balança com o animal no colo e o aparelho indicou uma medida de 89,7 kg. Sabendo que a medida da massa do tutor é 79,5 kg, qual é a medida da massa do cachorro? **8.** 10,2 kg

**9** Uma pista circular de atletismo tem medida do comprimento de 400 m.

**a.** Quantos quilômetros uma pessoa percorre ao completar 10 voltas completas nessa pista? **9. a.** 4 km

**b.** Uma pessoa que percorreu 3,2 km completou quantas voltas na pista? **9. b.** 8 voltas.

**10** Observe o par de retas representadas por um professor na lousa.




ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Como podemos classificar a posição relativa desse par de retas no plano? **10.** As retas são concorrentes.

**11** Um estudante construiu um triângulo com os lados de mesma medida de comprimento e os três ângulos internos com medidas congruentes. Podemos afirmar que o estudante construiu um triângulo: **11.** Alternativa **c**.

**a.** retângulo; **b.** isósceles; **c.** equilátero; **d.** obtusângulo.

**12** Para cercar um terreno com formato quadrado, um agricultor utilizou uma tela cujo comprimento media 48 m. Qual é a medida do comprimento de cada lado desse terreno? **12.** 12 m



A **atividade 9** permite verificar se os estudantes resolvem um problema que envolve conversão de unidades de medida de comprimento e multiplicação e divisão de números reais. É fundamental que os estudantes compreendam que devem utilizar a mesma unidade de medida para realizar as operações.

A **atividade 10** avalia se os estudantes identificam a posição relativa entre duas retas. Peça que justifiquem a classificação considerada para que possam ter mais elementos para sua análise.

O objetivo da **atividade 11** é verificar se os estudantes classificam triângulos quanto à medida de seus lados e à medida de seus ângulos. Verifique se compreendem o significado do termo "congruente".

Por meio da **atividade 12** é possível avaliar se os estudantes compreendem a noção de perímetro de um quadrado. Para isso verifique se eles dividiram 48 por 4 para obter a resposta do problema.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

**13** Um pedreiro vai revestir o piso de uma sala com porcelanato. A sala tem formato retangular com medida de comprimento de 8 m e medida de largura de 6 m.

**a.** Qual é a medida da área dessa sala? **13. a.** 48 m²

**b.** Usando peças de porcelanato quadradas com 50 cm de medida de lado, quantas peças, no mínimo, serão necessárias para revestir o piso dessa sala? **13. b.** 192 peças.

**c.** Se esse pedreiro cobra R$ 78,00 por metro quadrado de porcelanato assentado, quanto ele deve cobrar por esse serviço? **13. c.** R$ 3.744,00

**14** Um artista fez um mosaico com formato de losango; a diagonal maior do mosaico mede 4,5 m e a diagonal menor mede 2,8 m. Qual é a medida da área desse mosaico? **14.** 6,3 m²

**15** Uma companhia aérea cobra uma taxa de R$ 250,00 por bagagem despachada. Cada bagagem pode ter no máximo 23 kg de medida da massa e para cada quilograma excedido desse limite, será cobrada uma taxa de R$ 50,00.

**a.** Represente, algebricamente, o valor a ser pago ($y$) em função da medida da massa da bagagem ($x$). **15. a.** $y = 250 + 50 \cdot (x - 23)$, se $x > 23$; $y = 250$, se $x \leqslant 23$

**b.** Para um cliente despachar uma mala com 27 kg, quanto ele deve pagar para a companhia aérea? **15. b.** R$ 450,00

**16** Uma empresa que confecciona vestidos para festa tem 7 costureiras contratadas. Cada uma delas produz 2 vestidos por semana. **16. b.** 40 vestidos.

**a.** Escreva uma expressão algébrica que represente a quantidade $y$ de vestidos produzidos nessa empresa em função da quantidade $x$ de semanas. **16. a.** $y = 14x$

**b.** Se duas costureiras entrarem de férias e por isso não produzirem nenhum vestido durante 4 semanas, quantos vestidos seriam produzidos nesse período?

**17** Ao finalizar o relatório de uma pesquisa, a pesquisadora responsável observou que um dos valores obtidos foi representado pela dízima periódica 3,8333.... No entanto, ela decidiu representar todos os valores registrados na pesquisa com frações. Qual das frações a seguir representa a dízima periódica encontrada pela pesquisadora? **17.** Alternativa **c**.

**a.** $\frac{38}{3}$ **b.** $\frac{26}{6}$ **c.** $\frac{23}{6}$ **d.** $\frac{23}{3}$

**18** Um quadrado tem medida de área igual a 144 cm². Qual é a medida do comprimento do lado desse quadrado? **18.** 12 cm

**19** Uma fábrica produz um modelo de peça com formato de cubo. Cada peça tem volume de medida igual a 125 cm³. Qual é a medida do comprimento das arestas dessa peça? **19.** 5 cm



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

A **atividade 13** permite analisar se os estudantes resolvem um problema que envolve o conceito de área de retângulos. No **item a**, podem multiplicar a medida do comprimento e a da largura da sala para obter a medida da área. No **item b**, verifique se eles obtiveram a medida da área de uma peça de porcelanato em metro quadrado ou se converteram a medida da área da sala em centímetro quadrado para calcular a quantidade de peças necessárias. O **item c** depende do resultado correto do **item a**; assim, é necessário que multipliquem 78 por 48 para obter o valor correto.

O objetivo da **atividade 14** é avaliar se os estudantes calculam a medida da área de um losango. Verifique se eles apresentam alguma dificuldade em realizar multiplicação ou divisão que envolvem números decimais.

As **atividades 15** e **16** possibilitam verificar se os estudantes representam uma situação em linguagem materna utilizando a linguagem algébrica e se percebem a lógica envolvida para operar corretamente com as expressões obtidas. No **item a** da **atividade 15**, é necessário que compreendam as duas situações envolvidas: uma em que a bagagem pode ter no máximo 23 kg e outra que ultrapassa essa medida.

No **item a** da **atividade 16**, é preciso perceber a proporcionalidade entre número de costureiras e vestidos produzidos por semana: a quantidade de vestidos ($y$) é igual à quantidade de vestidos produzidos em uma semana (14) multiplicada pelo número de semanas ($x$). No **item b**, é necessário compreender que apenas 5 costureiras estarão trabalhando e continuarão produzindo 2 vestidos por semana, logo, o fator de proporcionalidade será 10 e a expressão algébrica será: $y = 10x$.

A **atividade 17** verifica se os estudantes determinam a fração geratriz de uma dízima periódica. Caso não saibam, eles podem utilizar o artifício de analisar cada alternativa, fazendo uma divisão. Por exemplo, na **alternativa a** podem dividir 38 por 3 e verificar que não é a dízima periódica indicada no enunciado.

A **atividade 18** permite avaliar se os estudantes obtêm a medida do comprimento do lado de um quadrado a partir da medida da sua área. Verifique se eles associam esse procedimento ao cálculo da raiz quadrada.

A **atividade 19** verifica se os estudantes obtêm a medida do comprimento da aresta de um cubo a partir da medida de seu volume. Avalie se eles associam esse procedimento ao cálculo da raiz cúbica.

O objetivo da **atividade 20** é verificar se os estudantes conseguem associar números irracionais a pontos da reta numérica. Para isso vão analisar a veracidade de quatro afirmações e tomar por base o valor aproximado de $\sqrt{3}$.

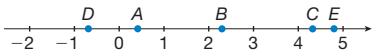
O objetivo da **atividade 21** é verificar se os estudantes conseguem resolver um problema que envolve divisão em partes diretamente proporcionais. Um irmão pagou R$ 150.000,00, que correspondem a $\frac{3}{7}$ de R$ 350.000,00. O outro irmão pagou R$ 200.000,00, que correspondem a $\frac{4}{7}$ de R$ 350.000,00. Logo, para calcular o quanto cada um deve receber com a venda do imóvel por R$ 420.000,00, basta calcular $\frac{3}{7}$ de R$ 420.000,00 e $\frac{4}{7}$ de R$ 420.000,00, obtendo R$ 180.000,00 e R$ 240.000,00, respectivamente.

A **atividade 22** avalia a habilidade dos estudantes em resolver um problema que envolve proporcionalidade e conversão entre medidas de massa. Assim, é fundamental saber que 1 kg corresponde a 1.000 g.

## AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 2

**20. a.** Verdadeiro, pois o número representado pelo ponto *B* é maior que 2, enquanto o representado pelo ponto *A* é menor que 1, assim 1,7 fica entre os dois.

**20** Observe a reta numérica.




Identifique em seu caderno quais afirmações são falsas e quais são verdadeiras. Justifique suas respostas. Considere $\sqrt{3} = 1{,}7$.

**a.** O número $\sqrt{3}$ está localizado entre os números representados pelos pontos *A* e *B*.

**20. b.** Falso, pois $2\sqrt{3}$ é aproximadamente 3,4, então é menor que o número representado pelo ponto *C*.

**b.** O número $2\sqrt{3}$ está localizado à direita do número representado pelo ponto *C*.

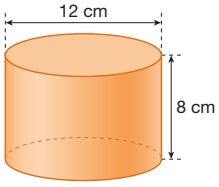
**c.** O número $-\sqrt{3}$ está localizado à esquerda do número representado pelo ponto *D*. **20. c.** Verdadeiro, pois −1,7 é menor que o número representado pelo ponto *D*.

**d.** O número $3\sqrt{3}$ está localizado entre os números representados pelos pontos *C* e *E*. **20. d.** Falso, pois $3\sqrt{3}$ é aproximadamente 5,1, que é maior que o número representado pelo ponto *E*.

**21** Dois irmãos compraram um apartamento e pagaram R$ 350.000,00 no total. Um irmão pagou R$ 150.000,00 e o outro pagou o restante. Após alguns anos, eles venderam esse imóvel por R$ 420.000,00 e vão dividir esse valor em partes diretamente proporcionais à quantia que cada um pagou. Quantos reais cada irmão vai receber? **21.** O que pagou a menor parte receberá R$ 180.000,00, e o outro, R$ 240.000,00.

**22** Uma pessoa que vai organizar um churrasco considerou que deveria comprar 300 g de carne por pessoa. Se no churrasco deve haver 25 pessoas, quantos quilogramas de carne devem ser comprados? **22.** 7,5 kg

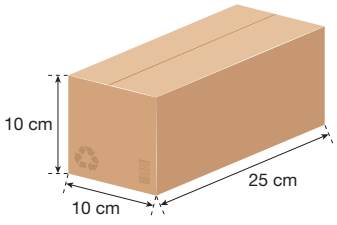
**23** Uma empresa de cosméticos vai mudar a embalagem de um produto. A figura representa o formato e as medidas da embalagem atual. A nova embalagem terá o mesmo formato e a mesma medida do volume, mas a medida do diâmetro será 15 cm. Qual será a medida da altura da nova embalagem? Considere $\pi = 3{,}14$. **23.** Alternativa **b**.




**a.** 4,5 cm **b.** 5,12 cm **c.** 9,6 cm **d.** 11,52 cm

**24** Uma empresa fabrica caixas com formato de paralelepípedo, cujas dimensões estão indicadas na figura.

Qual é a medida de volume total que 30 caixas dessas comportam? **24.** 75.000 cm³




ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Reprodução proibida. Art.184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



As **atividades 23** e **24** avaliam se os estudantes conseguem resolver problemas que envolvem o cálculo de medida do volume de cilindro e de paralelepípedo, respectivamente. Na **atividade 23**, é necessário que obtenham a medida do volume do cilindro dado para então determinar a medida da altura da nova embalagem cilíndrica. Verifique se eles utilizaram a medida do comprimento do raio, e não a medida do comprimento do diâmetro, para calcular a medida da área da base do cilindro e se ainda têm dificuldades em realizar operações com números decimais. Na **atividade 24**, é preciso que obtenham a medida do volume de uma caixa para, em seguida, multiplicar esse valor por 30 e obter o volume total.

**25** Uma embalagem de suco tem formato que lembra um prisma de base triangular. A medida da área da base da embalagem é de 50 cm² e a embalagem tem 30 cm de medida da altura. Quantos litros de suco cabem nessa embalagem? **25.** 1,5 L

**26** Uma senha é formada por 5 dígitos. Sabendo que é possível utilizar os algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, e 9, quantas senhas são possíveis formar sem repetir nenhum algarismo? **26.** 30.240 senhas.

**27** Em uma turma com 25 estudantes, há 15 estudantes que deixam o cabelo comprido e o restante usa um corte de cabelo curto. Sabendo que será feito um sorteio na turma e que todos os estudantes têm a mesma probabilidade de ser sorteados, responda às questões.

**a.** Qual é a probabilidade de o estudante sorteado ter cabelo comprido? **27. a.** 60%

**b.** Qual é a probabilidade de o estudante sorteado ter um corte de cabelo curto? **27. b.** 40%

**28** De acordo com a 9ª edição da pesquisa Game Brasil, divulgada em 2022 que contou com a participação de 13.051 pessoas de todo território nacional, 74,5% dos entrevistados tinham o costume de jogar jogos eletrônicos e 25,5% não tinham esse costume. Use os dados dessa pesquisa e construa um gráfico de setores no caderno.

**29** Observe a tabela com a estimativa da taxa de desmatamento para o ano de 2023 da Amazônia Legal por estado.

**Estimativa de desmatamento da Amazônia Legal em 2023**

| Estado | km² |
|---|---|
| Acre | 597 |
| Amapá | 12 |
| Amazonas | 1.553 |
| Maranhão | 285 |
| Mato Grosso | 2.086 |
| Pará | 3.272 |
| Rondônia | 873 |
| Roraima | 297 |
| Tocantins | 26 |

**Fonte:** elaborado com base em ESTIMATIVA de desmatamento na Amazônia Legal para 2023 é de 9.001 km². **Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais**, São José dos Campos, 20 out. 2023. Disponível em: https://www.gov.br/inpe/pt-br/assuntos/ultimas-noticias/estimativa-de-desmatamento-na-amazonia-legal-para-2023-e-de-9-001-km2/2023_1020_Nota_tecnica_Estimativa_Taxa_2023_SEI.pdf. Acesso em: 26 fev. 2024.

Construa um gráfico de barras com os dados da tabela.

**29.** Resposta no **Manual do professor**.

**28.** Confira um exemplo de resposta no **Manual do professor**.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

A **atividade 29** tem por objetivo avaliar a habilidade dos estudantes em construir um gráfico de barras para representar os dados de uma pesquisa apresentados em uma tabela simples. Se os estudantes realizarem a atividade com papel e lápis, verifique se cada barra representou um estado, se o comprimento de cada barra está proporcional, se utilizaram corretamente a escala, se rotularam eixos, se incluíram título e fonte. É importante ter em mente que, ao construir com papel e lápis, a precisão na medição do comprimento das barras é um desafio e que erros podem afetar a representação visual dos dados. Consulte as respostas das **atividades 28** e **29** nas **Orientações específicas para o desenvolvimento dos Capítulos**.

Na **atividade 25** é possível verificar se os estudantes compreendem como calcular a medida do volume de um prisma e se convertem centímetro cúbico em litro. Assim, é necessário que reconheçam que a medida do volume de um prisma é dada pelo produto entre a medida da área de sua base e a medida de sua altura, e que 1 litro corresponde a 1.000 centímetros cúbicos.

A **atividade 26** possibilita avaliar se os estudantes conseguem resolver um problema de análise combinatória que envolve o princípio multiplicativo. Para isso, devem compreender que os algarismos podem ocupar qualquer posição na senha, mas que não podem ser repetidos. Assim, devem fazer a multiplicação: $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6$ para resolver o problema.

A **atividade 27** permite avaliar se os estudantes compreendem probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável. Assim, no **item a**, devem obter a porcentagem correspondente à razão $\frac{15}{25}$. E, no **item b**, podem calcular a probabilidade de duas maneiras, pela razão $\frac{10}{25}$ ou fazendo uma subtração com o resultado do **item a** (100% − 60% = 40%).

O intuito da **atividade 28** é verificar a habilidade de construir um gráfico de setores para representar os dados de uma pesquisa. Verifique se eles conseguiram compreender que cada setor representa uma porcentagem do todo, se colocaram título, legenda e fonte de pesquisa.

## Orientações para a Unidade 3

A abertura aborda a introdução da tecnologia no mundo do trabalho e as possíveis consequências, permitindo discutir e refletir sobre os TCTs Trabalho, Ciência e Tecnologia e Educação Ambiental e o **ODS 8** (Trabalho decente e crescimento econômico), **ODS 9** (Indústria, inovação e infraestrutura) e **ODS 12** (Consumo e produção responsáveis). Organize uma roda de conversa com os estudantes a fim de que eles possam comentar o uso de tecnologias na agricultura e em outros setores. Incentive-os a listarem aspectos que julguem positivos e outros que consideram negativos, possibilitando que argumentem a respeito de cada tópico que listarem.

UNIDADE 3

# Trabalho e tecnologia

ODS 8 ODS 9 ODS 12



RICARDO TELES/PULSAR IMAGENS

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Drone sendo utilizado para coleta de dados em um canavial de Delta (MG). Foto de 2022.

**Fertilizantes:** substâncias ou conjunto de substâncias aplicadas em uma lavoura com o objetivo de fornecer nutrientes para o desenvolvimento das plantas.

As tecnologias têm desempenhado um papel importante na transformação do mundo do trabalho, impactando profundamente a maneira como as pessoas realizam suas tarefas e como elas se relacionam.

A utilização de drones na agricultura, por exemplo, tem ajudado os grandes produtores a planejar, monitorar e executar suas práticas agrícolas. Com os drones é possível realizar atividades como coletar dados sobre a umidade do solo e verificar a presença de pragas. O nível de detalhamento dos dados obtidos permite o uso otimizado de recursos como água e **fertilizantes**.

Embora o uso de tecnologias na agricultura ofereça benefícios, também apresenta desvantagens e desafios que afetam a sociedade de diversas maneiras. O uso de tecnologias pode resultar na redução da demanda por mão de obra, gerando desemprego. Além disso, pode acentuar a desigualdade econômica no setor agrícola, uma vez que o custo inicial de adoção de tecnologias, geralmente, é alto e isso acaba excluindo pequenos produtores que não têm recursos financeiros para investir. Outro desafio está no uso inadequado dessas tecnologias, resultando na aplicação excessiva de insumos agrícolas e, consequentemente, na poluição do solo e da água.

140

Faça um levantamento do que eles sabem sobre as diferenças entre as práticas agrícolas da agricultura familiar e das grandes propriedades do chamado agronegócio, em que o uso da ciência, maquinários e tecnologias tem impactado a produtividade das lavouras e da pecuária, mas que traz também a diminuição dos empregos na área rural. Converse sobre o uso da inteligência artificial em associação à robótica e a outros equipamentos inteligentes, como drones e outros sistemas de monitoramento remoto de dados. Um aspecto que pode ser discutido é o avanço da biotecnologia no desenvolvimento de linhagens de plantas mais resistentes a pragas, uso de controle biológico em substituição aos defensivos agrícolas, além da melhoria nos processos de geração de energia limpa para as áreas rurais.

Converse com o professor e os colegas sobre as questões a seguir. **1.** Resposta pessoal.

**1** Você conhece outras tecnologias que são utilizadas na agricultura? Se sim, quais?

**2** Em sua opinião, as tecnologias têm transformado as tarefas realizadas pelas pessoas do local onde você trabalha? E a maneira como se relacionam? Por quê? **2.** Respostas pessoais.

**3** As imagens a seguir mostram como as tecnologias têm sido importantes em outras profissões. **3.** Respostas pessoais.



THOMAS SAMSON/AFP/GETTY IMAGES

Médico realizando cirurgia por meio de aparelhos robóticos, em Paris, França. Foto de 2019.



ERNESTO REGHRAN/PULSAR IMAGENS

Motorista de aplicativo utilizando aplicativo com GPS em Florianópolis (SC). Foto de 2021.

Você conhece outras tecnologias que têm auxiliado profissionais a realizar suas tarefas? Se sim, qual(is)? Que desafios esses profissionais têm enfrentado? Comente.

**4** De acordo com o Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (Ipea), em 2022 havia no Brasil aproximadamente 1,5 milhão de trabalhadores em atividades no setor de transporte de passageiros e de mercadorias, inseridos na chamada ***Gig Economy***. Entre esses trabalhadores, cerca de $\frac{3}{5}$ eram motoristas de aplicativo. Qual era a porcentagem aproximada de motoristas de aplicativo na *Gig Economy*? **4.** 60%

***Gig Economy***: termo usado para caracterizar as relações entre funcionários e empresas que contratam mão de obra para serviços esporádicos e sem vínculo empregatício.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Nesta unidade, serão trabalhados no Capítulo 5 os conceitos relacionados ao estudo de porcentagem, juros simples e compostos, aplicação financeira, empréstimos, medidas de tendência central, amplitude e tipos de amostras para pesquisas estatísticas. No Capítulo 6, serão abordados os conceitos de equação e sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas, equação do 2º grau com uma incógnita, produtos notáveis, resolução de uma equação do 2º grau e coleta e organização de dados. Além disso, são explorados assuntos como microempreendedor individual (MEI) e a tecnologia e as mudanças no mercado de trabalho, possibilitando aos estudantes da EJA refletir sobre temas relevantes para o exercício da cidadania.

Aproveite as questões propostas para perguntar aos estudantes se eles reconhecem a presença da Matemática nas diferentes inovações tecnológicas mencionadas no texto e em outras também. Por exemplo, peça que pesquisem o funcionamento do Sistema de Posicionamento Global (GPS) utilizado nos drones, nos aplicativos de localização dos celulares e em outros aparelhos. Outra área cujo desenvolvimento recente tem alterado a economia é a Ciência de Dados: ela utiliza técnicas matemáticas e da Estatística aliadas ao enorme poder de processamento de dados dos computadores para trazer análises mais precisas, observação de tendências e a realização de previsões que permitem às empresas, governos e instituições privadas otimizarem suas decisões econômicas e de negócios.

É possível realizar um trabalho interdisciplinar com os professores das Ciências Humanas sobre o impacto da tecnologia no trabalho em diferentes momentos da história ocidental: o uso de máquinas durante a Revolução Industrial no século XVIII, o emprego da eletricidade nas linhas de produção no século XIX, a eletrônica e a informática no século XX e a Inteligência Artificial, a Robótica e a Computação na atualidade, abordando seus diferentes efeitos na sociedade e nos empregos. Ao final, os resultados podem ser compartilhados com a turma e a comunidade escolar.

## Orientações para o Capítulo 5

Neste capítulo serão trabalhados conceitos de porcentagem na resolução de problemas, juro simples e juro composto, medidas centrais e amplitude, como também os tipos de amostras para pesquisas estatísticas. Esses assuntos estão presentes nos mais diferentes contextos do dia a dia das pessoas e muitas vezes passam despercebidos.

Após observar a imagem e realizar a leitura do texto, é possível refletir sobre o **ODS 5** (Igualdade de gênero) e o **ODS 10** (Redução das desigualdades) quando no texto é mencionada a diferença salarial entre homens e mulheres, como também o TCT Trabalho, ao mencionar a presença da mulher no mercado de trabalho.

Converse com os estudantes sobre o tema, ouvindo suas opiniões, argumentos, e, se necessário, explique que diversas pesquisas mostram que a diferença salarial existe mesmo quando homens e mulheres ocupam os mesmos cargos e têm as mesmas funções, o que não pode ser explicado com base em argumentos preconceituosos, como "mulheres são menos produtivas do que os homens" ou "as mulheres se ausentam mais do trabalho por motivos médicos, cuidados com os filhos ou por licença-maternidade".

CAPÍTULO 5

# Matemática Financeira e Estatística

ODS 5 ODS 10



FG TRADE/E+/GETTY IMAGES

Profissionais da construção civil em obra no município de São Paulo (SP). Foto de 2022.

**Neste capítulo você vai:**

- aplicar o conceito de porcentagem na resolução de problemas;
- compreender os conceitos de juro simples e juro composto;
- estudar as medidas de tendência central: moda, média aritmética e mediana;
- compreender e aplicar os conceitos de amplitude total e ponto médio.

No Brasil, a presença da mulher no mercado de trabalho tem passado por transformações significativas nas últimas décadas. Atualmente, muitas mulheres ocupam cargos de liderança e têm a oportunidade de realizar tarefas que antes eram delegadas exclusivamente aos homens.

Apesar dos avanços, há ainda muitos desafios para serem enfrentados, como o preconceito, o assédio e a desigualdade salarial entre homens e mulheres.

De acordo com a Pesquisa Cadastro Central de Empresas (Cempre), divulgada pelo IBGE, em 2021, a média salarial dos homens era R$ 3.484,24 e a das mulheres era R$ 2.995,07.

Em sua opinião, como as empresas podem contribuir para que as mulheres tenham as mesmas oportunidades e condições que os homens?

Você conhece o conceito de média? Se sim, como calcular a média de um conjunto de dados?

**Abertura:** Respostas pessoais.

142

Reprodução proibida. Art.184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Aproveite para retomar o cálculo da porcentagem perguntando a eles: o salário das mulheres apresentado no texto corresponde a qual porcentagem do salário dos homens? Observe se eles fazem $\frac{2.995,07}{3.484,24} \simeq 0,86$, ou seja, aproximadamente 86% do salário dos homens, ou se utilizam outro método para realizar o cálculo da porcentagem.

Finalize o trabalho com esta página perguntando sobre média e se sabem como calcular a média de um conjunto de dados. Observe se os estudantes que sabem como realizar o cálculo da média compreendem o significado do conceito, pedindo que expliquem o que significa as mulheres terem um salário médio mensal igual a R$ 2.995,07; é possível que alguns considerem, erroneamente, que a média é o valor de salário mais provável se tomarmos ao acaso uma dentre as mulheres que participaram da pesquisa.

# Porcentagem

ODS 10

É estabelecida pela legislação brasileira (Art. 93 da Lei nº 8.213/91) a porcentagem mínima de pessoas com deficiência que as empresas com 100 funcionários ou mais devem manter contratadas. Essa porcentagem varia conforme o número de empregados da empresa.

Por exemplo, se a empresa tem de 100 a 200 empregados, 2 a cada 100 funcionários, ou seja, $\frac{2}{100}$ dos funcionários devem ser pessoas com deficiência. Também podemos indicar a razão $\frac{2}{100}$ na forma de porcentagem: 2% (lemos "2 por cento").



NGAGA/SHUTTERSTOCK

Símbolo internacional de indicação de acessibilidade.

**Taxa percentual** ou **porcentagem** é a razão entre um número $p$ e 100, que indicamos por $\frac{p}{100}$ ou $p\%$.

Uma empresa tem 200 funcionários. De acordo com a lei, quantas pessoas com deficiência, no mínimo, devem fazer parte do quadro de funcionários dessa empresa?

**Atividade oral:** 4 pessoas.

Acompanhe as situações.

### Situação 1

Para uma empresa com mais de 1.000 empregados, a lei estabelece que, no mínimo, 5% do quadro de funcionários deve ser ocupado por pessoas com deficiência. Considerando uma empresa com 2.500 empregados, vamos calcular de dois modos o número mínimo de pessoas com deficiência que devem fazer parte do quadro de funcionários dessa empresa.

**1º modo:**

Calcular 5% de uma quantidade é o mesmo que calcular $\frac{5}{100}$ dessa quantidade. Assim, para calcular 5% de 2.500, fazemos:

$$\frac{5}{100} \cdot 2.500 = \frac{12.500}{100} = 125$$

**2º modo:**

Também podemos usar a regra de três simples. Vamos indicar por $x$ a quantidade mínima de pessoas com deficiência que devem fazer parte do quadro de funcionários da empresa.

**Relação entre a quantidade de funcionários e a porcentagem**

| Quantidade de funcionários | Porcentagem |
|---|---|
| 2.500 | 100% |
| $x$ | 5% |



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

## Porcentagem

O contexto em que a porcentagem é apresentada permite abordar o **ODS 10** (Redução das desigualdades), pois traz à discussão a inserção de pessoas com deficiência no mercado de trabalho. É importante que os estudantes percebam que a aplicação do artigo 93 da Lei nº 8.213/91 pelas empresas não caracteriza assistencialismo, mas uma oportunidade que pode ser aproveitada de maneira positiva por elas. Entre os benefícios, essa lei promove o investimento em estruturas de acessibilidade, preparando a empresa para receber pessoas com necessidades especiais; aproveitamento da experiência e do ponto de vista das pessoas com deficiência como clientes, o que estimula o desenvolvimento de produtos e soluções inovadoras, favorece o aprendizado dos colaboradores sobre o tema, melhora o ambiente corporativo, agrega uma imagem positiva à empresa e também a perspectiva de melhoria da produtividade da equipe, pois, em geral, pessoas com necessidades especiais desenvolvem resiliência em função das dificuldades enfrentadas ao longo da vida.

Na **situação 1**, ao apresentar os dois modos de cálculo de 5% de 2.500, observe se algum estudante sugere outro modo de cálculo, como fazer 0,05 · 2.500 ou calcular 1% de 2.500, obtendo 25, e, em seguida, fazer 5 · 25 = 125. Outra possibilidade é utilizar o raciocínio proporcional de outro modo, observando que 5% é igual a 100% : 20, de modo que para se obter o número de funcionários basta fazer 2.500 : 20 = 125.

Um erro comum ao se calcularem descontos ou aumentos sucessivos como na **situação 2** é calcular a diferença entre eles (10% − 5% = 5%), aplicar esse percentual ao preço inicial, o que daria um aumento de 0,05 · 40.500 = 2.025, e obter o preço final 40.500 + 2.025 = 42.525. Explique aos estudantes que o erro consiste no fato de os percentuais 5% e 10% serem aplicados a valores diferentes, e não ao valor 40.500 nos dois casos.

Aprofunde a discussão propondo outra maneira de calcular o preço do carro após o desconto: se é dado um desconto de 5%, significa que o cliente paga 95% de seu preço, ou seja, 0,95 · 40.500 = 38.475. A vantagem no emprego desse raciocínio é que o preço é obtido por meio de um único cálculo, em vez de se obter o valor do desconto e, depois, subtrair do preço inicial. De modo similar, se em março o preço sofreu aumento de 10%, isso significa que ele custará 110% de 38.475, ou seja, 1,10 · 38.475 = 42.322,50.

Assim: $\frac{2.500}{x} = \frac{100}{5}$ ou, ainda, $2.500 \cdot 5 = 100 \cdot x$

Logo: $x = \frac{12.500}{100} = 125$

Portanto, se a empresa tem 2.500 funcionários, pelos menos 125 devem ser pessoas com deficiência.

**Situação 2**

Certo carro custava R$ 40.500,00 no mês de janeiro. Para aumentar as vendas, no mês de fevereiro, o lojista ofereceu um desconto de 5% sobre o preço de janeiro. Em decorrência da valorização dos automóveis, foi aplicado em março um acréscimo de 10% sobre o preço de fevereiro. Vamos calcular o preço desse carro em março.

Vamos primeiro calcular o preço do carro no mês de fevereiro:

0,05 · 40.500 = 2.025

40.500 − 2.025 = 38.475

Assim, o carro passou a custar R$ 38.475,00 no mês de fevereiro.

Para calcular o preço do carro em março, devemos considerar que houve um acréscimo de 10% sobre o preço do carro em fevereiro. Assim:

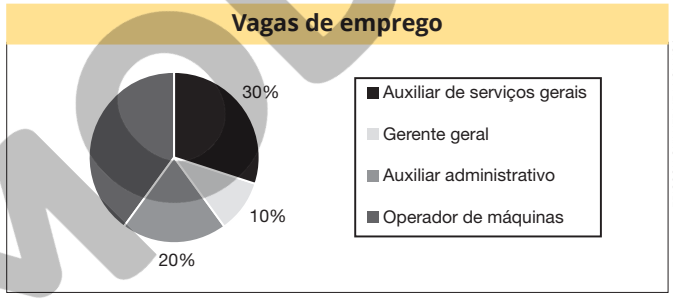
0,1 · 38.475 = 3.847,5

38.475 + 3.847,5 = 42.322,5

Portanto, o preço do carro, em março, era de R$ 42.322,50.

**Atividade resolvida**

**(Encceja EF 2019)** Uma indústria, necessitando contratar mão de obra, elaborou um gráfico no qual apresenta a distribuição das 80 vagas que precisa preencher. Porém, ficou faltando especificar o percentual de vagas para operador de máquinas.




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ ARQUIVO DA EDITORA

Quantas vagas foram oferecidas para operador de máquinas?

**a.** 20 **b.** 32 **c.** 40 **d.** 48



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

## Atividade resolvida

Na atividade resolvida, permita aos estudantes expressarem outras formas de abordar o cálculo do número de vagas para operador de máquina: é possível que eles calculem que 10% de 80 é igual a 8, e como 40% das vagas é igual a 4 · 10%, basta fazer 4 · 8 = 32, ou seja, 32 vagas. Incentive-os a obter o número de vagas disponíveis de cada categoria mostrada no gráfico. É esperado que eles obtenham: 8 vagas para gerente geral, 16 vagas para auxiliar administrativo e 24 vagas para auxiliar de serviços gerais.

**Resolução**

Para resolver essa questão é necessário determinar a porcentagem de vagas para operador de máquinas.

Como a soma das porcentagens de cada setor do gráfico é igual a 100%, temos que a porcentagem de vagas para operador de máquinas é de 40%, pois:

$100\% - (20\% + 10\% + 30\%) = 100\% - 60\% = 40\%$

Para determinar a quantidade de vagas para operador de máquinas, basta calcular 40% do total de vagas, ou seja, 40% de 80 vagas:

$$\frac{40}{100} \cdot 80 = 32$$

Logo, foram oferecidas 32 vagas de operador de máquinas.

## Atividades

**1** Analise estas promoções de duas lojas e, depois, responda às questões a seguir.




CLÁUDIO CHIYO/ARQUIVO DA EDITORA

**1. a.** Na loja A.

**a.** Se comprar à vista, em qual das lojas um cliente pagará menos pela geladeira?

**b.** Em sua opinião, por que as lojas costumam oferecer um desconto no preço das mercadorias para pagamento à vista? **1. b.** Resposta pessoal.

**2** Os chuveiros elétricos consomem cerca de 25% da energia elétrica registrada na conta de luz de uma residência. Considerando essa informação, responda às seguintes questões. **2. b.** Resposta pessoal.

**a.** Em determinado mês, o valor da conta de luz em uma residência foi de R$ 150,00. Qual foi o valor correspondente ao gasto com os chuveiros?

**b.** Quais medidas podem ser tomadas para economizar energia elétrica (e também água) durante o banho? Converse com os colegas.

**2. a.** R$ 37,50



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

### Atividades

A **atividade 1** apresenta uma situação-problema para reflexão sobre as promoções que são frequentemente oferecidas pelo comércio. Sem lançar mão de cálculos, pergunte aos estudantes que promoção eles consideram mais vantajosa para um pagamento à vista. É possível que muitos respondam que preferem a promoção da loja **B**. Porém, leve-os a perceber que a porcentagem de descontos é maior na loja **A**. Então, é preciso calcular os dois descontos:

- Promoção da loja **A**: se o desconto é de 20%, então o preço à vista é 80% de R$ 2.500,00, ou seja, R$ 2.000,00.
- Promoção da loja **B**: se o desconto é de 10%, então o preço à vista é 90% de R$ 2.300,00, ou seja, R$ 2.070,00.

Assim, conclui-se que a promoção da loja **A** é a mais vantajosa para um pagamento à vista.

Durante a realização das **atividades 2** a **6**, incentive os estudantes a fazer sempre uma estimativa do resultado antes de realizar os cálculos. Isso os ajudará a avaliar se os resultados são factíveis ou não.

Ao trabalhar o **item b** da **atividade 2**, converse com os estudantes sobre as diferentes medidas apresentadas e explique a importância de economizarem água e energia elétrica no banho e em outras atividades diárias, estimulando a reflexão sobre o TCT Educação para o Consumo ao dialogar sobre o consumo consciente.

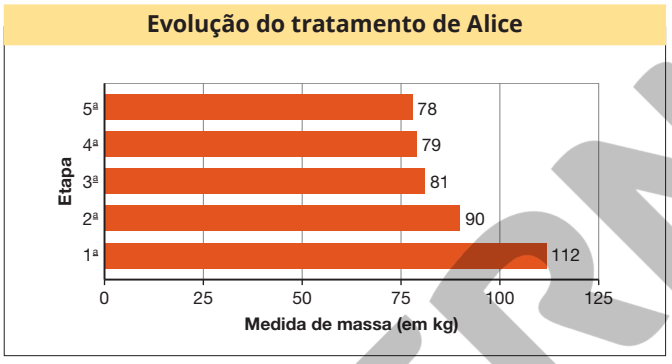
MODERNA

A **atividade 3** trabalha o cálculo do valor original de um serviço sem a incidência de um percentual de acréscimo a partir de seu valor após a aplicação desse percentual. Um modo de resolver o problema é observar que o preço inicial corresponde a 100% e foi acrescido de 10%, de modo que R$165,00 corresponde a 110% (100% + 10%) do preço. Assim, podemos utilizar o raciocínio proporcional para obter, por exemplo, 10%, o qual pode ser obtido dividindo-se o preço final por 11 (110% : 11 = 10%), ou seja, 165 : 11 = 15. Logo, se 10% correspondem a R$ 15,00, então 100% será igual a 10 · 15 = 150, ou seja, R$ 150,00.

**3** Uma família foi jantar em um restaurante. A conta, incluindo os 10% de serviço do garçom, foi de R$ 165,00. Qual seria o valor da conta sem o valor do serviço? **3.** R$ 150,00

**4** O controle de qualidade de uma empresa de lâmpadas constatou que, de 6.400 unidades produzidas no mês passado, 32 apresentaram algum tipo de defeito. Qual foi a porcentagem de lâmpadas com defeito produzidas no mês passado? **4.** 0,5%

**5** Por motivo de saúde, em 2024, Alice fez um tratamento para emagrecer, com a orientação de sua médica. Depois de um longo período, sua médica apresentou um gráfico com a evolução do tratamento:




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

**Fonte:** elaborado para fins didáticos.

**a.** Qual foi a taxa percentual de medida de massa perdida por Alice nesse tratamento? **5. a.** Aproximadamente 30%.

**b.** Da 4ª para a 5ª etapa, a médica avisou Alice que seria adequado ela perder entre 2% e 4% de medida de massa. O resultado obtido por Alice ficou dentro do esperado? **5. b.** Não, porque Alice perdeu aproximadamente 1,27%.

**6** O valor do Imposto sobre a Propriedade de Veículos Automotores (IPVA) corresponde a uma alíquota (porcentagem) do valor venal do veículo (valor atual de mercado). Essa alíquota varia em cada estado da federação.

**a.** Sabendo que em 2024 a alíquota no estado do Mato Grosso do Sul era de 4%, quanto pagou de IPVA nesse ano o morador desse estado, dono de um carro cujo valor venal era de R$ 48.000,00? **6. a.** R$ 1.920,00

**b.** Em 2024, no Mato Grosso do Sul, o desconto no valor do IPVA era de 15%, caso o dono do carro pagasse o imposto à vista até o dia 31 de dezembro de 2023. Qual seria o valor do IPVA, caso o dono do veículo citado no item anterior pagasse o imposto à vista, até a data estipulada? **6. b.** R$ 1.632,00

146

Reprodução proibida. Art.184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Aproveite a **atividade 6** para discutir com os estudantes a cobrança de impostos. É importante que eles compreendam que, apesar de haver opiniões diversas sobre ser ou não justa a alíquota cobrada dos cidadãos em cada um dos diferentes tributos, a nossa sociedade está estruturada a partir da oferta de serviços públicos, tais como saneamento básico, infraestrutura de transportes, segurança pública, saúde, educação etc., serviços que são prestados pelo Estado a partir de contribuições de cada cidadão. No caso do IPVA, peça que pesquisem os fatores que influenciam o valor cobrado (ano de fabricação, modelo etc.) e a destinação dos recursos obtidos por meio dessa cobrança, pois todos os cidadãos têm o direito de fiscalizar o uso de verbas públicas por meio de seus representantes políticos (vereadores, deputados etc.). Ao conversar sobre impostos cobrados, os estudantes são estimulados a desenvolver o TCT Educação Fiscal.

## Juro simples

Acompanhe a situação.

Um casal quer comprar um aparelho de televisão. A loja oferece duas formas de pagamento para adquirir esse aparelho: R$ 930,00 à vista, ou a prazo, em 8 parcelas de R$ 139,50 cada uma.



GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

Por que o preço da televisão a prazo (R$ 1.116,00) é maior que o preço à vista (R$ 930,00)?

Nessa situação, o preço a prazo é maior porque é cobrado juro (remuneração pelo parcelamento da dívida) sobre o preço à vista. Vamos calcular o juro cobrado pelo parcelamento dessa dívida:

$$\text{R\$ } 1.116{,}00 - \text{R\$ } 930{,}00 = \text{R\$ } 186{,}00$$

Portanto, se esse casal comprar a televisão a prazo, pagará R$ 186,00 de juro.

Para determinar a porcentagem de juro, podemos fazer:

$$\frac{186}{930} = 0{,}20 = \frac{20}{100} = 20\%$$

O juro (R$ 186,00) corresponde a 20% do preço à vista (R$ 930,00). Dividindo 20% por 8 (quantidade de parcelas), obtemos 2,5%, que é a taxa de juro ao mês no sistema de **juro simples**.

## Aplicação financeira

Quando uma pessoa quer aplicar um valor em dinheiro, geralmente recorre a uma instituição financeira — por exemplo, um banco. Nesse contexto, esse valor em dinheiro é chamado de **capital** e o **juro** é a remuneração que a pessoa vai receber do banco. A soma obtida ao adicionar o capital ao juro é chamada de **montante**.



ALEX ARGOZINO/ARQUIVO DA EDITORA

Acompanhe a situação a seguir envolvendo aplicação financeira.

Juliana aplicou R$ 3.000,00 em um investimento à taxa de juro simples de 0,5% ao mês. Depois de 1 ano, ela tinha R$ 3.180,00.

Nessa situação, o capital é R$ 3.000,00; a taxa de juro, 0,5% ao mês; a medida do tempo de aplicação, 1 ano ou 12 meses; o montante, R$ 3.180,00; e o juro, R$ 180,00 (R$ 3.180,00 − R$ 3.000,00).



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

### Sugestão de leitura

Soares, W. de J. B.; Da Silva, C. M. **Uma história sobre o ensino de juros**. Curitiba: Appris Editora, 2016.

Nesse livro os autores fazem um retrospecto do ensino de juros nos livros didáticos do Brasil desde meados do século XIX até os dias atuais com base no contexto histórico de cada período.

### Juro simples

Explique aos estudantes que o juro é uma cobrança pelo uso do dinheiro de quem o empresta, ou seja, uma remuneração pelo fato de que o proprietário do dinheiro ficará privado de usufruir dele durante o período estipulado no empréstimo. O juro simples é normalmente utilizado em cobranças de juro de mora (atraso) em contas de serviços como condomínio e outros. Por exemplo, uma conta de R$ 80,00 que inclua a cláusula de juro de mora de R$ 0,80 por dia de atraso está cobrando $\frac{0{,}80}{80} = 0{,}01$ ou 1% de juro de mora ao dia.

No caso do exemplo mostrado no texto, eles poderiam calcular a taxa de juro comparando o valor pago na modalidade "a prazo" com o preço à vista, ou seja, $\frac{1.116}{930} = 1{,}20$. Assim, como 1,20 é igual a $\frac{120}{100}$ ou 120%, conclui-se que o valor pago a prazo equivale a 20% (120% − 100% = 20%) a mais do que no pagamento à vista, ou seja, a taxa de juro é igual a 20%.

Caso haja disponibilidade, acesse com os estudantes alguns *sites* de venda de produtos na internet, selecionem um produto e, sem realizarem a compra, peça que calculem a taxa de juro, como no exemplo mostrado no texto.

### Aplicação financeira

Na situação apresentada, foi utilizado o juro simples a fim de que os estudantes compreendam como funcionam essas modalidades, porém os bancos utilizam juros compostos nesses tipos de negociação.

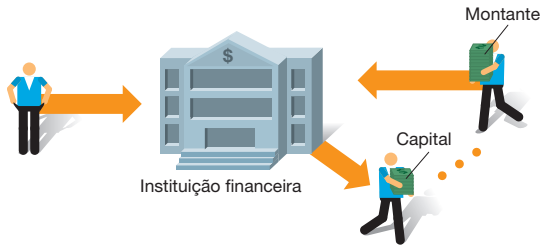
## Empréstimo

No texto, o cálculo envolvendo os valores de montante, capital, taxa de juros e tempo é apresentado sem referência a fórmulas, priorizando a compreensão do significado da relação entre eles por meio do raciocínio lógico. Entretanto, como é comum em livros, *sites* e outros meios de divulgação do conhecimento que o tema seja tratado por meio de fórmulas, discuta com os estudantes o seu uso.

Por exemplo, na **situação 1**, ao multiplicar 0,008 por 10.000, o resultado indica o juro de 0,8% incidindo sobre o capital no período de 1 mês, ou a multiplicação "Capital · taxa" (ou $C \cdot i$ em notação algébrica). Em seguida, o resultado anterior é multiplicado por 6 (o tempo durante o qual serão cobrados juros), ou seja, "Capital · taxa · tempo" (ou $C \cdot i \cdot t$ em notação algébrica). Aproximar o conhecimento sistematizado da compreensão do estudante é também um modo de fazê-los adquirir confiança em seus conhecimentos e sua capacidade de compreender a Matemática formal.

# Empréstimo

Uma pessoa pode recorrer a uma instituição financeira para pedir dinheiro emprestado. O valor em dinheiro também é chamado de **capital**, assim como nas aplicações financeiras, e, nesse caso, o **juro** é a remuneração que se paga à instituição e o **montante** é a soma obtida ao adicionar o capital ao juro.




ALEX ARGOZINO/ARQUIVO DA EDITORA

Considere a situação a seguir envolvendo empréstimo.

Fábio pediu um empréstimo de R$ 1.000,00 a uma instituição financeira à taxa de juro simples de 2% ao mês. Depois de 3 meses, Fábio pagou R$ 1.060,00 para a instituição.

Nessa situação, o capital é R$ 1.000,00; a taxa de juro, 2% ao mês; a medida do tempo de empréstimo, 3 meses; o montante, R$ 1.060,00; e o juro, R$ 60,00 (R$ 1.060,00 − R$ 1.000,00).

No sistema de **juro simples**, o juro incide apenas sobre o capital investido, e o montante obtido nesse sistema depende do capital, da medida do tempo de aplicação e da taxa de juro.

Acompanhe as situações descritas a seguir.

### Situação 1

Uma pessoa aplicou R$ 10.000,00 em um fundo de investimento à taxa de juro simples de 0,8% ao mês. Qual será o juro depois de 6 meses? E o montante?

Primeiro, calculamos o valor do juro após 1 mês.

taxa de juro ao mês | capital | juro após um mês

$$0{,}8\% \text{ de R\$ } 10.000{,}00 = 0{,}008 \cdot \text{R\$ } 10.000{,}00 = \text{R\$ } 80{,}00$$

Como queremos descobrir o juro depois de 6 meses, multiplicamos o valor encontrado por 6; portanto, o juro depois de 6 meses será R$ 480,00.

O montante será a soma obtida ao adicionar o capital ao juro:

$$\text{R\$ } 10.000{,}00 + \text{R\$ } 480{,}00 = \text{R\$ } 10.480{,}00$$

Logo, o montante depois de 6 meses será R$ 10.480,00.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

### Situação 2

Uma pessoa pagou R$ 459,20 de juro por um empréstimo de R$ 820,00. A taxa de juro simples mensal era de 8%. Quantos meses essa pessoa levou para quitar sua dívida?

Primeiro, calculamos a porcentagem paga de juro em relação ao capital investido.

$$\frac{\text{R\$ } 459{,}20}{\text{R\$ } 820{,}00} = 0{,}56 = 56\%$$

Depois, dividimos a porcentagem do juro pela taxa de juro simples mensal, obtendo a quantidade de meses.

$$56\% : 8\% = 7$$

Portanto, depois de 7 meses, a pessoa quitou sua dívida.

**OBJETO DIGITAL**
*Podcast*: Finanças da família

## Atividades

**7. a.** Cerca de R$ 1.331,48.

**7** Analise a promoção na venda de um monitor e responda às questões a seguir.




GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

**a.** Se uma pessoa comprar esse monitor a prazo, quanto ela pagará?

**b.** Qual é a diferença entre o valor pago a prazo e o valor pago à vista?

**7. b.** Cerca de R$ 32,48.

**8** De acordo com uma empresa de abastecimento de água tratada, as contas pagas em atraso têm multa de 2% e juro simples de 0,2% ao dia.

Quanto uma pessoa pagou por sua conta de água no valor de R$ 80,00 após 2 dias de atraso? **8.** R$ 81,92

**9** Uma pessoa pegou um empréstimo de R$ 1.000,00 em uma instituição financeira a juro simples de 3% ao mês. Se ela pagar esse empréstimo em 18 parcelas mensais, quanto pagará de juro? **9.** R$ 540,00

**10** Uma pessoa investiu R$ 5.000,00 em uma aplicação no sistema de juro simples. Depois de 8 meses, seu saldo era R$ 5.360,00.

**a.** Qual era a taxa de juro simples mensal dessa aplicação? **10. a.** 0,9%

**b.** Qual será seu saldo após 12 meses de aplicação? **10. b.** R$ 5.540,00

**11** Uma pessoa tomou um empréstimo a uma taxa de juro simples de 3,5% ao mês. Depois de 1 ano, ela pagou ao banco R$ 294,00 de juro. Qual foi o valor do empréstimo? **11.** R$ 700,00

**12** Durante quanto tempo um capital de R$ 3.700,00 deve ficar aplicado, à taxa de juro simples de 0,7% ao mês, para render juro de R$ 233,10? **12.** 9 meses.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

## Atividades

Na **atividade 8** mencione que o juro simples de 0,2% ao dia incide apenas sobre o valor principal de R$ 80,00, e não sobre esses R$ 80,00 acrescidos da multa. Assim, a multa é de 2% de 80 ou $0{,}02 \cdot 80 = 1{,}60$, e o juro por atraso é de 0,2% ao dia, ou $0{,}002 \cdot 80 = 0{,}16$. Como são 2 dias de atraso, os juros por atraso serão de $2 \cdot 0{,}16 = 0{,}32$, que, adicionados à multa, resultam em $1{,}60 + 0{,}32 = 1{,}92$, de modo que o valor total a ser pago é de R$ 80,00 + R$ 1,92 = R$ 81,92.

A **atividade 11** permite abordar estratégias para descobrir qual era o capital com base nas informações do montante, da taxa de juro mensal e do tempo. Um modo de resolver o problema é dividir o total do juro (R$ 294,00) por 12 meses, a fim de obter o valor do juro mensal, no caso, $294 : 12 = 24{,}50$; assim, esse valor corresponde a 3,5%, de modo que 1% equivale a $24{,}50 : 3{,}5 = 7$. Como 1% equivale a R$ 7,00, então 100% correspondem a $100 \cdot 7 =$ R$ 700,00.

Outra forma de resolver a **situação 2** é calcular 8% de 820, obtendo-se o juro mensal pago, no caso, $0{,}08 \cdot 820 = 65{,}60$. Assim, é necessário saber quantas vezes 65,60 cabem em 459,20, ou seja, $\frac{459{,}20}{65{,}60} = 7$; portanto, a dívida foi paga em 7 meses.

Aproveite o tema para incentivar os estudantes a pesquisarem a variação das taxas de juro no Brasil nos meses anteriores e as projeções dos especialistas, para que entendam a relação da taxa de juro com o desempenho da economia, das circunstâncias políticas etc.

### *Podcast*: Finanças da família

Este áudio apresenta uma conversa entre Rodrigo e Cris sobre finanças e oferece dicas e maneiras para o gerenciamento de gastos pessoais ou de uma família. Antes de apresentar o *podcast* aos estudantes, propicie um momento de reflexão e converse com eles sobre o planejamento financeiro de uma família. Aborde questões como a necessidade de fazer registros sobre entrada e saída de dinheiro com o objetivo de saber em que o dinheiro é gasto ou como ele é poupado. Pergunte se alguns deles fazem um planejamento de suas despesas e como categorizam os gastos familiares – se é por despesas fixas e variadas ou por frequência mensal/semanal. Incentive toda a turma a participar, expondo suas opiniões.

## Juro composto

Quando aplicamos uma quantia em uma instituição financeira ou fazemos um empréstimo, o regime de juro geralmente praticado é o de **juro composto**.

Calcula-se o juro composto sempre sobre o resultado de cada período anterior, o que é chamado de "juro sobre juro".

Acompanhe as situações a seguir.

### Situação 1

Uma pessoa aplicou R$ 1.500,00 na caderneta de poupança por um período de 5 meses. Se a caderneta de poupança rendeu em média 0,5% ao mês nesse período, qual foi o montante obtido nessa aplicação?

Como a poupança trabalha com sistema de juro composto, podemos construir o seguinte quadro para calcular o montante obtido a cada mês.

**Montante a cada mês após a aplicação na poupança**

| Mês | Capital | Juro | Montante |
|---|---|---|---|
| 1º | R$ 1.500,00 | 0,005 · R$ 1.500,00 = R$ 7,50 | R$ 1.507,50 |
| 2º | R$ 1.507,50 | 0,005 · R$ 1.507,50 ≃ R$ 7,54 | R$ 1.515,04 |
| 3º | R$ 1.515,04 | 0,005 · R$ 1.515,04 ≃ R$ 7,58 | R$ 1.522,62 |
| 4º | R$ 1.522,62 | 0,005 · R$ 1.522,62 ≃ R$ 7,61 | R$ 1.530,23 |
| 5º | R$ 1.530,23 | 0,005 · R$ 1.530,23 ≃ R$ 7,65 | R$ 1.537,88 |

Observe que, no 1º mês após a aplicação, a taxa de juro incidiu sobre o capital inicialmente aplicado. Já nos demais meses incidiu sobre o montante acumulado do mês anterior.

Se esse capital tivesse sido aplicado a juro simples, qual seria o montante obtido após o 5º mês? **Atividade oral:** R$ 1.537,50

### Situação 2

Uma pessoa fez um empréstimo de R$ 1.500,00 em um banco a juro composto de 6% ao mês. Se pagar esse valor somente daqui a 4 meses, qual será o total pago nesse período?

Vamos construir um quadro para calcular o montante.

**Cálculos para determinar o total pago no período**

| Mês | Capital | Juro | Montante |
|---|---|---|---|
| 1º | R$ 1.500,00 | 0,06 · R$ 1.500,00 = R$ 90,00 | R$ 1.590,00 |
| 2º | R$ 1.590,00 | 0,06 · R$ 1.590,00 = R$ 95,40 | R$ 1.685,40 |
| 3º | R$ 1.685,40 | 0,06 · R$ 1.685,40 ≃ R$ 101,12 | R$ 1.786,52 |
| 4º | R$ 1.786,52 | 0,06 · R$ 1.786,52 ≃ R$ 107,19 | R$ 1.893,71 |

Logo, o total pago no período de 4 meses será de R$ 1.893,71.



Reprodução proibida. Art.184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

**Juro composto**

Quando os estudantes lerem sobre os juros compostos, explique a eles que o símbolo ≃ significa "aproximadamente" e é utilizado, no caso de valores monetários, quando o número apresenta mais de duas casas decimais.

Aproveite para esclarecer que, quando se calcula fração ou porcentagem de uma quantidade, a ideia usada é a de fração como um operador, implicando uma multiplicação. Assim, na **situação 1**, calcular 0,5% de 1.500 equivale a fazer 0,5% vezes 1.500, ou seja, 0,005 · 1500 = 7,50, de modo que o valor do montante após o 1º mês é igual a R$ 1.507,50 (1.500 + 7,50 = 1.507,50). Observe se eles compreendem que no mês seguinte o cálculo de 0,5% é realizado sobre o novo valor de R$ 1.507,50, e, por esse motivo, o montante obtido ao final do 1º mês passa a ser o capital sobre o qual incidirá juro no mês seguinte.

Explique que, devido ao fato de o juro ser calculado sobre valores atualizados ao final de cada período, o juro composto também é conhecido como juro sobre juro. Comente com eles que, como o cálculo de 0,5% sobre um capital que é gradativamente maior resulta em valores crescentes, dívidas que deixam de ser pagas durante longos períodos podem se tornar difíceis de serem quitadas, e, caso isso ocorra, o devedor, seja ele pessoa física ou jurídica, pode ser impedido de ter acesso a crédito ou de realizar compras a prazo.

## Atividades

**13.** Aproximadamente R$ 10.772,83.

**13** Qual é o montante obtido por um capital de R$ 10.000,00 aplicados a uma taxa de juro composto de 1,5% ao mês durante 5 meses?

**14** Em 2022, uma operadora de cartão de crédito oferecia a seus clientes o parcelamento de suas compras em 3 vezes sem juro ou em até 8 vezes com juro de 4% ao mês.

**a.** Sabendo que essa operadora utilizava o sistema de juro composto, determine o total que um cliente pagava por uma compra no valor de R$ 400,00 que parcelou em 8 meses. **14. a.** Aproximadamente R$ 547,45.

**b.** Se esse cliente tivesse optado pelo parcelamento em 3 vezes, de quanto seria o valor de cada parcela? **14. b.** Aproximadamente R$ 133,33.

**15** Para a aquisição de um imóvel residencial, um banco oferece um financiamento com prazo de pagamento em até 30 anos com parcelas iguais fixas.

**a.** Uma pessoa pretende adquirir um imóvel no valor de R$ 120.000,00. Ela dará R$ 24.000,00 de entrada e financiará o restante em 30 anos, pagando parcelas fixas mensais de R$ 595,00. Qual será o valor total pago por essa pessoa após 30 anos? **15. a.** R$ 238.200,00



CASADAPHOTO/SHUTTERSTOCK

Imóvel em Porto Seguro (BA). Foto de 2009.

**b.** Qual foi o juro total pago por essa pessoa? **15. b.** R$ 118.200,00

**16** Um consumidor quer comprar um automóvel usado no valor de R$ 45.000,00. Ele pagará R$ 5.000,00 de entrada e financiará o saldo. Analise as três opções de financiamento que foram apresentadas a esse consumidor.

| Opção 1 | Opção 2 | Opção 3 |
|---|---|---|
| Financiar em 2 anos com taxa de juro composto de 9% ao ano. | Financiar em 3 anos com taxa de juro composto de 12% ao ano. | Financiar em 4 anos com taxa de juro composto de 13% ao ano. |

Sabendo que esse consumidor pode pagar uma prestação mensal de, no máximo, R$ 1.600,00, qual das três opções acima é a mais vantajosa para ele? Justifique sua resposta.

**16.** A **opção 2** é a mais vantajosa. Na **opção 1**, o valor da parcela excederá o valor máximo de R$ 1.600,00 que o consumidor pode pagar; na **opção 2**, o valor da parcela será de aproximadamente R$ 1.561,00 e ele pagará aproximadamente R$ 16.197,12 de juro. Na **opção 3**, o valor da parcela será de aproximadamente R$ 1.359,00, porém ele pagará aproximadamente R$ 25.218,94 de juro.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

### Atividades

Na **atividade 15**, o foco está na comparação entre o valor final, após o financiamento, e o inicial de um imóvel a ser pago em 30 anos. Peça aos estudantes que comparem os valores e conversem sobre a diferença entre eles.

Na **atividade 16**, são apresentadas três opções de financiamento de um automóvel com prazos e taxas de juro diferentes. Aproveite a situação e converse com os estudantes sobre os diversos fatores que devem ser levados em consideração quando contraímos dívidas a longo prazo. Nessas situações, é importante estabelecer um valor máximo que pode ser pago como prestação para não comprometer demais o orçamento familiar, além de estar sempre atento à taxa de juro e à quantidade de parcelas.

MODERNA

A **atividade 17** expõe uma situação comum em que algumas pessoas contraem dívidas em cartões de crédito, que cobram taxas altas de juro. Comente com os alunos que, nessas situações, é importante procurar mais de uma alternativa para quitar essa dívida. Sugira outras atividades em que o estudante possa analisar e comparar as possibilidades de pagamento em um financiamento. Deixe que externem seus pontos de vista justificando sempre de modo a favorecer a habilidade de argumentação.

## Medidas de tendência central

Ao discutir o tema com os estudantes é comum que eles se perguntem qual é a medida correta a ser escolhida para representar um conjunto de dados. Explique a eles que não há uma medida correta, pois todas elas apresentam vantagens e desvantagens, e, de modo geral, a escolha depende do contexto e da experiência e sensibilidade de quem manipula os dados. Além disso, é importante sempre fazer uma análise ampla considerando cada uma das medidas de tendência central e a amplitude ou o ponto médio, por exemplo.

**17** Em 2022, uma pessoa estava com uma dívida de R$ 1.000,00 no cartão de crédito. Devido a alguns problemas, ela não tinha dinheiro suficiente para liquidar essa dívida. Para financiar esse valor, essa pessoa poderia optar pelo:

- financiamento pela operadora de cartão, que cobra uma taxa de juro composto de 2,8% ao mês para financiamento em 10 meses;
- empréstimo pessoal com taxa de juro composto de 1,8% ao mês para financiamento em 5 meses.

Essa pessoa consegue pagar uma prestação mensal de, no máximo, R$ 300,00. Qual dessas duas opções era a mais adequada para ela? Justifique.

**17.** A opção de fazer um empréstimo pessoal era a mais adequada, pois a pessoa pagaria uma parcela de aproximadamente R$ 218,66 e juro de R$ 93,29. No caso do financiamento pela operadora, ela pagaria aproximadamente R$ 318,05 de juro e uma parcela de R$ 131,81.

# Medidas de tendência central

A **estatística** permite coletar, descrever, organizar, analisar e comunicar dados a respeito de uma população ou de um fenômeno. Uma vez organizados, por meio de tabelas ou gráficos, os dados precisam ser analisados e, para isso, podemos usar as **medidas de tendência central** ou **medidas-resumo**.

São exemplos de medidas de tendência central a **moda**, a **média aritmética** e a **mediana**.

## Moda

Para entender o conceito de moda, acompanhe a situação a seguir.

Em janeiro de 2024, o departamento de Recursos Humanos de uma empresa coletou dados sobre a quantidade de funcionários com idade entre 18 e 22 anos. Depois, esses dados foram organizados em uma tabela.

Como a idade que mais aparece, nesse conjunto de dados, é 19 anos, dizemos que a **moda** é 19 anos.

**Quantidade de funcionários conforme a idade**

| Idade (em anos) | Quantidade de funcionários |
|---|---|
| 18 | 20 |
| 19 | 40 |
| 20 | 15 |
| 21 | 10 |
| 22 | 30 |

**Fonte:** elaborado para fins didáticos.

Em um conjunto de dados, com valores numéricos ou não, o valor ou os valores que ocorrem mais vezes são chamados de **moda** do conjunto de dados.

**Observação:**

A moda de um conjunto de dados não é necessariamente única. Podemos ter um conjunto de dados com duas modas (**bimodal**), sem nenhuma moda (**amodal**) ou com mais de dois valores modais (**multimodal**).



### Moda

No caso da moda, ela será representativa dos dados se a maioria dos valores estiver concentrada em um único valor ou em dois ou mais que estejam bem próximos entre si. Por exemplo, considere o conjunto de valores a seguir: 1, 1, 43, 44, 45, 46, 48, 49, em que a moda é 1. Observe que a tendência dos dados indica valores acima de 40, sendo que o valor 1 pode ser mais bem caracterizado como um valor discrepante.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

## Média aritmética

Para calcular a **média aritmética** (ou simplesmente média) de um conjunto de valores, adicionamos todos os valores e, em seguida, dividimos a soma obtida pela quantidade de valores adicionados. Considere o exemplo a seguir.

O salário de um vendedor é composto de um valor fixo mais comissão. Por isso, seu salário varia conforme o valor recebido de comissão. Um vendedor organizou na tabela a seguir os salários recebidos nos primeiros 5 meses de 2024.

**Salários recebidos pelo vendedor nos primeiros 5 meses de 2024**

| Mês | Salário |
|---|---|
| Janeiro | R$ 1.656,98 |
| Fevereiro | R$ 3.064,00 |
| Março | R$ 2.376,99 |
| Abril | R$ 2.465,97 |
| Maio | R$ 3.289,01 |

**Fonte:** elaborado para fins didáticos.

Para calcular o salário médio desse vendedor nesse período, adicionamos todos os salários e dividimos o resultado por 5, que é a quantidade de salários considerados:

$$\frac{1.656,98 + 3.064,00 + 2.376,99 + 2.465,97 + 3.289,01}{5} = \frac{12.852,95}{5} = 2.570,59$$

Portanto, o salário médio desse vendedor, nesse período, é R$ 2.570,59.

Imagine que o vendedor recebeu um salário de R$ 5.000,00 em junho e calculou seu salário médio dos 6 primeiros meses de 2024. Sem fazer cálculos, responda às questões com o auxílio de dois colegas.

**a.** O novo salário médio obtido por ele é maior ou menor do que o calculado anteriormente? Por quê?

**Atividade em grupo: a.** Maior, pois o salário de junho é superior à média (R$ 2.570,59).

**b.** O salário médio obtido é maior ou menor do que R$ 5.000,00? Por quê?

**b.** Menor, porque, dos 6 salários considerados, 5 são inferiores a R$ 5.000,00.

## Média aritmética ponderada

Quando em um conjunto de dados temos valores repetidos ou quando os valores têm graus de importância diferentes, podemos calcular um tipo de média aritmética, chamado de **média aritmética ponderada** (ou média ponderada).

Para obter a média ponderada, multiplicamos cada valor por seu respectivo peso (frequência com que o valor ocorre ou grau de importância dado) e adicionamos os produtos. Depois, dividimos o resultado obtido pela soma dos pesos.



Depois de questioná-los sobre a nova média decorrente ao salário de junho, é possível que alguns deles ainda não tenham compreendido a análise feita ou que apresentem dúvidas. Neste caso, registre na lousa o cálculo da nova média.

$$\frac{1.656,98 + 3.064,00 + 2.376,99 + 2.465,97 + 3.289,01 + 5.000,00}{6} = \frac{17.852,95}{6} \simeq 2.975,49$$

### Média aritmética

A média aritmética, por ser o tipo mais comum de média utilizada (existem outras, como a média ponderada, a média geométrica e a harmônica), pode ser conhecida por vários estudantes, em virtude de ser bastante utilizada no contexto de aproveitamento escolar. Aproveite para trabalhar algumas características da média; por exemplo, apresente os números 1, 4, 8 e 11 e peça que calculem a média. No caso, $\frac{1+4+8+11}{4} = 6$. Observe se eles percebem que a média 6 não corresponde a nenhum dos dados apresentados – uma interpretação equivocada por parte de muitos estudantes, que acreditam que a média, como representante, deve ser um dos elementos.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

### Média aritmética ponderada

Uma dificuldade que pode surgir no estudo da média ponderada é a ideia de peso. Usando o exemplo do texto, um modo de ajudá-los é dizendo que o peso, no contexto da situação, é um indicador da importância do item na composição da média final. Assim, a 1ª avaliação, cuja nota foi 5, e tem peso 1, indica que ela é contada uma única vez; a 2ª avaliação, cuja nota foi 7, será contada duas vezes, e a 3ª avaliação, cuja nota foi 8, será contada três vezes, e a quantidade de vezes em que cada uma delas foi contada indica a sua importância. Como temos 6 pesos ($1 + 2 + 3 = 6$), divide-se a soma por 6, que corresponde à soma dos pesos:

$$\text{Média ponderada} = \frac{5 + 7 + 7 + 8 + 8 + 8}{6} =$$

$$= \frac{43}{6} \simeq 7{,}17$$

Portanto, a média ponderada pode ser entendida como o cálculo de uma média aritmética em que cada um dos seus elementos é repetido uma certa quantidade de vezes (os pesos de cada um deles).

Depois de questionar a turma sobre se o estudante seria aprovado caso as provas não tivessem peso, peça que calculem a média aritmética das notas. Registre na lousa o cálculo da nova média.

$$\text{Média} = \frac{5 + 7 + 8}{3} =$$

$$= \frac{20}{3} \simeq 6{,}67$$

Considere a situação a seguir.

Em um curso técnico, para a aprovação em uma disciplina, os estudantes passam por três avaliações. A primeira com peso 1, a segunda com peso 2 e a terceira com peso 3. Um estudante obteve nota 5 na primeira avaliação, 7 na segunda e 8 na terceira. Se a média para aprovação é nota 7, esse estudante foi aprovado?

Vamos determinar a média ponderada das notas desse estudante. Para isso, fazemos:

$$\frac{5 \cdot 1 + 7 \cdot 2 + 8 \cdot 3}{1 + 2 + 3} = \frac{5 + 14 + 24}{6} = \frac{43}{6} \simeq 7{,}17$$

Como a média ponderada das notas desse estudante é maior que 7, podemos afirmar que ele foi aprovado.

Se essas provas não tivessem pesos diferentes, esse estudante ainda seria aprovado? Converse com o professor e os colegas.

**Atividade oral:** Não, pois sua média seria aproximadamente de 6,67.

## Mediana

Na tabela a seguir são mostrados os valores da cesta básica, em janeiro de 2024, nas capitais das regiões Sul e Sudeste do Brasil.

**Valor da cesta básica nas regiões Sul e Sudeste do Brasil em janeiro de 2024**

| Capital | Valor (em real) |
|---|---|
| Florianópolis (SC) | 800,31 |
| Curitiba (PR) | 726,23 |
| Porto Alegre (RS) | 791,16 |
| São Paulo (SP) | 793,39 |
| Belo Horizonte (MG) | 724,73 |
| Rio de Janeiro (RJ) | 791,77 |
| Vitória (ES) | 719,30 |

**Fonte:** elaborado com base em DEPARTAMENTO INTERSINDICAL DE ESTATÍSTICA E ESTUDOS SOCIOECONÔMICOS. Nota à imprensa: Em janeiro, valor da cesta básica sobe em 16 capitais. **Dieese**, São Paulo, 6 fev. 2024. Disponível em: https://www.dieese.org.br/analisecestabasica/2024/202401cestabasica.pdf. Acesso em: 8 fev. 2024.

Em qual dessas capitais o valor da cesta básica era maior? E em qual era menor?

**Atividade oral:** Maior: Florianópolis (SC); menor: Vitória (ES).

Ordenando os valores das cestas básicas nessas capitais de modo crescente, obtemos:

R$ 719,30 | R$ 724,73 | R$ 726,23 | R$ 791,16 | R$ 791,77 | R$ 793,39 | R$ 800,31

posição central

Quando temos um conjunto de dados com um número ímpar de valores e os ordenamos, do menor para o maior ou do maior para o menor, o valor que ocupa a posição central nessa ordenação é chamado de **mediana**.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

Na situação apresentada, o valor R$ 791,16 ocupou a posição central. Então, dizemos que R$ 791,16 é a **mediana** desse conjunto de dados.

Quando um conjunto de dados tem um número par de valores, dois deles ocupam as posições centrais. Nesse caso, a mediana será a média aritmética desses dois valores centrais.

Considere a tabela com os valores da cesta básica das capitais da região Sudeste do Brasil em janeiro 2024.

**Valor da cesta básica na região Sudeste do Brasil em janeiro de 2024**

| Capital | Valor (em real) |
|---|---|
| São Paulo (SP) | 793,39 |
| Belo Horizonte (MG) | 724,73 |
| Rio de Janeiro (RJ) | 791,77 |
| Vitória (ES) | 719,30 |

**Fonte:** elaborado com base em DEPARTAMENTO INTERSINDICAL DE ESTATÍSTICA E ESTUDOS SOCIOECONÔMICOS. Nota à imprensa: Em janeiro, valor da cesta básica sobe em 16 capitais. **Dieese**, São Paulo, 6 fev. 2024. Disponível em: https://www.dieese.org.br/analisecestabasica/2024/202401cestabasica.pdf. Acesso em: 8 fev. 2024.

Colocando esses valores em ordem crescente, obtemos:

R$ 719,30 — R$ 724,73 — R$ 791,77 — R$ 793,39

posições centrais

Na situação apresentada, R$ 724,73 e R$ 791,77 ocupam as posições centrais.

Nesse caso, para obter a mediana, temos de calcular a média aritmética dos dois valores centrais:

$$\frac{\text{R\$ } 724{,}73 + \text{R\$ } 791{,}77}{2} = \frac{\text{R\$ } 1.516{,}50}{2} = \text{R\$ } 758{,}25$$

Portanto, a **mediana**, nesse caso, é R$ 758,25.

**Mediana** de um conjunto de dados numéricos, ordenados de modo crescente ou decrescente, é o termo que ocupa a posição central (quantidade ímpar de valores), ou é o valor obtido ao calcular a média aritmética de seus dois valores centrais (quantidade par de valores).

Reúna-se com três colegas, pesquisem o valor atual da cesta básica nas diferentes capitais da região em que vocês moram e determinem a mediana desses valores.

**Atividade em grupo:** Resposta pessoal.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

## Mediana

Destaque o que há de diferente entre mediana e média aritmética por meio de exemplos que permitam aos estudantes observar que a mediana é uma medida de tendência central menos suscetível a valores discrepantes, sejam eles muito acima ou muito abaixo dos demais valores do conjunto de dados. Por exemplo, vamos considerar que os salários de cinco colaboradores de uma microempresa sejam: 4.800; 4.800; 5.200; 5.200 e 30.000. A média aritmética do grupo é igual a 10.000, o que não representa de forma satisfatória o salário da maior parte dos funcionários, pois, neste caso, a média foi afetada pelo único valor discrepante, que é o salário de R$ 30.000,00. Por outro lado, se a mediana desse mesmo grupo de valores for calculada, temos o salário mediano de R$ 5.200,00, que representa melhor o salário da maioria dos colaboradores.

4.800 – 4.800 – **5.200** – 5.200 – 30.000

Comente com os estudantes que o fato de a mediana ocupar a posição central do conjunto de dados disposto em ordem crescente não significa que ela é equidistante, em diferença absoluta, às extremidades do conjunto, um erro de interpretação comum por parte deles. Por exemplo, no caso do exemplo anterior, a mediana é 5.200, e as extremidades são 4.800 e 30.000; então, $5.200 - 4.800 = 400$, enquanto $30.000 - 5.200 = 24.800$, de modo que a mediana está mais próxima da extremidade inferior do que da superior.

## Amplitude total e ponto médio

A amplitude dos dados é uma medida importante quando se pretende avaliar a dispersão dos dados em uma amostra ou população. Por exemplo, em um estudo sobre a distribuição dos salários no Brasil com base em uma amostra válida, a amplitude total permite perceber a disparidade de renda entre os mais ricos e os mais pobres, um indicador importante nesse tipo de estudo.

### Atividade resolvida

Ao discutir a atividade resolvida, observe se os estudantes reconhecem que o cálculo requisitado equivale à média ponderada, de modo que cada salário deve ser multiplicado pelo peso correspondente, ou seja, pela quantidade de funcionários que ganham aquele salário. Um modo de fazê-los perceber a veracidade da afirmação de que os salários dos diretores executivos e gerentes elevam a média salarial é observar que apenas 2 deles ganham $2 \cdot 20.000$ ou R$ 40.000,00, enquanto são necessários 40 funcionários ganhando R$ 1.000,00 para se obter R$ 40.000,00.

# Amplitude total e ponto médio

A **amplitude total** é uma medida de dispersão. Essa medida corresponde à diferença entre o maior valor e o menor valor que aparecem em um conjunto de dados.

Considere a situação a seguir.

Jair organizou em uma tabela o salário, em real, que os funcionários de sua empresa recebiam no início de 2025.

**Quantidade de funcionários conforme o salário (em real)**

| Salário (em real) | Quantidade de funcionários |
|---|---|
| 2.200 | 10 |
| 2.800 | 25 |
| 3.500 | 26 |
| 3.600 | 14 |
| 3.800 | 15 |
| 4.400 | 2 |
| 5.000 | 4 |
| 6.100 | 1 |

**Fonte:** elaborado para fins didáticos.

A amplitude total, nesse caso, será a diferença entre o maior salário (R$ 6.100,00) e o menor salário (R$ 2.200,00) dos funcionários dessa empresa:

$$\text{R\$ } 6.100{,}00 - \text{R\$ } 2.200{,}00 = \text{R\$ } 3.900{,}00$$

Assim, a amplitude total é R$ 3.900,00.

Outro dado importante é o **ponto médio**, definido como a média entre o maior e o menor valor do conjunto de dados.

$$\frac{\text{R\$ } 6.100{,}00 + \text{R\$ } 2.200{,}00}{2} = \frac{\text{R\$ } 8.300{,}00}{2} = \text{R\$ } 4.150{,}00$$

O ponto médio serve para analisar se os valores do conjunto de dados se concentram à esquerda do valor que é ponto médio (a maioria dos dados assume valores menores) ou à direita (a maioria assume os valores maiores) ou se eles se distribuem em torno desse ponto.

### Atividade resolvida

**(Encceja EM PPL 2018)** A tabela apresenta a distribuição dos salários em uma empresa.

**Salário dos funcionários**

| Função | Salário (em real) | Número de funcionários |
|---|---|---|
| Operário | 1.000 | 70 |
| Chefe de setor | 4.000 | 20 |
| Gerente | 6.000 | 8 |
| Diretor-executivo | 20.000 | 2 |
| | **Total** | 100 |



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

A média dos salários dessa empresa é R$ 2.380,00. Insatisfeitos, os operários pleiteiam um reajuste salarial, alegando que os salários dos diretores-executivos e gerentes fazem com que a média seja desviada para cima.

Eles estão corretos, pois o valor da média, em real, na qual se baseiam os operários e chefes de setor é:

**a.** 1.000,00. **b.** 1.500,00. **c.** 1.670,00. **d.** 2.020,00.

### Resolução

Para resolver essa questão, é necessário calcular a média aritmética ponderada dos salários, em real, dos operários e chefes de setor:

$$\frac{1.000 \cdot 70 + 4.000 \cdot 20}{70 + 20} = \frac{70.000 + 80.000}{90} = \frac{150.000}{90} \simeq 1.666{,}67$$

Das alternativas a que mais se aproxima de 1.666,67 é 1.670,00.

Assim, a alternativa **c** é a resposta correta desta atividade.

## Atividades

**18** Responda às questões que estão relacionadas aos salários dos funcionários da empresa de Jair, citada na situação da página anterior.

**a.** A maioria dos salários dessa empresa assume valor maior ou menor que o ponto médio? **18. a.** Menor.

**b.** Qual é o salário médio dos funcionários dessa empresa? Esse valor é maior ou menor que o ponto médio? **18. b.** R$ 3.353,61. Menor que o ponto médio.

**c.** Qual é a moda desse conjunto de dados? Converse com o professor e os colegas sobre os valores obtidos. **18. c.** R$ 3.500,00. Resposta pessoal.

**19** Faça um levantamento da idade de todos os estudantes da turma e organize os dados obtidos em um gráfico de barras. Depois, responda às questões a seguir.

**a.** Qual é a média de idade dos estudantes da turma? **19. a.** Resposta pessoal.

**b.** Qual é a moda da idade dos estudantes da turma? Esse valor é maior ou menor que a média? **19. b.** Respostas pessoais.

**c.** Nesse caso, é possível identificar a moda das idades dos estudantes somente pela observação do gráfico de barras? Converse com o professor e os colegas.

**19. c.** Espera-se que os estudantes respondam que sim. A moda, nesse caso, corresponderá à barra mais alta.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

### Atividades

A realização das atividades é uma boa oportunidade para acompanhar e observar como os estudantes estão em relação aos conceitos estudados, e no dia a dia da sala de aula também é preciso e essencial acompanhar sua aprendizagem, de modo contínuo.

É importante valorizar os interesses individuais dos estudantes da Educação de Jovens e Adultos, as suas especificidades e o ritmo de aprendizagem de cada um, assim como estar atento às diferenças no jeito de aprender e buscar abordagens de ensino que se adaptem a essa realidade, de modo que todos consigam avançar no processo de aprendizagem.

Na **atividade 19**, peça aos estudantes que calculem a amplitude total e o ponto médio do conjunto de dados que obtiveram. Depois, pergunte: "O que é possível concluir com base nestes valores?". Comente com os estudantes que:

- o ponto médio centralizado sugere uma distribuição mais uniforme dos valores em torno do ponto médio;
- o ponto médio deslocado sugere uma distribuição assimétrica dos valores, com mais valores concentrados em uma extremidade do intervalo.

Sobre a amplitude total, comente que, se é grande, sugere que os valores no conjunto de dados estão mais "espalhados", ou seja, que os dados estão mais dispersos; ser for pequena, sugere que os dados estão mais próximos, ou seja, que os dados estão menos dispersos.

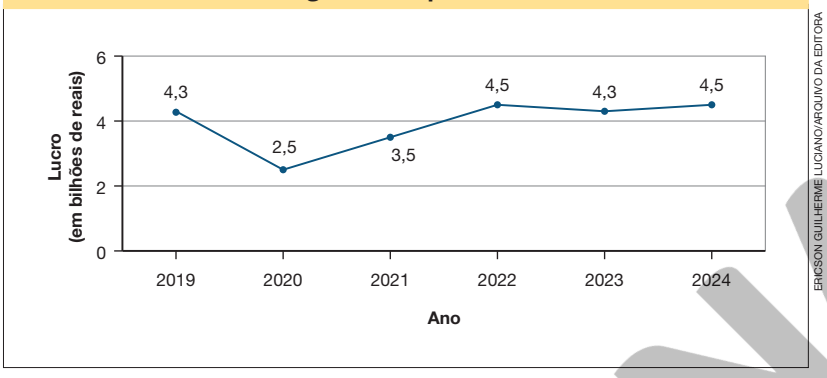
Na **atividade 20**, os estudantes precisam interpretar informações representadas em um gráfico de linha. Se julgar oportuno, peça que pesquisem nos meios de comunicação outros gráficos a fim de calcularem as medidas de tendência central.

Para ampliar a **atividade 21**, peça à turma que calcule a amplitude dos dados de cada time. Em seguida, pergunte a eles o que se pode concluir com esses valores. Comente que quanto menor for a amplitude, melhor a média vai representar esse conjunto de dados.

**20. c.** Exemplos de resposta: que a maior queda ocorreu entre os anos 2019 e 2020; que entre os anos 2022 e 2024 o lucro das empresas permaneceu praticamente constante etc.

**20** De 2019 a 2024, uma consultora realizou uma pesquisa para verificar o lucro de algumas empresas brasileiras que possuem ações negociadas na bolsa de valores. Os dados obtidos foram registrados no gráfico de linha a seguir.

**Lucro de algumas empresas brasileiras**




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

**Fonte:** elaborado para fins didáticos.

**a.** Em que anos o lucro dessas empresas foi maior? **20. a.** 2022 e 2024

**b.** Em que ano o lucro foi menor? **20. b.** 2020

**c.** O que é possível observar em relação ao lucro dessas empresas brasileiras nesse período?

**20. d.** Aproximadamente 3,9 bilhões de reais.

**d.** Qual foi o lucro médio dessas empresas nesse período?

**21** Em janeiro de 2025, um treinador coletou dados sobre as medidas das alturas dos jogadores de basquete de dois times profissionais. Depois, ele organizou os dados obtidos nos quadros a seguir.

**Medidas das alturas dos jogadores do time A**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1,91 m | 2,11 m | 2,04 m | 1,92 m |
| 2,00 m | 1,91 m | 2,07 m | 2,11 m |
| 2,06 m | 1,84 m | 2,11 m | 1,86 m |

**Medidas das alturas dos jogadores do time B**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1,90 m | 2,14 m | 1,94 m | 1,89 m |
| 2,10 m | 1,98 m | 2,03 m | 2,06 m |
| 1,90 m | 1,94 m | 2,15 m | 1,84 m |

**21. a.** Time A: Aproximadamente 2 metros. Time B: Aproximadamente 1,99 metro.

**a.** Qual é a medida da altura média dos jogadores desses times?

**b.** Determine a moda e a mediana de cada conjunto de dados.

**c.** É possível afirmar que, em média, os jogadores do time A são maiores que os do time B?

**21. c.** Sim, pois a média das medidas de altura dos jogadores do time A é maior que a do time B.

**21. b.** Time A: 2,11 m (moda); 2,02 m (mediana).Time B: 1,90 m e 1,94 m (bimodal); 1,96 m (mediana).

158

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

**22. c.** 359 min – 359 min – 360 min – 360 min – 360 min – 360 min – 360 min – 360 min – 361 min – 361 min – 362 min – 362 min; mediana: 360 minutos.

**22** Um funcionário do controle de qualidade de uma empresa testou a medida do tempo máximo de duração de 12 pilhas alcalinas pequenas.

O resultado obtido foi organizado no quadro a seguir.

**Medida do tempo de duração de 12 pilhas alcalinas pequenas**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 360 min | 362 min | 359 min | 360 min |
| 360 min | 361 min | 360 min | 359 min |
| 360 min | 362 min | 360 min | 361 min |

**a.** Qual foi a medida do tempo médio de duração das pilhas testadas por esse funcionário? **22. a.** Aproximadamente 360 minutos.

**b.** Qual é a moda desses dados? **22. b.** 360 minutos.

**c.** Organize esses dados em ordem crescente e determine a mediana do conjunto de dados.

**d.** Qual é a amplitude total desses dados? Esse valor indica uma grande variação na medida do tempo de duração das pilhas?

**e.** Sabendo que, na embalagem dessas pilhas, há a indicação de que elas duram 6 horas, essa amostra está de acordo com essa indicação? Converse com o professor e os colegas. **22. e.** Espera-se que os estudantes respondam que sim, pois todas as medidas se aproximam de 360 minutos, ou seja, 6 horas.

**23** O gráfico a seguir mostra a evolução do salário mínimo entre os anos 2020 e 2024.

**Evolução do salário mínimo nacional**




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

**Fonte:** elaborado com base em DEPARTAMENTO INTERSINDICAL DE ESTATÍSTICA E ESTUDOS SOCIOECONÔMICOS. Pesquisa nacional da Cesta Básica de Alimentos – Salário mínimo nominal e necessário. **Dieese**, 2024. Disponível em: https://www.dieese.org.br/analisecestabasica/salarioMinimo.html. Acesso em: 9 fev. 2024.

**23. a.** R$ 1.217,80

**a.** Obtenha a média aritmética do salário mínimo desses 5 anos.

**b.** Determine qual foi a porcentagem de aumento no salário mínimo nacional a cada ano. **23. b.** 2021: aprox. 5,3%; 2022: aprox. 10,2%; 2023: aprox. 8,9%; 2024: aprox. 7,0%.

**c.** Quando houve um maior percentual de aumento no salário mínimo? **23. c.** 2022

**22. d.** 3 minutos; Espera-se que os estudantes indiquem que não, pois 3 minutos correspondem a aproximadamente 0,8% de 360 min.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Aproveite a **atividade 22** para discutir a ideia de variabilidade de um conjunto de dados. Peça que observem que a durabilidade média das pilhas é de aproximadamente 360 minutos, e que a diferença entre os valores máximo e mínimo é de apenas 3 minutos ($362 - 359 = 3$), o que mostra que os dados estão concentrados em torno da média. Por outro lado, se os dados fossem $200 - 300 - 360 - 420 - 520$, a durabilidade média seria igual a

$$\frac{200 + 300 + 360 + 420 + 520}{5} = 360,$$

ou seja, ela seria igual à mostrada no texto, mas é possível observar que a variabilidade dos dados em torno da média é muito maior, e sua amplitude total seria igual a $520 - 200 = 320$.

No **item b** da **atividade 23**, os estudantes precisam calcular o aumento percentual a cada ano, o qual pode ser obtido comparando-se o aumento a cada ano com o valor do ano inicial usado na comparação. Caso eles demonstrem dificuldades na compreensão dos cálculos, resolva a questão com eles.

Para resolver a **atividade 24** é necessário que os estudantes tenham compreendido que a mediana é obtida ordenando-se os 9 valores conhecidos e 1 ainda desconhecido, como mostrado a seguir:

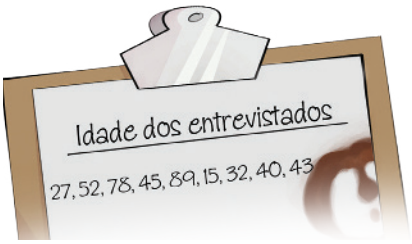
15 – 27 – 32 – 40 – 43 – 45 – 52 – 78 – 89

A inclusão do número desconhecido fará com que haja 10 valores, um número par, de modo que a mediana será igual à média aritmética entre o 5º e o 6º elemento. Peça que observem que, se o valor desconhecido for menor do que 43, ainda assim 43 ocupará a 6ª posição e participará do cálculo da mediana; se o valor desconhecido for maior do que 43, então o número 43 ocupará a 5ª posição e novamente participará do cálculo da mediana. Assim, designando o valor desconhecido por $x$, temos o seguinte cálculo para a mediana:

$$\frac{x + 43}{2} = 42{,}5 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x + 43 = 2 \cdot 42{,}5 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x + 43 = 85 \Rightarrow x = 42$$

**24** Vera fez uma entrevista com algumas pessoas e marcou em uma folha a idade de cada um dos entrevistados.

Enquanto tomava seu lanche da tarde, ela deixou cair café na folha em que tinha marcado as idades, e a idade da última pessoa entrevistada ficou ilegível.

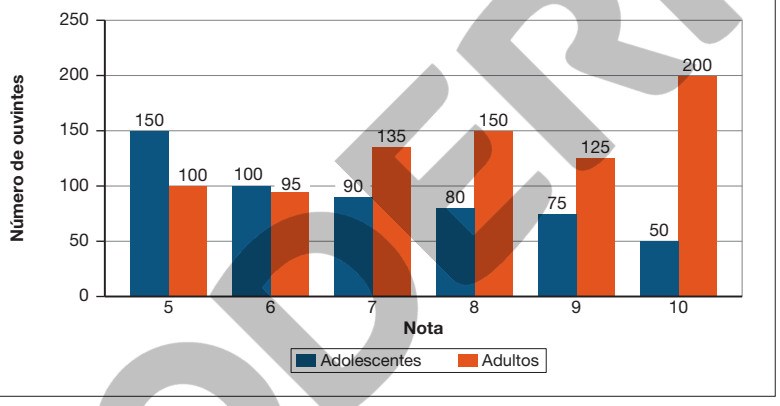



MARCIO GUERRA/ARQUIVO DA EDITORA

Qual é a idade da última pessoa entrevistada, se a mediana para as idades dos entrevistados é igual a 42,5 anos? **24.** 42 anos.

**25** Em fevereiro de 2024, uma rádio fez uma pesquisa para saber a opinião dos ouvintes sobre a programação de uma semana dedicada exclusivamente ao samba. Os dados coletados na pesquisa estão indicados no gráfico a seguir, que mostra as notas atribuídas pelos ouvintes a essa programação especial, não tendo sido atribuídas notas inferiores a 5 e sendo 10 a nota máxima

**Notas dos ouvintes à programação especial**




**Fonte:** elaborado para fins didáticos.

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Reprodução proibida. Art.184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

**a.** No total, quantos ouvintes participaram da pesquisa? **25. a.** 1.350 ouvintes.

**b.** Qual foi a média aritmética das notas dadas por ouvintes adolescentes? E por ouvintes adultos? **25. b.** Adolescentes: aproximadamente 6,96. Adultos: aproximadamente 7,88.

**c.** Qual foi a moda das notas dadas por ouvintes adolescentes? E por ouvintes adultos? **25. c.** Adolescentes: 5. Adultos: 10.

**d.** De acordo com o gráfico e os valores obtidos, o que é possível afirmar sobre a programação da rádio?

**25. d.** Espera-se que os estudantes percebam que pelas notas é possível afirmar que a programação agrada mais os ouvintes adultos que os ouvintes adolescentes.



No **item b** da **atividade 25**, para se obter a média das notas dos ouvintes adolescentes precisamos multiplicar cada uma das notas pela quantidade de adolescentes que deram essa nota e, ao final, calcular a média. No **item c**, eles devem perceber que, como a moda é o valor mais frequente, ela corresponderá à nota cuja barra é a mais alta, no caso, 5 e 10, respectivamente, para adolescentes e adultos. Para o **item d**, os dados mostram que a rádio agrada mais ao público adulto do que aos adolescentes.

## Pesquisas estatísticas

Antes de iniciar uma pesquisa é necessário definir o **tema** que será pesquisado. Considere alguns exemplos:

- qualidade dos meios de transporte utilizados pelos colegas da turma;
- satisfação com a nova merenda oferecida na escola;
- quantidade de estudantes em uma escola.

Quando escolhemos o tema, elegemos uma característica ou atributo que será estudado, que chamamos de **variável**. Essa variável pode ser **qualitativa** — aquela que exprime qualidade ou atributo — ou **quantitativa** — aquela cujo resultado é expresso por números.

Após a escolha do tema, é preciso definir a **população** que será estudada. Por exemplo:

- colegas da turma;
- estudantes que experimentaram a nova merenda;
- estudantes de uma escola.

Na maioria dos casos não é possível obter dados de uma população inteira. Por isso, os pesquisadores levantam dados de uma **amostra** dessa população, ou seja, de uma parte representativa dela. Pesquisas que são feitas com uma parte representativa da população são chamadas de **pesquisas amostrais**.

Os principais tipos de pesquisa amostral são: **casual simples**, **estratificada** e **sistemática**.

**Amostra casual simples**
Nesse tipo de seleção da amostra, os elementos da população são rotulados (numerando-os por exemplo); e, por meio de alguma espécie de sorteio, os integrantes da amostra são selecionados para participar da pesquisa



**Exemplo:**
Sortear 5 mulheres de um grupo de 25 para responder a um questionário sobre hábitos saudáveis.

CAIO BORACINI/ARQUIVO DA EDITORA

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



## Tratamento da informação

Peça aos estudantes que mencionem exemplos de pesquisas com que eles tiveram contato e observe se percebem que cotidianamente estamos expostos a inúmeras pesquisas divulgadas pela mídia sobre os mais diversos temas – saúde, educação, segurança pública, publicidade etc. – e converse sobre como podemos ser afetados por elas.

Ao abordar o significado dos conceitos estudados, comente que o termo "população" indica uma coleção de elementos, não implicando, necessariamente, incluir pessoas, podendo ser, por exemplo, refeições, rochas, bactérias ou qualquer outro elemento sobre o qual se pretenda realizar uma investigação.

MODERNA

Converse com os estudantes sobre as vantagens de se realizar uma pesquisa com base em amostras, mesmo quando é possível fazê-la com toda a população, desde que as amostras sejam bem selecionadas: custo menor por envolver menor número de elementos, economia de tempo. Outro aspecto importante a mencionar é a respeito da amostra, a qual deve representar, com precisão, o comportamento de toda a população, e, para isso, deve ser escolhida de forma criteriosa. Por exemplo, se uma pesquisa quer investigar hábitos de consumo e for realizada por meio de ligações para o telefone celular de algumas pessoas, é possível que algumas fiquem de fora da pesquisa pelo fato de estarem impossibilitadas de receber ligação por estarem em regiões onde o sinal não é bom, por exemplo, e esses fatores devem ser corrigidos de alguma maneira a fim de que essa parte da população esteja representada na amostra.



**Amostra estratificada**
Muitas vezes, a população estudada se divide em subpopulações chamadas de estratos. A amostra é obtida por meio da seleção de indivíduos de cada estrato. A porcentagem de indivíduos de cada estrato na população e na amostra é a mesma.

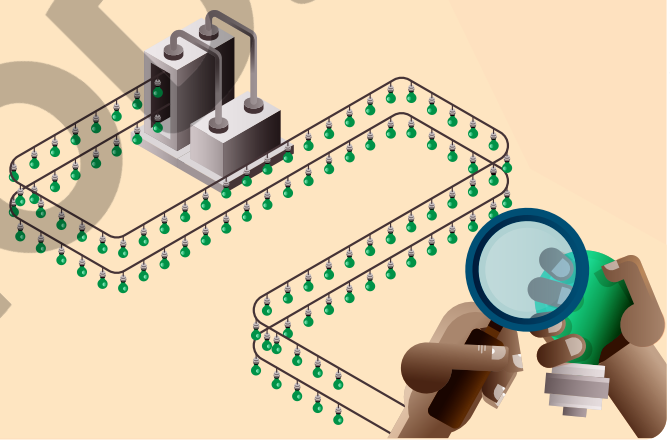


CAIO BORACINI/ARQUIVO DA EDITORA

**Exemplo:**
Em uma sala de aula, verifica-se que 60% dos estudantes são mulheres e 40% são homens. Como a amostra, nesse caso, terá 10 indivíduos, serão entrevistados 6 mulheres e 4 homens nessa pesquisa.

**Amostra sistemática**
Nos casos em que os elementos da população se apresentam ordenados (prédios de uma rua, mercadorias de uma linha de produção, estudantes inscritos em uma faculdade etc.), a seleção da amostra pode ser feita por meio da retirada periódica de um elemento da população, ou seja, a cada determinada quantidade de elementos, um é retirado para análise.

**Exemplo:**
Em uma fábrica de lâmpadas, a cada 100 peças produzidas, uma é retirada aleatoriamente (ao acaso) para teste.



CÁSSIO BITTENCOURT/ARQUIVO DA EDITORA

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

**1.** Qualitativa; quantitativa.

**1** Quando pesquisamos a qualidade dos meios de transporte, a variável é qualitativa ou quantitativa? E no caso da quantidade de mulheres em um município?

**2** Associe o tipo de seleção de amostra correspondente às situações.

**2.** III – A, I – B e II – C

I Amostra casual simples

II Amostra estratificada

III Amostra sistemática




A B C

ILUSTRAÇÕES: MARCIO GUERRA/ARQUIVO DA EDITORA

**3** Reúna-se com alguns colegas para organizar e realizar uma pesquisa estatística. As orientações a seguir auxiliam na escolha do tema e da população a ser considerada. **3.** Respostas pessoais.

- Escolham um tema para a pesquisa. Para isso, considerem um tema que possa interessar à comunidade escolar, para a qual a pesquisa será apresentada.
- Escolham a população a ser pesquisada. Pode ser entre os estudantes da escola ou da comunidade. Se o número de pessoas for grande, será mais fácil realizar a pesquisa com uma amostra do que com toda a população. Tomem cuidado para escolher uma amostra que represente a população da melhor forma possível.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Ao discutir a **atividade 1**, comente com os estudantes que os três tipos de amostragem apresentados no texto – casual simples, estratificada e sistemática – são exemplos de amostragem probabilística, ou seja, são obtidas de forma aleatória, mas existem também amostras não probabilísticas. Por exemplo, uma pesquisa é feita entrevistando-se praticantes de esportes, e as respostas obtidas contêm somente pessoas com idades entre 18 e 26 anos, de modo que seus resultados não podem ser extrapolados para outras faixas etárias. Explique que há dois fatores que estão associados à escolha pelo tipo de amostragem a ser realizada: a margem de erro da pesquisa e seu nível de confiança. A primeira expressa o percentual de erro máximo esperado na coleta dos dados, enquanto o nível de confiança representa o grau de exatidão da pesquisa: quanto maior é a margem de erro da pesquisa, menor é a confiabilidade esperada em seus resultados.

Para realizar a **atividade 3** é importante que o tema da pesquisa seja relevante para a comunidade, e pode envolver saúde pública, transporte, direitos humanos e outros. Peça que dediquem especial atenção à coleta de dados, se é viável fazê-la com toda a população ou, se for uma amostra, definir o método de coleta de dados, se será por entrevistas presenciais, por telefone, formulários *online* ou outra forma. Depois, peça que compartilhem com os colegas os resultados obtidos.

MODERNA

## Atividades finais do Capítulo 5

A **atividade 1** permite trabalhar de maneira contextualizada os conceitos de juro simples e juro composto. No **item a**, os estudantes devem calcular 3% de 12.650 e, em seguida, multiplicar o resultado por 3 anos, pois no sistema de juro simples o valor do juro em cada período considerado não se altera. Para resolver o **item b** eles podem começar calculando qual foi o juro recebido no período: $16.445 - 12.650 = 3.795$. Depois, calcular o juro anual e determinar quantas vezes cabe em 3.795, ou seja, $3.795 : 379{,}50 = 10$. Portanto, são necessários 10 anos para se obter o montante desejado. O **item c** permite que eles verifiquem que, após o primeiro período considerado, o juro composto passa a ser gradativamente maior do que no juro simples. No 1º ano, o juro será igual a $0{,}03 \cdot 12.650 = 379{,}50$; no 2º ano, o percentual de 3% incidirá sobre $12.650 + 379{,}50 = 13.029{,}50$, de modo que se obterá $0{,}03 \cdot 13.029{,}50 = 390{,}88$. No 3º ano, o juro será calculado sobre $13.029{,}50 + 390{,}88 = 13.420{,}38$, ou seja, $0{,}03 \cdot 13.420{,}38 = 402{,}61$. Portanto, o juro total será igual a $379{,}50 + 390{,}88 + 402{,}61 \simeq 1.173{,}00$.

**3. b.** Espera-se que os estudantes percebam que o sistema de juro simples será mais vantajoso no uso em pagamento de dívidas e o de juro composto, no recebimento de créditos.

### ATIVIDADES FINAIS DO CAPÍTULO 5

**1** Rodrigo aplicou R$ 12.650,00 em um fundo de investimentos à taxa de juro simples de 3% ao ano.

**a.** Qual será o juro obtido após 3 anos? **1. a.** R$ 1.138,50

**b.** Depois de quanto tempo Rodrigo obterá um montante de R$ 16.445,00? **1. b.** 10 anos.

**c.** Se tivesse aplicado o mesmo valor à taxa de juro composto de 3% ao ano, qual seria o juro obtido após 3 anos? **1. c.** Aproximadamente R$ 1.173,00.

**2** Uma pessoa fez um empréstimo de R$ 1.600,00 em uma instituição financeira. Ela vai pagá-lo integralmente somente daqui a 6 meses, com taxa de juro simples de 24% ao ano.

**a.** Qual é o juro cobrado pela instituição ficanceira no período de 6 meses? **2. a.** R$ 192,00

**b.** Qual é o total que essa pessoa terá de pagar à instituição financeira após os 6 meses? **2. b.** R$ 1.792,00

**c.** Se essa pessoa tivesse pago esse empréstimo no 3º mês, quanto ela teria economizado? **2. c.** R$ 96,00

**3** Uma pessoa quer investir R$ 50.000,00 por um período de 4 meses e tem duas alternativas:

1ª) aplicar o capital a uma taxa de juro composto de 2,25% ao mês;
2ª) aplicar o capital a uma taxa de juro simples de 2,25% ao mês.

**3. a.** Na 1ª opção; aproximadamente R$ 54.654,16.

**a.** Em qual dessas opções a pessoa obterá o maior montante? Qual será esse valor?

**b.** Em que situações o sistema de juro simples seria mais vantajoso para uma pessoa? E em que situações o sistema de juro composto é o mais vantajoso? Converse com o professor e os colegas.

**4** Em uma pesquisa com 1.200 telespectadores, foi perguntado aos entrevistados quantas famílias assistiram às competições das últimas olimpíadas. Concluiu-se que 65% dos telespectadores não assistiram a mais de 50% das competições. Quantos telespectadores entrevistados assistiram a mais de 50% das competições olímpicas? **4.** 420 telespectadores.

**5** Bruno comprou algumas roupas para a família e gastou R$ 350,00. Ao chegar ao caixa, a funcionária da loja propôs a seguinte condição de pagamento: 12 parcelas de R$ 52,50.

**a.** Bruno considerou que o valor da parcela é baixo, mas não vale a pena aceitar essa condição de pagamento. Você concorda com Bruno? Justifique sua resposta.

**b.** Se Bruno optasse por essa forma de pagamento, qual seria a taxa anual de juro nessa compra? **5. b.** 80%

**5. a.** Espera-se que os estudantes percebam que o juro pago nessa proposta é muito alto.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

A **atividade 5** permite abordar um motivo comum para o endividamento de muitos consumidores ao considerar apenas o valor da parcela mensal, que é significativamente menor do que o preço total do produto, mas desconsiderar o número de parcelas, que eleva muito o total a ser pago.

**6** Para avaliar a qualidade das lâmpadas fluorescentes produzidas por uma empresa, um auditor coletou dados sobre a duração, em horas, de 25 dessas lâmpadas. Os dados foram organizados no quadro a seguir.

**Medida do tempo de duração, em hora, de 25 lâmpadas fluorescentes**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 6.500 | 6.900 | 6.500 | 6.500 | 7.000 |
| 6.500 | 7.000 | 7.000 | 7.000 | 6.500 |
| 6.800 | 6.900 | 6.600 | 6.900 | 6.900 |
| 7.000 | 7.000 | 6.800 | 7.000 | 7.000 |
| 6.800 | 6.900 | 7.000 | 6.800 | 6.700 |

**a.** Calcule a moda, a média aritmética, a mediana e a amplitude total desse conjunto de dados. **6. a.** Média: 6.820 horas; moda: 7.000 horas; mediana: 6.900 horas; amplitude total: 500.

**b.** A expectativa da empresa é a de que que essas lâmpadas durem, em média, 6.800 horas. Essa expectativa está de acordo com os dados obtidos na avaliação? Justifique. **6. b.** Sim, pois a média foi de 6.820 horas.

**7** Considere a situação apresentada na imagem para responder às questões a seguir.




MARCIO GUERRA/ARQUIVO DA EDITORA

**a.** Qual é o valor cobrado pela academia em cada plano para um período de seis meses?

**b.** Se um cliente optar por pagar a academia no plano semestral, qual será o percentual que ele economizará em comparação ao que pagaria pelo plano trimestral no mesmo período de 6 meses? **7. b.** Aproximadamente 14,29%.

**c.** Um cliente optou por pagar a academia no plano mensal por um período de 6 meses. Qual é a porcentagem que ele pagará a mais que outro cliente que optou pelo plano semestral? **7. c.** Aproximadamente 33,33%.

**7. a.** Plano semestral: R$ 360,00; plano trimestral: R$ 420,00; plano mensal: R$ 480,00.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Na **atividade 7**, converse com os estudantes sobre o motivo pelo qual academias adotam essa estratégia de venda aos clientes: é esperado que eles mencionem que o preço mensal menor decresce de acordo com o tempo de adesão, pois a academia assegura sua fidelidade por um tempo maior, e, consequentemente, a certeza de poder contar com recebimentos durante esse período, facilitando seu planejamento financeiro. Além disso, mantendo o cliente um tempo maior na academia, é mais provável que ele aprecie o serviço disponibilizado, indique a amigos e conhecidos e ainda adquira outros serviços. Aproveite e amplie a discussão para falar dos benefícios da prática de atividade física, refletindo sobre o TCT Saúde.

MODERNA

A **atividade 10** permite discutir um aspecto importante sobre divulgação de pesquisas na mídia, que é a apresentação dos dados apenas com base na média aritmética, a qual pode não trazer todas as informações relevantes sobre o tema. Ao afirmar que há em média 2,2 aparelhos digitais para cada pessoa, não é possível saber como se dá essa distribuição de dispositivos na população, pois pode haver muitas pessoas que têm, por exemplo, 5 ou mais dispositivos enquanto muitas outras não dispõem de nenhum aparelho digital.

**ATIVIDADES FINAIS DO CAPÍTULO 5**

**8** Uma loja de eletrodomésticos anuncia a venda da maior parte dos seus produtos em 10 prestações sem juro. Essa mesma loja oferece 20% de desconto aos clientes que pagarem à vista.

**a.** Há diferença entre os valores a prazo e à vista? **8. a.** Sim.

**b.** Se o consumidor optar por fazer o pagamento a prazo, ele realmente não pagará juro? Como você explicaria a estratégia dessa loja? Converse com os colegas e o professor. **8. b.** Espera-se que os estudantes percebam que o juro está embutido no valor do produto; caso contrário, não seria oferecido desconto para pagamento à vista.

**9** Em um município, o preço médio do litro do etanol nos postos fechou a semana com alta de 0,8% em relação ao preço da semana imediatamente anterior, que era R$ 3,42. Qual foi o preço cobrado por litro após o aumento? **9.** Aproximadamente R$ 3,45.

**10** Segundo levantamento feito pelo Centro de Tecnologia de Informação Aplicada da Fundação Getulio Vargas (FGVcia), publicado em maio de 2023, havia no Brasil uma média de 220 dispositivos digitais (computadores e *smartphones*) para cada 100 habitantes. **10.** Afirmações dos itens **a**, **c** e **e**.



SITOPHOTOSTOCK/SHUTTERSTOCK

Jovens utilizando *smartphones*. Foto de 2023.

Com base nessa informação, identifique as afirmações corretas.

**a.** A média de dispositivos digitais, por habitante brasileiro, era de 2,2 dispositivos por habitante.

**b.** Todo brasileiro, segundo esse levantamento, tinha pelo menos 2 dispositivos digitais.

**c.** De acordo com o levantamento, existiam pessoas que possuíam mais de 2 dispositivos digitais.

**d.** A média de dispositivos digitais, em todos os municípios brasileiros, segundo o levantamento, era a mesma do Brasil.

**e.** Para cada 100.000 brasileiros, havia 220.000 dispositivos digitais, segundo o levantamento.

**11** Crie um problema cuja resolução envolva alguma das medidas de tendência central estudadas e o conceito de amplitude total. Depois, troque de problema com um colega e resolva o problema proposto por ele. Por fim, cada um corrige o problema que elaborou. **11.** Resposta pessoal.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODELO

# Microempreendedor Individual (MEI)

ODS 12

De acordo com dados da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua (PNAD Contínua), havia aproximadamente 39 milhões de trabalhadores atuando na informalidade em 2023.

Esses trabalhadores eram aqueles que exerciam atividade sem carteira assinada, autônomos sem um **CNPJ**, empregados domésticos etc.

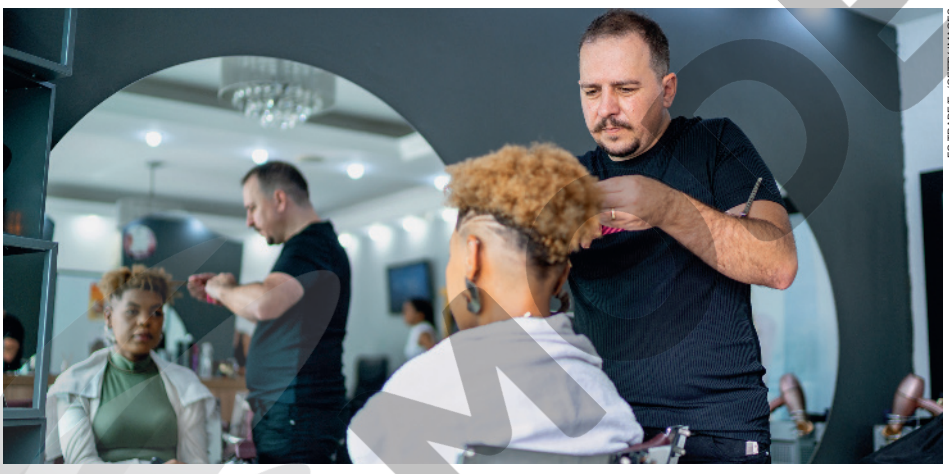
**CNPJ:** Cadastro Nacional da Pessoa Jurídica. É um número único de identificação atribuído pela Receita Federal às empresas no Brasil.

As pessoas podem optar por aderir ao trabalho informal por diversos motivos:

- escassez de oportunidades formais;
- necessidade imediata de renda;
- oportunidade para inovar, criar, experimentar, aprender e tomar decisões de maneira autônoma;
- possibilidade de conciliar a vida profissional e pessoal.

O trabalho informal não é considerado ilegal, porém há consequências, como a falta de benefícios sociais.

Para sair da informalidade e regularizar suas atividades perante as autoridades, as pessoas podem, por exemplo, obter o registro como Microempreendedor Individual (MEI). O MEI foi criado por meio da Lei nº 128/2008 com o objetivo de que empreendedores informais conseguissem formalizar o negócio e ter garantias constitucionais.



FG TRADE/E+/GETTY IMAGES

De acordo com Estatística dos Cadastros de Microempreendedores Individuais 2021, publicado em outubro de 2023, aproximadamente 9% dos MEIs eram do setor de cabeleireiros e outras atividades de tratamento de beleza. Foto de 2023.



Um aspecto importante a mencionar para os estudantes é quanto à decisão de uma pessoa com trabalho formal de deixá-lo para abrir uma MEI, pois deve haver uma organização cuidadosa prévia, incluindo disponibilidade de recursos, estudos em gestão financeira e técnica, pesquisas sobre o mercado etc.

## Educação financeira

A seção favorece a discussão sobre o **ODS 8** (Trabalho decente e crescimento econômico) e o TCT Trabalho ao contrapor as diferenças entre o trabalho formal e o informal. É importante que os estudantes percebam que a divulgação pela mídia de dados que mostram o crescimento da adesão ao microempreendedorismo individual não significa, necessariamente, que tais pessoas passaram a obter rendimento suficiente para seu sustento ou a aquisição da liberdade financeira, pois, em muitos casos, a estrutura disponível por tais MEIs é precária, tanto em recursos físicos, financeiros ou de conhecimento técnico que permitam o acesso a um mercado maior e se desenvolvam. É interessante incentivá-los a pesquisar casos de sucesso em tais circunstâncias, para que eles reconheçam a importância da capacitação fornecida por órgãos como o Serviço Brasileiro de Apoio às Micro e Pequenas Empresas (Sebrae), que disponibiliza diversos serviços para auxiliar tanto aqueles que desejam iniciar um novo negócio quanto empresas já estabelecidas a melhorarem suas práticas, gestão, acesso a crédito, formação de parcerias, participação em feiras de negócios e outros.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MANUAL DO PROFESSOR

É importante que a formação em empreendedorismo seja acompanhada de reflexão sobre o significado de ser empreendedor, a fim de não se adotar uma postura ingênua que considere apenas seu significado no âmbito do sucesso financeiro, pois, atualmente, considera-se que pessoas com espírito empreendedor são aquelas com grande motivação para desafios e oportunidades e que se satisfazem também com a recompensa pelos feitos e aprendizados obtidos ao longo do processo. Assim, é importante comentar o empreendedorismo social, cujo maior valor agregado é a transformação obtida em determinados segmentos sociais ou para a comunidade como um todo, inclusive impactos financeiros com a criação de novas oportunidades na comunidade em que atua. Por exemplo, um profissional da construção civil pode atuar em uma Organização Não Governamental (ONG) e capacitar as pessoas de uma comunidade a realizar pequenos reparos nas casas ou em áreas comuns com base no trabalho em sistema de mutirão, melhorando a qualidade de vida para os moradores.

## EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Ao realizar o cadastro como MEI, o empreendimento passa a ter um CNPJ e contribuir com o Instituto Nacional de Seguro Social (INSS). Com isso, o microempreendedor pode acessar direitos e benefícios previdenciários, como aposentadoria, auxílio-doença, salário-maternidade e pensão por morte (para família).

Além disso, o cadastro como MEI possibilita emitir notas fiscais, o que aumenta a credibilidade do negócio e a facilidade para firmar parcerias comerciais, abrir conta em banco e ter acesso a crédito com juros mais baixos.

Em 2024, para abrir uma microempresa individual era necessário ter faturamento inferior a R$ 81.000,00 por ano, não ter participação em outra empresa como sócio ou titular e ter no máximo um empregado contratado que receba o salário-mínimo ou o piso da categoria.

Ainda, em 2024, os tributos do MEI eram pagos por meio do Documento de Arrecadação do Simples (DAS) e o valor variava entre R$ 71,60 e R$ 76,60, dependendo da natureza da atividade empreendedora. Essa era a única obrigação financeira, com impostos, do MEI.

**1** Converse com o professor e os colegas sobre as questões a seguir.

**a.** Você trabalha na informalidade? Se sim, o que faz? **1. a.** Respostas pessoais.

**b.** Você é um MEI? Se sim, o que o motivou a obter esse registro? Que vantagens a obtenção desse registro trouxe para você? **1. b.** Respostas pessoais.

**2** Segundo dados do Ministério da Fazenda, em 2023, de cada 100 empresas no Brasil, aproximadamente 58 eram MEI. Qual era a porcentagem aproximada de MEIs no Brasil, em 2023? **2.** 58%

**3** Observe o esquema a seguir, que apresenta alguns fatores que podem contribuir para o sucesso de um negócio.




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

De acordo com os dados desse esquema, responda:

**a.** Você acrescentaria algum outro fator importante? Se sim, qual? **3. a.** Respostas pessoais.

**b.** Na sua opinião, a obtenção do registro como MEI pode contribuir para qual dos fatores, apresentados no esquema? De que maneira? **3. b.** Respostas pessoais.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



### Sugestão de *site*

Serviço Brasileiro de Apoio às Micro e Pequenas Empresas (Sebrae). Disponível em: https://sebrae.com.br/sites/PortalSebrae/educacaoempreendedora/professores#paraformacao. Acesso em: 28 abr. 2024.

No portal do Sebrae, o professor encontrará diversos materiais para ampliar seu conhecimento sobre empreendedorismo, realizar sua formação presencial ou à distância por meio de cursos, palestras, livros digitais, planos de aula para uso com os estudantes e outros, bastando, para isso, se cadastrar gratuitamente no *site*.

# AVALIAÇÃO DO CAPÍTULO 5

## Revisando o conteúdo

Para organizar o conteúdo estudado, podemos utilizar algumas ferramentas de revisão. Para este capítulo, sugerimos compor uma lista. Observe alguns tópicos.

- Taxa percentual ou porcentagem é a razão entre um número $p$ e 100, que indicamos por $\frac{p}{100}$ ou $p\%$.
- Juro simples é um sistema no qual o juro incide apenas sobre o capital inicial, e o montante obtido nesse sistema depende do capital, da medida do tempo de aplicação e da taxa de juro.
- Juro composto é o "juro sobre juro". Nesse sistema, o juro é calculado sempre em relação ao montante do período anterior.
- Medidas de tendência central são medidas que podem resumir um conjunto de dados a um só valor que seja representativo de todos esses dados. São medidas de tendência central a moda, a média aritmética e a mediana.

**a.** Junte-se a um colega e, no caderno, complementem essa lista. Vocês podem resumir os seguintes conceitos: **a.** Resposta pessoal.

- moda;
- média aritmética;
- média aritmética ponderada (ou média ponderada);
- mediana;
- amplitude total;
- ponto médio.

**b.** Qual foi o conteúdo que você mais aprendeu neste capítulo? **b.** Resposta pessoal.

**c.** Como você pode usar o aprendizado adquirido neste capítulo no dia a dia? **c.** Resposta pessoal.

**d.** Você teve dúvida em algum conteúdo estudado? Se sim, ela foi solucionada? **d.** Respostas pessoais.

## Aplicando seus conhecimentos

**1** De 210 candidatos que participaram de um concurso, 70 foram aprovados. Qual foi, aproximadamente, a porcentagem dos reprovados? **1.** Alternativa **b**.

**a.** 33,33% **b.** 66,66% **c.** 70% **d.** 21%

**2** Uma pessoa aplicou R$ 12.650,00 em um fundo de investimento à taxa de juro simples de 6% ao ano. Qual é o juro obtido após 3 anos? **2.** Alternativa **a**.

**a.** R$ 2.277,00 **b.** R$ 759,00 **c.** R$ 12.659,00 **d.** R$ 227.700,00



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Outra abordagem possível é calcular o total de reprovados e, em seguida, calcular o quanto essa quantidade representa, em porcentagem, do total. Desta forma, $210 - 70 = 140$ estudantes reprovados, de modo que esse valor representa $\frac{140}{210} \simeq 0{,}667$ ou 66,7% de estudantes reprovados. A alternativa que apresenta o valor próximo é a **b**.

Na **atividade 2**, eles podem calcular o juro simples (6% de 12.650,00), obtendo $0{,}06 \cdot 12.650 = 759$, e, como são 3 anos, multiplicar o valor obtido por 3, obtendo $3 \cdot 759 = 2.277$. Outra opção é considerar que uma taxa de juro simples de 6% ao ano renderá, em 3 anos, $3 \cdot 6\% = 18\%$ e, então, calcular 18% de 12.650, obtendo $0{,}18 \cdot 12.650 = 2.277$.

## Avaliação do Capítulo 5

### Revisando o conteúdo

Agora, os estudantes vão colocar em prática o que aprenderam neste capítulo. Incentive-os a organizar seus aprendizados criando ferramentas de estudo como lista, mapa conceitual, entre outros, destacando os conceitos que julgarem importantes. Nesta seção, a organização do conteúdo foi em formato de lista, mas é indicado que cada estudante crie sua própria ferramenta de revisão levando em consideração seu conhecimento prévio.

### Aplicando seus conhecimentos

É fundamental não focar apenas a verificação das respostas, atentando principalmente para o desenvolvimento do raciocínio da turma. Por isso, acompanhe a resolução das atividades para observar como o conhecimento prévio dos estudantes, combinado com os aprendizados escolares, influenciou as estratégias empregadas.

Para responder à **atividade 1**, os estudantes podem calcular quantos por cento 70 representa do total de 210, obtendo o percentual de estudantes aprovados, e, depois, subtrair de 100%: assim, obtém-se $\frac{70}{210} \simeq 0{,}333$ ou aproximadamente 33,3% dos estudantes foram aprovados, de modo que o percentual de reprovados é aproximadamente igual a 66,7%, pois: $100\% - 33{,}3\% = 66{,}7\%$.

Para resolver a **atividade 3**, pode-se calcular 2,5% de 370 obtendo $0{,}025 \cdot 370 = 9{,}25$ e determinar quantas vezes esse valor cabe em 83,25, ou seja, realizando a divisão $83{,}25 : 9{,}25 = 9$, de modo que são necessários 9 meses para obter o juro desejado. Outra possibilidade é determinar quantos por cento 83,25 representa de 370 fazendo

$$\frac{83{,}25}{370} = 0{,}225 \text{ ou } 22{,}5\%.$$

Como o juro é simples, basta saber quantas vezes 2,5% cabe em 22,5%, o que pode ser determinado fazendo $22{,}5 : 2{,}5 = 9$, valor igual ao obtido anteriormente.

A **atividade 4** avalia a habilidade de resolver problema que envolve cálculo de porcentagem e a compreensão sobre juro composto. Os estudantes precisam calcular o montante final após 2 anos (2.566,08) para depois determinar o rendimento da aplicação, subtraindo o valor final do valor inicial.

Na **atividade 5**, é possível analisar se os estudantes compreenderam e sabem aplicar os conceitos de média aritmética, moda, mediana e amplitude.

## AVALIAÇÃO DO CAPÍTULO 5

**3** Durante quantos meses um capital de R$ 370,00 deve ficar aplicado, à taxa de juro simples de 2,5% ao mês, para que renda juro de R$ 83,25? **3.** Alternativa **d**.

**a.** 10 meses **b.** 7 meses **c.** 8 meses **d.** 9 meses

**4** Um capital de R$ 2.200,00 foi aplicado durante 2 anos à taxa de juro composto de 8% ao ano. Qual é o rendimento dessa aplicação? **4.** Alternativa **c**.

**a.** R$ 352,00 **b.** R$ 276,00 **c.** R$ 366,08 **d.** R$ 176,00

**5** Analise o quadro com as notas da prova de Matemática dos estudantes de uma turma da EJA, obtida pela professora no final de 2024.

**Notas da prova de Matemática dos estudantes de uma turma da EJA**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 9 | 10 | 8 | 6,5 | 6 |
| 8 | 7 | 9 | 10 | 9 | 8 |
| 8 | 7 | 6 | 8,5 | 5 | 4 |
| 10 | 9 | 7 | 7,5 | 6 | 8 |
| 6 | 9,5 | 5 | 8 | 7 | 6 |

A mediana, a moda, a média aritmética e a amplitude total das notas dos estudantes são, respectivamente: **5.** Alternativa **d**.

**a.** 7,5; 8; 7,5 e 6. **b.** 7,5; 8; 7,75 e 5. **c.** 8; 8; 7,75 e 14. **d.** 7,75; 8; 7,5 e 6.

**6** Em uma sala de aula, há 10 estudantes com 30 anos, 5 com 40 anos e 5 estudantes com 50 anos. A amplitude total e o ponto médio dessas idades são, respectivamente: **6.** Alternativa **b**.

**a.** 40 anos e 20 anos. **c.** 10 anos e 35 anos.

**b.** 20 anos e 40 anos. **d.** 45 anos e 10 anos.

Se você teve dificuldade em alguma atividade, consulte este quadro e verifique o que precisa estudar novamente para auxiliá-lo na resolução de cada atividade.

**Tópicos deste capítulo abordados nas atividades**

| Atividades | Tópicos relacionados |
|---|---|
| 1, 2, 3 e 4 | Porcentagem |
| 2 e 3 | Juro simples |
| 4 | Juro composto |
| 5 e 6 | Medidas de tendência central |
| 6 | Amplitude total e ponto médio |



Reprodução proibida. Art.184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

Incentive os estudantes a resolver a **atividade 6** sem registrar todos os dados no caderno. Neste contexto, é importante verificar se eles compreenderam os dados do enunciado e o que foi perguntado. Para determinar a amplitude, basta identificar a menor e a maior idade, e, para determinar o ponto médio, eles devem calcular a média aritmética entre a menor e a maior idade.

CAPÍTULO 6

# Equações



ERNESTO REGHRAN/PULSAR IMAGENS

Processo de usinagem para finalização das peças de ferro fundido em indústria em Cambé no Paraná. Foto de 2023.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Em uma indústria, inúmeros estudos são realizados para avaliar a eficiência na produção das peças fabricadas. Esses estudos levam em consideração muitos cálculos envolvendo o tempo de funcionamento das máquinas, o número de operários, a jornada de trabalho etc.

Em sua opinião, que outros fatores podem influenciar a produtividade de uma fábrica?

**Abertura:** Respostas pessoais.

**Neste capítulo você vai:**

- identificar equações do 1º grau com duas incógnitas;
- resolver sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas;
- identificar equações do 2º grau;
- conhecer alguns produtos notáveis;
- resolver equações de 2º grau.



## Sugestão de leitura

PEREIRA, Fernando Francisco; DONEZE, Iara; DALTO, Jader Otávio. Caracterizando tarefas de análise da produção escrita por meio do ensino de equações. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 7, n. 14, p. 236-255, 2018. Disponível em: https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/6119/4142. Acesso em: 27 abr. 2024.

Este artigo apresenta informações sobre tarefas de análise da produção escrita que podem auxiliar o professor no processo de ensino de equações, possibilitando que os estudantes façam reflexões e julgamentos de diferentes soluções dadas a uma situação-problema, repensando os procedimentos que utilizaram.

## Orientações para o Capítulo 6

Os objetivos deste capítulo são proporcionar aos estudantes habilidades de identificar equações do 1º grau com duas incógnitas, resolver sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas, assim como familiarizar-se com alguns produtos notáveis, identificar e resolver equações de 2º grau e coletar dados em uma pesquisa estatística. Esses conteúdos propiciam aos estudantes repertório para a resolução de problemas cotidianos.

Para o trabalho com esta abertura, pergunte aos estudantes o que eles conhecem sobre equações com mais de uma incógnita. Observe se eles associam as incógnitas a números desconhecidos representados por letras.

No exemplo dado nesta abertura, para avaliar a produtividade em uma indústria, levam-se em consideração diferentes fatores, como o tempo de funcionamento das máquinas, o número de operários, a jornada de trabalho, entre outros. Oriente-os a perceber que a relação entre alguns desses fatores pode ser associada a uma ou mais equações com mais de uma incógnita.

MODERNA

## Equações do 1º grau com duas incógnitas

O objetivo deste tópico é abordar com os estudantes como as representações algébricas podem ser utilizadas para interpretar, analisar e resolver problemas. Esse estudo se justifica uma vez que os estudantes vão poder raciocinar e perceber a lógica em situações concretas, fazendo generalizações e representando situações em linguagem matemática, utilizando simbologia algébrica, e aplicar a matemática em situações cotidianas.

Iniciamos este tópico mostrando como as contribuições do Imposto de Renda (IR) e do Instituto Nacional do Seguro Social (INSS) são tratadas como incógnitas em uma equação. A soma dessas contribuições resulta no total descontado do salário do trabalhador. Esse contexto contribui para que os estudantes compreendam e consigam transmitir ideias matemáticas por escrito ou oralmente e desenvolvam a capacidade de argumentação.

A questão proposta permite verificar se eles compreendem a escrita algébrica. É importante que compreendam a relação de dependência entre $x$ e $y$ tanto no exemplo do IR quanto no exemplo do teatro.

**Atividade oral:** É possível que alguns estudantes respondam que $x$ e $y$ podem assumir apenas os valores decimais positivos da ordem dos centésimos, pois é dessa maneira que os números se apresentam em nosso sistema monetário.

# Equações do 1º grau com duas incógnitas

Imposto de Renda (IR) e contribuições para o Instituto Nacional do Seguro Social (INSS) são comuns a muitos trabalhadores brasileiros.

Em 2024, um trabalhador que ganhava R$ 2.850,00 tinha descontado do salário o valor de R$ 282,03, referente ao IR e ao INSS. Representando por $x$ o desconto correspondente ao IR e por $y$ o correspondente ao INSS, podemos indicar o desconto no salário desse trabalhador pela seguinte expressão:

$$x + y = 282{,}03$$

A expressão acima é chamada de equação do 1º grau com duas incógnitas, $x$ e $y$.




BRENDA ROCHA - BLOSSOM/SHUTTERSTOCK

A partir de setembro de 2019, a Carteira de Trabalho digital passou a valer como uma alternativa à tradicional carteira em papel.

As equações do tipo $ax + by = c$, em que $a$, $b$ e $c$ são números reais e $a$ e $b$ são números não nulos, são denominadas **equações do 1º grau com duas incógnitas** ($x$ e $y$).

Quais valores reais $x$ e $y$ podem assumir na equação $x + y = 282{,}03$?

Os valores 36,97 e 245,06 são uma solução da equação $x + y = 282{,}03$. As soluções de uma equação do 1º grau com duas incógnitas são expressas por **pares ordenados** do tipo $(x, y)$. No caso do exemplo, o primeiro elemento do par indica o valor referente ao IR, e o segundo, o valor referente ao INSS.

(36,97; 245,06)

valor referente ao IR ← 36,97 ; 245,06 → valor referente ao INSS

Uma equação do 1º grau com duas incógnitas pode ter ou não solução, mas algumas podem ter, até mesmo, infinitas soluções, dependendo da equação e dos valores que as incógnitas possam assumir.

Considere o exemplo a seguir.

Uma diretora de teatro está recrutando 6 atores para uma peça. Quantas pessoas que usam ou não usam óculos poderão fazer parte dessa peça?

Sabemos que a soma do número de pessoas que usam ou que não usam óculos é igual a 6. Assim, indicando o número de pessoas que usam óculos por $x$ e o número de pessoas que não usam óculos por $y$, podemos escrever:

$$x + y = 6$$



Reprodução proibida. Art.184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

### Sugestão de atividade

Simulador de Imposto de Renda. Disponível em: https://www27.receita.fazenda.gov.br/simulador-irpf/. Acesso em: 27 abr. 2024.

Os estudantes podem realizar simulações de cálculo do IR nesse simulador da Receita Federal. Proponha a realização das simulações individualmente ou em duplas, dependendo do espaço físico da sala de informática da escola. Também é possível realizar as simulações utilizando projetor multimídia para projetar a página em sala de aula ou até mesmo nos *smartphones* dos estudantes.

Nesse problema, os números $x$ e $y$, que representam o número de atores, são números naturais. Logo, na composição dessa peça de teatro, podemos ter as seguintes composições:

**Composição da peça por atores que usam ou não usam óculos**

| **Número de pessoas que usam óculos ($x$)** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Número de pessoas que não usam óculos ($y$)** | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |

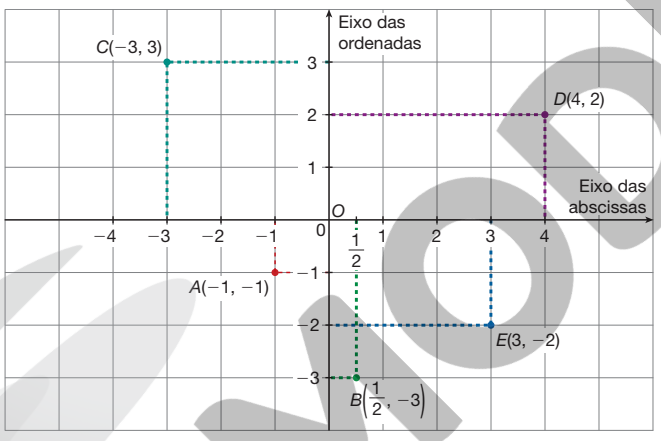
Nesse exemplo, a equação tem 7 soluções diferentes; portanto, um número finito de soluções.

## Plano cartesiano

Em Matemática, a representação e a localização de pontos são feitas no **plano cartesiano**, que é formado por duas retas numéricas perpendiculares, chamadas de eixos. A reta horizontal é chamada de **eixo das abscissas**, e a reta vertical é chamada de **eixo das ordenadas**. O ponto de encontro dos dois eixos é chamado de origem ($O$).

Para localizar um ponto nesse plano, usamos dois números, chamados de **coordenadas do ponto**. Esses números são expressos na forma de um par ordenado, em que o primeiro número indica a posição em relação ao eixo das abscissas e o segundo indica a posição em relação ao eixo das ordenadas.

Observe como podemos localizar alguns pontos no plano cartesiano.




ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

Os pontos de abscissas positivas estão à direita ou à esquerda do eixo das ordenadas? Os pontos com ordenadas negativas estão abaixo ou acima do eixo das abscissas? **Atividade oral:** Espera-se que os estudantes percebam que os pontos de abscissas positivas estão sempre à direita do eixo das ordenadas e que os pontos de abscissas negativas estão à esquerda desse eixo. Em relação aos pontos de ordenadas positivas, espera-se que os estudantes percebam que estão acima do eixo das abscissas e que os pontos de ordenadas negativas estão abaixo desse eixo.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

### Plano cartesiano

É importante incentivar os estudantes a perceberem que as soluções de uma equação com duas incógnitas são pares ordenados, que o valor de uma incógnita depende do valor atribuído a outra e que a representação geométrica das soluções dessas equações é feita no plano cartesiano.

Faça a representação do plano cartesiano na lousa e identifique os eixos cartesianos. Informe os estudantes que o eixo das abscissas se refere aos valores que $x$ pode assumir e o eixo das ordenadas, aos valores que $y$ pode assumir. Mostre que o encontro dos eixos é a origem do sistema cartesiano e que ele é representado pelo ponto (0, 0). Represente alguns pontos e peça a eles que indiquem suas coordenadas. Pontos sobre os eixos podem trazer incompreensões; assim, reforce que a primeira coordenada sempre se refere ao eixo horizontal, e a segunda, ao eixo vertical. Então, um ponto localizado sobre o eixo horizontal é representado por $(x, 0)$, enquanto um ponto sobre o eixo vertical é representado por $(0, y)$.

Outro fato importante de que os estudantes devem ter ciência é a escala. Para isso, faça uma associação com os quadradinhos da malha.

Peça que atribuam outros valores para $x$ que não sejam números naturais, na equação $x + y = 6$, em que $x$ e $y$ são quaisquer números reais, a fim de que reconheçam a ideia de que para qualquer número real $x$ há um número real $y$ que torna a equação verdadeira.

## Atividades

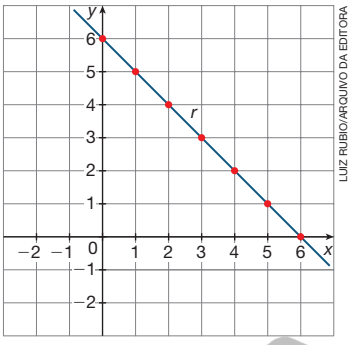
Amplie a **atividade 1** pedindo aos estudantes que construam um quadro com valores que as incógnitas podem assumir em cada item. É importante que percebam que, no **item a**, as incógnitas podem assumir qualquer valor não negativo entre 0 e 3,5, e, no **item b**, apenas valores inteiros não negativos menores ou iguais a 300.

Na **atividade 2**, os estudantes precisam substituir as coordenadas do ponto (3, 1) em cada uma das equações e verificar se as satisfazem. Nesse caso, espera-se que eles percebam que o par ordenado (3, 1) é solução apenas das equações dos **itens a** e **b**. Se achar conveniente, peça a eles que modifiquem as equações **c** e **d** de modo que o par (3, 1) se torne uma de suas soluções.

Os pares ordenados que são solução de uma equação do 1º grau com duas incógnitas podem ser representados em um plano cartesiano.

Na representação, os pontos em vermelho correspondem aos pares ordenados que são solução da equação $x + y = 6$, com $x$ e $y$ **naturais**.

Já a reta $r$ representa a solução da equação $x + y = 6$, em que $x$ e $y$ são quaisquer números **reais**.



LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

**3.** $x = 8{,}4$. Espera-se que os estudantes respondam que substituíram $y$ por 23 e resolveram a equação $5x - 46 = -4$ para determinar o valor de $x$.

## Atividades

**1** Represente cada situação por meio de uma equação.

**a.** O preço $z$, em real, de um lápis adicionado ao preço $y$, em reais, de uma borracha é R$ 3,50. **1. a.** $z + y = 3{,}5$

**b.** Uma empresa tem 300 funcionários. Há $x$ pessoas trabalhando no turno da manhã e $y$ pessoas trabalhando no turno da tarde. **1. b.** $x + y = 300$

**2** Verifique se o par ordenado (3, 1) é solução das equações:

**a.** $2x - y = 5$ **2. a.** Sim.

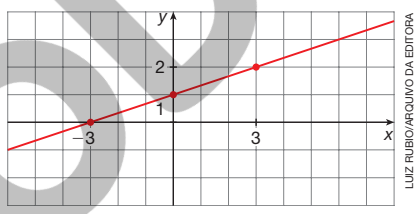
**b.** $x + y = 4$ **2. b.** Sim.

**c.** $x - 2y = 3$ **2. c.** Não.

**d.** $x + 4y = 6$ **2. d.** Não.

**3** Determine o valor de $x$ real para que o par ordenado $(x, 23)$ seja uma das soluções da equação $5x - 2y = -4$. Explique como você chegou a esse valor.

**4** Identifique a equação, na qual $x$ e $y$ são quaisquer números reais, cuja solução seja representada pela reta em vermelho do plano cartesiano a seguir. **4.** Alternativa **c**.



LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

**a.** $x + y = -3$

**b.** $x - y = 3$

**c.** $x - 3y = -3$

**d.** $3x - 3y = -3$

**5** Escreva no caderno uma equação do 1º grau com duas incógnitas cujo par ordenado (0, 0) seja a solução. **5.** Respostas possíveis: $x + y = 0$ ou $x - y = 0$



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

Na **atividade 4**, os estudantes devem identificar a equação cujas soluções estão representadas em um plano cartesiano. Uma maneira de fazer isso é verificar se as coordenadas dos pontos satisfazem a equação. Chame a atenção deles para o fato de os pontos estarem alinhados. Após identificarem a equação correta, peça que encontrem outros pares ordenados que sejam solução dessa equação e os representem no plano cartesiano. A ideia é que eles percebam que os pares ordenados que são solução da equação estão sobre uma reta, ou seja, são pontos da reta.

# Sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas

Uma empresa tem em estoque capacetes e óculos de proteção, em um total de 52 equipamentos. A diferença entre o número de capacetes e o de óculos de proteção é 12. Quantos equipamentos de cada tipo essa empresa tem em estoque?

Esse problema pode ser resolvido por meio de um sistema de equações do 1º grau. Para isso, vamos escrever as equações de acordo com as informações do enunciado.



ÓCULOS: OLEKSANDR KOSTIUCHENKO/SHUTTERSTOCK
CAPACETE: LJUPCO SMOKOVSKI/SHUTTERSTOCK

Capacete, luvas e óculos de proteção fazem parte dos equipamentos de proteção individual de alguns trabalhadores.

Representando a quantidade de capacetes por $x$ e a de óculos de proteção por $y$, temos:

$x + y = 52$ — Total de equipamentos em estoque

$x - y = 12$ — A diferença entre o número de capacetes e o de óculos de proteção é 12

Montamos um sistema com as duas equações e o dispomos assim:

$$\begin{cases} x + y = 52 & \textbf{(I)} \\ x - y = 12 & \textbf{(II)} \end{cases}$$

O sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas pode ter ou não solução. Se tiver solução, ela será representada por um par ordenado.

Acompanhe a seguir dois modos de resolver esse sistema.

### Método da substituição

Da equação **I**, isolamos qualquer uma das incógnitas:

$x + y = 52$

$x - x + y = 52 - x$

$y = 52 - x$

Agora, na equação **II**, substituímos essa expressão encontrada para $y$:

$x - y = 12$

$\uparrow$ $y = 52 - x$

$x - (52 - x) = 12$

$x - 52 + x = 12$

$2x - 52 + 52 = 12 + 52$

$2x = 64$

$2x \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = 64 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)$

$x = 32$



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

## Sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas

Este tópico tem por objetivos mostrar aos estudantes que é possível traduzir uma situação-problema por meio de um sistema de equações do 1º grau, apresentar métodos para resolvê-las, além de realizar a verificação da solução obtida em relação à situação-problema proposta. Esse estudo contribui para o desenvolvimento do raciocínio lógico, do pensar sobre generalizações e para a criação de modelos matemáticos, gráficos e tabelas que ajudem na compreensão das situações e nas tomadas de decisões em relação a elas, além de incentivar os estudantes a avaliar resultados e considerar sua razoabilidade.

Neste tópico, é apresentada uma situação na qual é preciso saber a quantidade de óculos de proteção e capacetes de uma empresa com base em duas informações, relacionando essas quantidades. Temos, assim, duas equações (cada uma correspondente a uma informação fornecida) com duas incógnitas cada uma (que representam a quantidade de óculos de segurança e de capacetes) que formam um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas.

Em seguida, dois métodos de resolução desse sistema são apresentados: método da substituição e método da adição.

MODERNA

Agora, em qualquer uma das equações do sistema, podemos substituir o valor encontrado para $x$ e determinamos o valor de $y$.

$x + y = 52$

$\uparrow$ $x = 32$

$32 + y = 52$

$32 + y - 32 = 52 - 32$

$y = 20$

Logo, a solução do sistema é o par (32, 20), ou seja, 32 capacetes e 20 óculos de proteção.

### Método da adição

Para utilizar esse método, vamos adicionar membro a membro as equações do sistema de equações a fim de obter uma equação com apenas uma incógnita.

$$+ \begin{cases} x + y = 52 \\ x - y = 12 \end{cases} \text{ adicionamos}$$

$$2x + 0 = 64$$

Assim, obtemos:

$2x = 64$

$2x \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = 64 \cdot \frac{1}{2}$

$x = 32$

Agora, em qualquer uma das equações do sistema, substituímos o valor encontrado para $x$ e determinamos o valor de $y$.

$x - y = 12$

$\uparrow$ $x = 32$

$32 - y = 12$

$32 - 32 - y = 12 - 32$

$-y = 12 - 32$

$-y = -20$

$-y \cdot (-1) = -20 \cdot (-1)$

$y = 20$

Logo, a solução do sistema é o par (32, 20).

Portanto, a empresa possui 32 capacetes e 20 óculos de proteção.

**Observação:**

Depois de determinar a solução de um sistema de equações, é importante verificar se o par ordenado encontrado é válido para as duas equações.

$$\begin{cases} x + y = 52 \\ x - y = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 32 + 20 = 52 \\ 32 - 20 = 12 \end{cases}$$

Essa verificação pode ser feita mentalmente.



Quanto ao método da adição, explique aos estudantes que é importante que eles escrevam as incógnitas em cada uma das equações na mesma ordem, a fim de evitar confusão ao adicionar as equações. Chame a atenção deles para o fato de que os coeficientes da incógnita $y$ têm sinais opostos em cada uma das equações (na equação I, o coeficiente é $+1$, e na equação II, $-1$). Dessa maneira, ao adicionarmos essas equações, os termos em $y$ se cancelam.

Se julgar oportuno, aproveite o contexto do exemplo e converse com os estudantes sobre equipamentos de segurança no trabalho (EPIs) a fim de desenvolver o TCT Trabalho.

A ideia do método da adição é cancelar uma das incógnitas ao adicionar as equações. Apresente exemplos de sistemas de equações do 1º grau em que se deve transformar uma das equações de modo que, quando adicionadas, uma das incógnitas seja cancelada. Incentive os estudantes a fazerem a comparação e a justificarem a preferência por um método em detrimento de outro.

Se julgar oportuno, apresente o método da comparação para que eles ampliem seu repertório de cálculo. O sistema da situação apresentada também pode ser resolvido da seguinte maneira:

$$\begin{cases} x + y = 52 \\ x - y = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 52 - y \\ x = 12 + y \end{cases} \left| \begin{array}{c} 52 - y = 12 + y \\ -y - y = 12 - 52 \\ -2y = -40 \\ y = 20 \end{array} \right| \quad \begin{array}{l} x = 52 - y \\ x = 52 - 20 \\ x = 32 \end{array}$$

Logo, a solução do sistema é o par (32, 20).

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

## Atividade resolvida

**(Enem 2023)** O metrô de um município oferece dois tipos de tíquetes com colorações diferentes, azul e vermelha, sendo vendidos em cartelas, cada qual com nove tíquetes da mesma cor e mesmo valor unitário. Duas cartelas de tíquetes azuis e uma cartela de tíquetes vermelhos são vendidas por R$ 32,40. Sabe-se que o preço de um tíquete azul menos o preço de um tíquete vermelho é igual ao preço de um tíquete vermelho mais cinco centavos.

Qual o preço, em real, de uma cartela de tíquetes vermelhos?

**a.** 4,68 **b.** 6,30 **c.** 9,30 **d.** 10,50 **e.** 10,65

### Resolução

É possível utilizar diferentes estratégias na resolução desta atividade. Acompanhe a seguir duas delas.

Na primeira estratégia, vamos utilizar o método da substituição para resolver o sistema que será montado.

Representando o preço de um tíquete azul por $a$ e o preço de um tíquete vermelho por $v$, temos:

$$\begin{cases} 2 \cdot 9a + 9v = 32{,}40 \\ a - v = v + 0{,}05 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 18a + 9v = 32{,}40 \quad \textbf{(I)} \\ a = 2v + 0{,}05 \quad \textbf{(II)} \end{cases}$$

Substituindo $a$ por $2v + 0{,}05$ na equação **I**, temos:

$18 \cdot (2v + 0{,}05) + 9v = 32{,}40 \Rightarrow 45v = 31{,}50 \Rightarrow v = 0{,}7$

Portanto, o preço de uma cartela de tíquetes vermelhos é, em real:

$0{,}7 \cdot 9 = 6{,}3$

Logo, uma cartela de tíquetes vermelhos custa R$ 6,30.

Outra estratégia de resolução é utilizar o método da adição para resolver o sistema montado.

Multiplicando a equação **II** por $-18$, temos:

$$\begin{cases} 18a + 9v = 32{,}40 \\ -18a + 36v = -0{,}9 \end{cases}$$



## Sugestões de atividades

**1.** Se uma mãe tem o triplo da idade de sua filha e a soma de suas idades é 48, quantos anos cada uma tem? (12 e 36)

**2.** Uma loja vende vestidos e cintos. O preço de um vestido é R$ 60,00, e o preço do cinto é R$ 25,00. Joana comprou 5 itens e gastou um total de R$ 230,00. Quantos vestidos e quantos cintos Joana comprou? (3 vestidos e 2 cintos)

## Atividade resolvida

Antes de apresentar as resoluções propostas no livro, solicite que leiam a questão e destaquem as informações importantes. É esperado que eles apontem as seguintes informações: "dois tíquetes com colorações diferentes, azul e vermelha"; "cartelas com nove tíquetes da mesma cor e mesmo valor unitário"; "duas cartelas de tíquetes azuis e uma cartela de tíquetes vermelhos são vendidas por R$ 32,40"; "preço de um tíquete azul menos o preço de um tíquete vermelho é igual ao preço do tíquete vermelho mais cinco centavos". Em seguida, peça que destaquem a pergunta do problema. Por fim, solicite que traduzam o problema para a linguagem matemática; para isso, eles podem atribuir qualquer letra para representar o preço do tíquete azul e o preço do tíquete vermelho.

É importante que eles compreendam que uma cartela tem 9 tíquetes, e que, portanto, duas cartelas têm 18 tíquetes. Com essa informação e a informação do total gasto com as cartelas, eles podem escrever a primeira equação. A última frase do problema (antes da pergunta) permite que os estudantes escrevam a segunda equação do sistema.

Verifique se os estudantes compreenderam como escrever o sistema e, em seguida, peça que o resolvam da maneira que preferirem.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

**Análise da solução por meio da representação gráfica**

Este tópico tem como objetivo fazer com que os estudantes verifiquem graficamente se um sistema tem ou não solução. Se tiver oportunidade, leve-os à sala de informática para que, por meio de *softwares* de construção de gráficos, verifiquem se diferentes sistemas têm ou não soluções. Para esse trabalho, sugerimos alguns *softwares* livres, como o Winplot e o GeoGebra, os quais contribuem para o desenvolvimento do pensar matematicamente.

Adicionando as duas equações:

$$+\begin{cases} 18a + 9v = 32{,}40 \\ -18a + 36v = -0{,}9 \end{cases}$$

$$0 + 45v = 31{,}50$$

$$v = \frac{31{,}50}{45} = 0{,}7$$

Como um tíquete vermelho custa R$ 0,70, então uma cartela de tíquetes vermelhos custará:

$9 \cdot 0{,}70 = 6{,}30$

Logo, uma cartela de tíquetes vermelhos custa R$ 6,30.

Assim, a alternativa **b** é a resposta correta desta atividade.

## Análise da solução por meio da representação gráfica

As soluções de uma equação do 1º grau com duas incógnitas, sendo estas quaisquer números reais, podem ser representadas graficamente por uma reta. Um sistema com duas dessas equações é representado por duas retas, uma para cada equação. Acompanhe os exemplos, em que $x$ e $y$ são quaisquer números reais.

### Exemplo 1

Vamos analisar graficamente a solução do sistema: $\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$

Resolvendo esse sistema por qualquer um dos métodos algébricos estudados, obtemos o par ordenado (3, 1). Podemos verificar graficamente essa solução. Para isso, é necessário representar em um mesmo plano cartesiano as retas que correspondem às equações do sistema.

Lembrando que, para traçar uma reta, basta conhecer dois de seus pontos, atribuímos dois valores a uma das incógnitas e calculamos os valores correspondentes da outra, obtendo, assim, pares ordenados que são coordenadas de dois dos pontos de cada reta.

**Duas soluções de $x + y = 4$**

| $x$ | $y$ | $(x, y)$ |
|---|---|---|
| 0 | 4 | (0, 4) |
| 2 | 2 | (2, 2) |

**Duas soluções de $x - y = 2$**

| $x$ | $y$ | $(x, y)$ |
|---|---|---|
| 1 | −1 | (1, −1) |
| 4 | 2 | (4, 2) |



### Sugestão de leitura

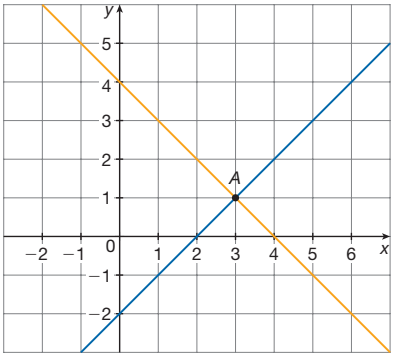
SONEMANN, Bianca Gomes. **Solução gráfica de sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas utilizando *software* GeoGebra ou o aplicativo para celular Mathlab Calculator**. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Matemática, Mídias Digitais e Didática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015. Disponível em: https://lume.ufrgs.br/handle/10183/134104. Acesso em: 27 abr. 2024.

Este artigo apresenta a aplicação de uma atividade sobre a solução gráfica de equações do 1º grau com duas incógnitas, realizada com estudantes da Educação de Jovens e Adultos da 4ª etapa, contribuindo para a prática do professor dessa modalidade de ensino.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

Observe que o ponto de coordenadas (3, 1) pertence às duas retas, ou seja, as coordenadas satisfazem as duas equações; logo, esse ponto é solução do sistema.




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

### Exemplo 2

Vamos verificar graficamente que o sistema a seguir não tem solução.

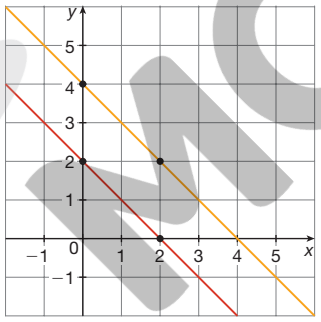
$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

Para a equação $x + y = 4$, sabemos que os pares ordenados (0, 4) e (2, 2) são soluções. Observe a seguir dois pares ordenados que são soluções da equação $x + y = 2$.

**Duas soluções de $x + y = 2$**

| $x$ | $y$ | $(x, y)$ |
|---|---|---|
| 0 | 2 | (0, 2) |
| 2 | 0 | (2, 0) |

Localizamos no plano cartesiano os pontos obtidos e traçamos as retas. Como são paralelas, as retas não se cruzam; por isso, não há ponto comum a elas, ou seja, não há ponto cujas coordenadas satisfaçam as duas equações ao mesmo tempo. Logo, o sistema **não tem solução**.




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



Na falta de equipamentos digitais (computadores, *tablets* ou *smartphones*), se possível, providencie papel quadriculado, régua e canetas coloridas para os estudantes. Eles podem construir os gráficos apresentados nos exemplos utilizando outras soluções para cada equação do sistema e observar que a solução do sistema sempre é a mesma, independentemente dos pares ordenados obtidos como soluções das equações. Esse processo é mais demorado do que quando são utilizadas as tecnologias digitais, mas também contribui para a compreensão da construção dos gráficos e o desenvolvimento de soluções criativas na falta de tecnologia.

Ao final da abordagem deste conteúdo, é possível fazer um esquema na lousa para resumir o que foi aprendido. Se julgar oportuno, peça aos estudantes que façam o seu próprio esquema, da maneira que preferirem. A seguir, mostramos um exemplo.

- Uma solução: representação gráfica são retas concorrentes.
- Não tem solução: representação gráfica são retas paralelas.
- Infinitas soluções: representação gráfica são retas coincidentes.

## Sugestão de leitura

BARBOSA, Camila L. R.; PEIXOTO, Gilmara T. Barcelos; BATISTA, Silvia Cristina F. *Tablets* na educação: percepções sobre o uso de uma calculadora gráfica. *In*: **9º Congresso Integrado da Tecnologia da Informação**. 2017. Disponível em: https://editoraessentia.iff.edu.br/index.php/citi/issue/view/219. Acesso em: 27 abr. 2024.

Este artigo apresenta a análise das percepções de licenciados em Matemática e de estudantes da Educação de Jovens e Adultos sobre o uso pedagógico do aplicativo Desmos Calculadora Gráfica, em *tablet*, para o estudo de equações do 1º grau com duas incógnitas.

### Exemplo 3

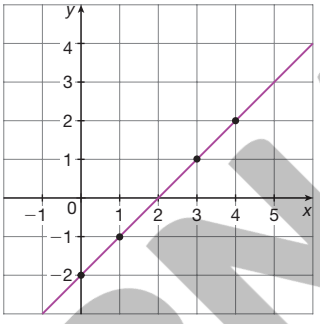
Vamos verificar graficamente que o sistema a seguir tem infinitas soluções.

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x - 2y = 4 \end{cases}$$

Para a equação $x - y = 2$, sabemos que os pares ordenados $(1, -1)$ e $(4, 2)$ são soluções. Agora, observe dois pares ordenados que são soluções da equação $2x - 2y = 4$.

**Duas soluções de $2x - 2y = 4$**

| $x$ | $y$ | $(x, y)$ |
|---|---|---|
| 0 | $-2$ | $(0, -2)$ |
| 3 | 1 | $(3, 1)$ |




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Localizamos no plano cartesiano os dois pontos de cada reta e, assim, observamos que os quatro pontos estão alinhados, indicando que as retas coincidem. Desse modo, as retas em questão possuem infinitos pontos em comum. Logo, o sistema **tem infinitas soluções**.

**6. b.** $\left(\frac{1}{3}, 3\right)$ **6. c.** $(7, -2)$

## Atividades

**6** Determine as soluções dos sistemas, em que $x$ e $y$ são quaisquer números reais.

**a.** $\begin{cases} x + 6y = 5 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$ **6. a.** $\left(3, \frac{1}{3}\right)$ **b.** $\begin{cases} 6x + y = 5 \\ -3x + 2y = 5 \end{cases}$ **c.** $\begin{cases} 3x + 5y = 11 \\ 4x - 5y = 38 \end{cases}$

**7** Em uma festa de aniversário, havia 48 pessoas, entre crianças e adultos. Quantos adultos e quantas crianças havia na festa, sabendo que havia 10 adultos a menos que crianças? **7.** 29 crianças e 19 adultos.

**8.** 35 questões.

**8** Uma pessoa fez uma prova com 50 questões. Para cada questão correta, adicionavam-se 5 pontos e, para cada questão incorreta, descontavam-se 3 pontos. Se a pessoa fez um total de 130 pontos, quantas questões ela acertou?

**9** Determine a medida da área de um retângulo sabendo que ele tem 32 cm de medida do perímetro e que a medida da altura é 4 cm menor que a medida do comprimento da base. **9.** 60 cm²



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

## Atividades

Amplie a **atividade 6** pedindo aos estudantes que resolvam os sistemas graficamente, se possível utilizando um *software* gráfico.

As atividades **7**, **8**, **9**, **11**, **12** e **13** têm por objetivo fazer com que os estudantes traduzam o problema para um sistema de equações do 1º grau e façam sua resolução utilizando um dos dois métodos apresentados. Incentive-os a resolver esses problemas pelos dois métodos, o que servirá para confirmarem os resultados e se assegurarem da eficácia dos dois métodos. Solicite também que resolvam utilizando outras estratégias, como por tentativa e erro, e, ao final, compartilhem com a turma a fim de validá-las.

A **atividade 7** pode ser resolvida construindo-se um quadro com as possibilidades, já que elas são finitas, pois a quantidade de crianças e de adultos só pode ser representada por dois números naturais cuja soma seja 48. Após construir o quadro, é necessário verificar quando a diferença entre o número de crianças e de adultos é 10. Além disso, é necessário perceber que há mais crianças do que adultos. Essa técnica pode ser utilizada em outras atividades, e é uma oportunidade de conversar com os estudantes sobre estratégias de resolução eficazes e eficientes. Para isso, compare-a com os métodos de resolução de sistema de equações. Os estudantes devem concluir que os métodos de resolução dependendo da situação são bem mais rápidos.

**10.** Respostas no **Manual do professor**.

**10** Em uma malha quadriculada, faça a representação gráfica das soluções dos seguintes sistemas, considerando $x$ e $y$ quaisquer números reais.

**a.** $\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ **b.** $\begin{cases} -5x + y = -7 \\ 4x - 5 = y \end{cases}$ **c.** $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ -2x - y = 4 \end{cases}$

**11** Um condutor possui um veículo com tecnologia *flex*, o que lhe permite abastecer seu automóvel com gasolina ou etanol. Ele utilizou a mesma quantidade de ambos os combustíveis esta semana e gastou R$ 170,00. Sabendo que o preço do etanol correspondeu a 70% do preço da gasolina, calcule a despesa que ele obteve usando cada um desses combustíveis.

**11.** Gasolina: R$ 100,00; etanol: R$ 70,00.

**12** Uma das medidas que ajudam a garantir a segurança tanto das pessoas que trabalham como daquelas que circulam em determinado estabelecimento comercial é sinalizar, por meio de placas, as saídas de emergência e os extintores de incêndio.



DAGER/SHUTTERSTOCK

Sinalização de saída de emergência e de extintor de incêndio.

Determinado estabelecimento deverá trocar as 29 placas de sinalização existentes no local. Serão 5 sinalizações a mais de extintores do que de saídas de emergência. Quantas placas de sinalização de extintores e de saídas de emergência há nesse estabelecimento? **12.** 17 extintores e 12 saídas de emergência.

**13** O filme *Tempos modernos*, protagonizado por Charles Chaplin, é um clássico da comédia e do cinema mudo. Nesse filme é retratada a situação à qual os trabalhadores estavam submetidos durante a Revolução Industrial.



EVERETT COLLECTION/AGB PHOTO LIBRARY

Cena do filme *Tempos modernos*, de 1936.

**a.** Você já assistiu a algum filme de Charles Chaplin? Converse com os colegas e o professor. **13. a.** Resposta pessoal.

**b.** Faça uma pesquisa a respeito de Charles Chaplin e do filme *Tempos modernos*. Depois, apresente à classe. **13. b.** Resposta pessoal.

**c.** Um cinema reprisou o filme *Tempos modernos*. Foram vendidos 125 ingressos e arrecadados R$ 2.140,00. Sabendo que o preço do ingresso é de R$ 20,00 e que os estudantes pagam meia-entrada, quantos estudantes assistiram ao filme?

**13. c.** 36 estudantes.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Reserve um momento da aula para conversar com os estudantes sobre os **itens a** e **b** da **atividade 13**. É importante que a pesquisa seja solicitada com antecedência; ela pode ser realizada em grupo e desenvolvida em parceria com o professor de História, pois o filme enfatiza as linhas de produção e as consequências dessa forma de trabalho. Se a escola dispuser de uma sala de vídeo, leve os estudantes para assistir ao filme e, em seguida, incentive-os a expor suas opiniões a respeito das condições às quais o personagem estava sendo submetido. Para responder ao **item c**, eles devem resolver o sistema formado pelas seguintes equações: $x + y = 125$ e $20x + 10y = 2.140$, em que $x$ representa o número de pessoas que assistiram ao filme que não eram estudantes, e $y$, o número de estudantes. Desse modo, chegarão à conclusão de que 36 estudantes assistiram ao filme.

## Equação do 2º grau com uma incógnita

O objetivo deste tópico é apresentar aos estudantes alguns problemas que podem ser resolvidos por meio de uma equação do 2º grau, levando-os à compreensão dos procedimentos envolvidos. Esse estudo contribui para o desenvolvimento do raciocínio matemático e auxilia no planejamento de ações para resolver problemas. Além disso, o contexto apresentado permite desenvolver um trabalho relacionado ao **ODS 5** (Igualdade de gênero) e ao **ODS 8** (Trabalho decente e crescimento econômico). Aproveite a experiência e a diversidade da turma para conversar sobre a importância das leis trabalhistas e das conquistas das mulheres.

Neste tópico, os estudantes têm contato com equações do 2º grau em uma situação envolvendo medida da área de uma região retangular.

# Equação do 2º grau com uma incógnita

**OBJETO DIGITAL**
Imagem: Origem do Dia do Trabalho

No dia 1º de maio, é comemorado, no Brasil e em vários países do mundo, o Dia do Trabalho. A data é uma homenagem a uma greve ocorrida na cidade de Chicago (EUA), em 1886. Esse dia foi marcado pela reunião de milhares de trabalhadores que reivindicavam a redução da jornada de trabalho de 13 para 8 horas diárias.

Ao longo da história do Brasil, é costume o governo anunciar nesse dia benefícios trabalhistas, como o aumento do salário mínimo. Em 1º de maio de 1943, por exemplo, o presidente Getúlio Vargas aprovou a Consolidação das Leis do Trabalho (CLT), que reúne uma série de direitos dos trabalhadores, como a regulamentação da jornada de trabalho para 8 horas, a proibição do trabalho para menores de 14 anos, a garantia da igualdade salarial entre homens e mulheres, entre outros direitos.

Conversem a respeito das questões e façam o que se pede.

**Atividades orais:**
Respostas pessoais.

**a.** Quais direitos trabalhistas vocês conhecem?

**b.** Vocês consideram os direitos trabalhistas importantes?

**c.** O que vocês sabem a respeito das diferenças salariais por gênero?

**d.** Façam um cartaz retangular com área medindo 1.800 cm² e com informações sobre direitos trabalhistas.

Se uma pessoa fizer um cartaz retangular cuja área mede 1.800 cm² e no qual a medida do comprimento da altura é o dobro da medida do comprimento da base, quais são essas medidas?

Como o cartaz tem o formato de um retângulo, devemos calcular o produto entre as medidas dos comprimentos da base e a da altura para determinar sua medida de área.

Assim, a medida da área do cartaz é dada por:

$$x \cdot 2x = 1.800$$
$$2x^2 = 1.800$$
$$2x^2 - 1.800 = 0$$

A equação $2x^2 - 1.800 = 0$ é um exemplo de equação do 2º grau com uma incógnita, que é a letra $x$.

**Equações do 2º grau** com incógnita $x$ são aquelas que podem ser escritas na forma $ax^2 + bx + c = 0$, em que $a$, $b$ e $c$ são números reais e $a \neq 0$.

Os números $a$, $b$ e $c$ são chamados de **coeficientes** da equação de 2º grau.

Exemplo:

$$x^2 + 4x + 3 = 0$$
$$1 \cdot x^2 + 4 \cdot x + 3 = 0$$

$c = 3$
$b = 4$
$a = 1$

Equações desse tipo são chamadas de equações do 2º grau porque o maior grau do termo com a incógnita, que nesse exemplo é $x$, é 2.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

### Imagem: A origem do Dia do Trabalho

A imagem retrata a Revolta de Haymarket, que ocorreu de 1º a 4 de maio de 1886 em Chicago. Pode-se conversar com os estudantes a fim de desenvolver o TCT Trabalho e dialogar sobre a importância de lutar pela permanência de direitos trabalhistas conquistados e pela ampliação desses direitos de acordo com as demandas da sociedade.

**14. a.** Espera-se que os estudantes respondam que não, pois esta é uma equação do 2º grau em que $b = 0$.

## Atividades

**14** Observe a afirmação.



Se equações do 2º grau são aquelas que podem ser escritas na forma $ax^2 + bx + c = 0$, em que $a$, $b$ e $c$ são números reais e $a \neq 0$, então $20x^2 - 80 = 0$ não é uma equação do 2º grau.

MAURO SOUZA/ARQUIVO DA EDITORA

**a.** Você concorda com esse estudante? Justifique sua resposta.

**b.** Quais são os valores dos coeficientes $a$, $b$ e $c$ nessa equação?

**14. b.** $a = 20$, $b = 0$ e $c = -80$

**15** Agora, leia as afirmações a seguir.

> Quando uma equação do 2º grau, na forma $ax^2 + bx + c = 0$, tem todos os coeficientes ($a$, $b$ e $c$) diferentes de zero, dizemos que a equação é **completa**.
>
> Caso contrário, quando $b$ ou $c$ ou ambos são iguais a zero, dizemos que a equação é **incompleta**.

**a.** Com base nessas afirmações, o que podemos concluir sobre a afirmação da atividade anterior? **15. a.** Que a equação $20x^2 - 80 = 0$ é incompleta, pois $b = 0$.

**b.** Uma equação do 2º grau está na forma reduzida quando está escrita assim: $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$. Escreva, na forma reduzida, esta equação do 2º grau: $20x^2 - 80 = 0$. **15. b.** $20x^2 + 0x - 80 = 0$

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

## Resolução de uma equação do 2º grau incompleta

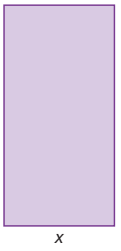
Muitos problemas podem ser resolvidos por meio de uma equação do 2º grau. Por exemplo, no problema relacionado à medida da área do cartaz da situação da página anterior, devemos determinar o valor de $x$ que satisfaça a equação $2x^2 - 1.800 = 0$ e podemos proceder assim:

$2x^2 - 1.800 + 1.800 = 0 + 1.800$ ← adicionamos 1.800 a ambos os membros da equação

$2x^2 = 1.800$

$\frac{2x^2}{2} = \frac{1.800}{2}$ ← dividimos por 2 ambos os membros da equação

$x^2 = 900$




LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA



### Resolução de uma equação do 2º grau incompleta

Ao resolverem as equações do tipo $ax^2 + c = 0$, os estudantes se deparam com situações como a apresentada a seguir.

Se $x^2 = 4$, então: $x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$

Assim, eles podem concluir erroneamente que $\sqrt{4} = \pm 2$. Retome com eles a ideia de que calcular a raiz quadrada de um número $x$ é encontrar um número positivo que, elevado ao quadrado, resulta em $x$. Explique que a notação $x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$ significa que $x = \sqrt{4} = 2$ ou $x = -\sqrt{4} = -2$.

### Atividades

Realize as atividades com a turma a fim de que os estudantes interajam entre si. Dessa maneira, é possível verificar o que compreenderam sobre a equação de 2º grau com uma incógnita e acompanhar o raciocínio deles ao responderem aos itens das atividades. Durante a resolução, promova um ambiente favorável à aprendizagem, visto que os trabalhos em grupos possibilitam que os estudantes troquem ideias entre si, contribuindo para esclarecer dúvidas e facilitar a compreensão dos conteúdos estudados.

MODERNA

No exemplo apresentado nesta página, os estudantes terão contato com equações do tipo $ax^2 + bx = 0$ e poderão usar conhecimentos de fatoração para resolvê-las. É importante que eles notem que equações desse tipo sempre terão uma raiz igual a zero.

Para resolver essa equação, temos de encontrar o número que, elevado ao quadrado, tenha como resultado 900.

Logo, $x = 30$, pois $(30)^2 = 900$ ou $x = -30$, pois $(-30)^2 = 900$.

No entanto, não podemos nos esquecer de que essa equação foi gerada de um problema e que, nesse problema, $x$ representa a medida do comprimento do lado de um retângulo; portanto, a solução não pode ser negativa.

Enfim, a equação $2x^2 - 1.800 = 0$ tem duas raízes, $x = 30$ e $x = -30$, mas o problema apresentado, por indicar uma medida, tem apenas uma solução: $x = 30$. Então, os comprimentos dos lados do cartaz medem 30 cm e 60 cm.

**Observação:**

Lembre que **raiz** de uma equação é um número que, ao substituir a incógnita, torna a sentença verdadeira.

### Exemplo

Vamos determinar a solução da equação $x^2 + 6x = 0$ no conjunto dos números reais.

Observe que, na equação $x^2 + 6x = 0$, há dois termos com a incógnita $x$: $x^2$ e $6x$. Esses dois termos podem ser escritos por meio de uma multiplicação:

$$x^2 = x \cdot x$$

$$6x = 6 \cdot x$$

Portanto, podemos escrever a equação $x^2 + 6x = 0$ da seguinte maneira:

$$x \cdot x + 6 \cdot x = 0$$

Note que $x$ é um fator comum a esses dois termos. Se colocarmos esse fator em evidência, podemos escrever:

$$x \cdot (x + 6) = 0$$

Como o produto dos fatores $x$ e $(x + 6)$ é zero, pelo menos um deles é zero, ou seja:

$$x = 0 \text{ ou } x + 6 = 0$$

Assim, $x = 0$ é uma raiz; agora, resolvendo a equação $x + 6 = 0$, temos:

$$x + 6 = 0$$

$$x = -6$$

Portanto, $x = -6$ também é uma raiz da equação.

Logo, as raízes da equação $x^2 + 6x = 0$ são 0 e $-6$.

Note que, nesse caso, como estamos calculando a solução de uma equação no conjunto dos números reais, as raízes 0 e $-6$, que são números reais, são as soluções da equação.

**Observação:**

Se desenvolvermos o produto $x \cdot (x + 6) = 0$, obteremos:

$$x \cdot x + x \cdot 6 = 0$$

$$x^2 + 6x = 0$$



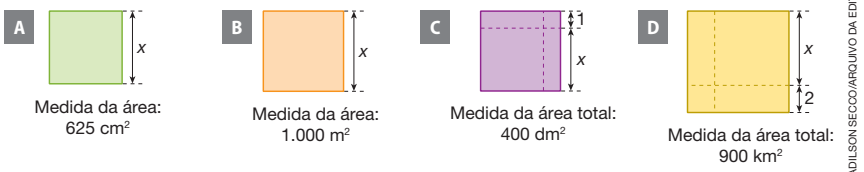
Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

**16. b.** A: $x = 25$ cm; B: $x = 10\sqrt{10}$ cm; C: $x = 19$ dm; D: $x = 28$ km

## Atividades

**16** Observe os quadrados a seguir, representados sem proporção.




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

**a.** Escreva a equação que relaciona a medida do comprimento do lado de cada quadrado à sua medida de área. **16. a.** A: $x^2 = 625$; B: $x^2 = 1.000$; C: $(x + 1)^2 = 400$; D: $(x + 2)^2 = 900$

**b.** Determine os valores de $x$ que são soluções de cada uma dessas equações.

**17** Determine as raízes reais das equações a seguir.

**a.** $x^2 - 25 = 0$ **17. a.** $-5$ e $5$

**b.** $x^2 - 2x = 0$ **17. b.** $0$ e $2$

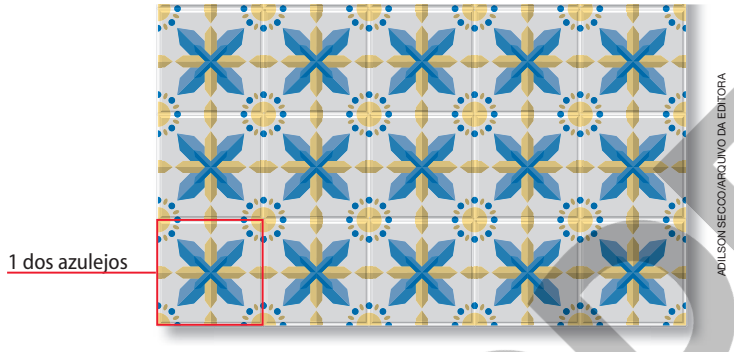
**c.** $2x^2 - 200 = 0$ **17. c.** $-10$ e $10$

**d.** $4x^2 - 16 = 0$ **17. d.** $-2$ e $2$

**e.** $x^2 + 25x = 0$ **17. e.** $0$ e $-25$

**f.** $x^2 + 100x = 0$ **17. f.** $0$ e $-100$

**18** Observe o painel de azulejos que um pedreiro montou para enfeitar uma parede.




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Sabendo que o painel é formado por azulejos de formato quadrado, que todos os azulejos têm as mesmas dimensões e que a medida da área de todo o painel é 9.375 cm², qual é a medida do comprimento do lado de cada azulejo? **18.** 25 cm

**19** Em cada caso, indique uma equação para determinar o valor de $x$.

**a.** O quadrado de $x$ é igual a 16. **19. a.** $x^2 = 16$

**b.** O dobro do quadrado de $x$ é igual a 8. **19. b.** $2x^2 = 8$

**c.** A soma do quadrado de $x$ com 9 é igual a zero. **19. c.** $x^2 + 9 = 0$

**d.** O quadrado de $x$ é igual ao triplo de $x$. **19. d.** $x^2 = 3x$

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



A **atividade 19** pode ser utilizada para avaliar se os estudantes ainda têm alguma dificuldade em traduzir sentenças da linguagem materna para a linguagem algébrica. Nesse caso, é importante planejar ações de retomada do conteúdo para que as dúvidas sejam sanadas.

### Atividades

Nas **atividades 16** e **18**, os estudantes precisam ficar atentos ao fato de que as incógnitas representam medidas. Incentive-os a verificar se todas as raízes da equação podem ser respostas para o problema, ou seja, uma eventual raiz negativa deve ser descartada, uma vez que uma medida de comprimento é sempre um número positivo. Esse incentivo contribui para que eles avaliem os resultados obtidos na solução de um problema, sendo capazes de considerar sua razoabilidade.

Aproveite a **atividade 17** para verificar se os estudantes perceberam que equações do tipo $ax^2 + c = 0$, com $c < 0$, têm sempre duas raízes opostas e que equações do tipo $ax^2 + bx = 0$ têm uma das raízes igual a zero. Esse conhecimento auxilia na análise dos resultados obtidos.

Na **atividade 18**, os estudantes precisam compreender que, primeiro, é necessário calcular a medida da área de um azulejo. Para isso, podem dividir 9.375 cm² por 15. E depois, por meio de uma equação do tipo $ax^2 + c = 0$, obtém-se a medida do comprimento do lado de um azulejo.

MODERNA

## Produtos notáveis

O objetivo deste tópico é oferecer subsídios aos estudantes para que compreendam o algoritmo que resolve uma equação do 2º grau completa, ou seja, com base nos produtos notáveis, eles poderão compreender os métodos de resolução desse tipo de equação. Além disso, vão aplicar os produtos notáveis na resolução de problemas. Esse estudo se justifica à medida que a turma estabelece relações entre conceitos e estratégias de diferentes campos matemáticos (Álgebra e Geometria), identificando diferentes maneiras ou abordagens para a resolução de situações-problema.

Para a compreensão do conteúdo apresentado neste tópico, é importante que os estudantes saibam como utilizar as propriedades comutativa e distributiva da multiplicação.

### Quadrado da soma de dois termos

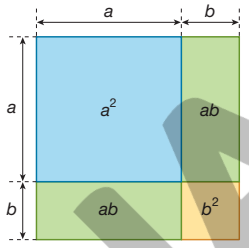
Reproduza o quadrado de lado com comprimento de medida $(a + b)$ na lousa e relembre que a medida da área de um quadrado ou de um retângulo é dada pelo produto da medida de comprimento de dois lados não paralelos (base e altura). Faça a relação entre a escrita algébrica e a representação geométrica.

# Produtos notáveis

Antes de continuarmos os estudos com equações do 2º grau, vamos conhecer alguns produtos que aparecem com frequência nos cálculos algébricos: os chamados **produtos notáveis**.

## Quadrado da soma de dois termos

O quadrado da soma de dois termos, que pode ser indicado algebricamente por $(a + b)^2$, é um produto notável. Faremos a seguir sua representação geométrica, admitindo os números $a$ e $b$ positivos. Vamos construir um quadrado de lado com comprimento de medida $(a + b)$.




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Note que a medida da área do quadrado maior de lado com a medida do comprimento $(a + b)$ é $(a + b)^2$ e também é $a^2 + 2ab + b^2$.

Portanto: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Desenvolvendo algebricamente $(a + b)^2$, temos:

$$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

O **quadrado da soma de dois termos** é igual ao quadrado do primeiro termo mais duas vezes o produto do primeiro pelo segundo mais o quadrado do segundo. Algebricamente, temos:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

## Quadrado da diferença de dois termos

Vamos desenvolver algebricamente o quadrado da diferença de dois termos $a$ e $b$.

$$(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

O **quadrado da diferença de dois termos** é igual ao quadrado do primeiro termo menos duas vezes o produto do primeiro pelo segundo mais o quadrado do segundo. Algebricamente, temos:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Observe os exemplos.

- $(2x + 3)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9$
- $(4x - 1)^2 = (4x)^2 - 2 \cdot 4x \cdot 1 + 1^2 = 16x^2 - 8x + 1$



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

## Produto da soma pela diferença de dois termos

Vamos desenvolver algebricamente o produto da soma pela diferença de dois termos $a$ e $b$: $(a + b) \cdot (a - b)$

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

O **produto da soma pela diferença de dois termos** é igual ao quadrado do primeiro termo menos o quadrado do segundo. Algebricamente, temos:

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

Observe os exemplos.

- $(4x + 2) \cdot (4x - 2) = (4x)^2 - 2^2 = 16x^2 - 4$
- $(5 + 3x) \cdot (5 - 3x) = 5^2 - (3x)^2 = 25 - 9x^2$

### Atividade resolvida

**(Cotec/Fadenor, 2016, MG)** Se $x \in \mathbb{R}$, é correto afirmar que $x^2 + x + 1$ é equivalente a

**a.** $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$

**b.** $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4}$

**c.** $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$

**d.** $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$

#### Resolução

Podemos desenvolver o produto notável em cada uma das alternativas, realizar as operações e verificar qual delas resulta na sentença $x^2 + x + 1$.

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} = x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = x^2 + x + \frac{2}{4} = x^2 + x + \frac{1}{2}$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4} = x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = x^2 + x - \frac{2}{4} = x^2 + x - \frac{1}{2}$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} = x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = x^2 + x$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} = x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = x^2 + x + \frac{4}{4} = x^2 + x + 1$$

Assim, a alternativa **d** é a correta.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



### Produto da soma pela diferença de dois termos

É importante que os estudantes compreendam que podem simplificar os cálculos ao aplicarem o que sabem sobre os tipos de produtos notáveis. Eles devem perceber e entender como chegar a cada um dos produtos notáveis.

### Atividade resolvida

Esta atividade apresenta uma questão de uma prova de concurso público, o que pode ser muito atraente para estudantes da Educação de Jovens e Adultos, uma vez que faz parte da realidade de muitos deles buscar oportunidades de ingressar em uma nova área de trabalho por intermédio de concurso público. Em um primeiro momento, apresente a questão e deixe que pensem em estratégias para resolvê-la. Se julgar oportuno, organize-os em duplas ou trios para que combinem como resolver a questão. Em seguida, socialize as descobertas e verifique se algum grupo apresentou a estratégia proposta no livro. Se não for apresentada, explique essa estratégia.

### Sugestão de leitura

DARIO, Érica M. R. V. **Produtos notáveis no 8º ano do Ensino Fundamental II**: contribuições da utilização de diferentes recursos didáticos. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2017. Disponível em: https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/20579. Acesso em: 27 abr. 2024.

Nesta dissertação, a autora trabalha diferentes recursos didáticos, como materiais manipulativos e *softwares*, e apresenta atividades que favorecem a aprendizagem de produtos notáveis.

## Atividades

As **atividades 20** e **22** têm o objetivo de relacionar o pensamento algébrico às estratégias de cálculo mental. Se considerar adequado, proponha outros itens para que os estudantes possam exercitar tais estratégias.

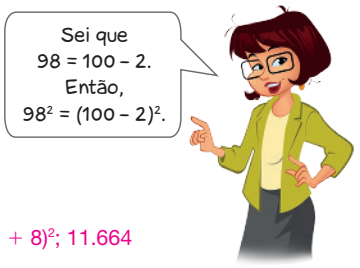
Na **atividade 21**, os estudantes podem se valer da definição de potenciação e da propriedade distributiva da multiplicação para desenvolver as expressões algébricas em vez de aplicar a regra de produtos notáveis. Utilizar tal caminho pode demonstrar que eles compreendem as ideias matemáticas e conseguem planejar ações para resolver problemas.

A **atividade 24** pode trazer alguma dificuldade para os estudantes, pois é pedido que, a partir da forma desenvolvida, obtenha-se a forma fatorada. Assim, essa é uma situação que exige que eles façam comparações e formulem hipóteses de como realizar esse procedimento. Promova uma roda de conversa para que compartilhem suas ideias e validem suas resoluções. O intuito é que verifiquem que a expressão $x^2 + 4x + 4$ equivale ao quadrado da soma de dois termos: $x$ e 2. No **item b**, é possível que os estudantes indiquem que a raiz é única. Explique que, mais adiante em seus estudos, eles verão que se trata de duas raízes iguais.

**21. a.** $x^2 + 10x + 25$ **21. b.** $4 + 32x + 64x^2$ **21. c.** $4x - 28x + 49$ **21. d.** $81 - 72x + 16x^2$

### Atividades

**20** Observe como Márcia pensou para determinar o valor de $98^2$.




ENAGIO COELHO/ARQUIVO DA EDITORA

**a.** Determine o valor de $98^2$, desenvolvendo $(100 - 2)^2$. **20. a.** 9.604

**b.** Como podemos escrever $108^2$ de modo a facilitar os cálculos? Determine o valor de $108^2$. **20. b.** Resposta possível: $(100 + 8)^2$; 11.664

**21** Desenvolva algebricamente cada expressão a seguir.

**a.** $(x + 5)^2$ **b.** $(2 + 8x)^2$ **c.** $(2x - 7)^2$ **d.** $(9 - 4x)^2$

**22** Uma professora pediu a um estudante que determinasse o valor de $20^2 - 15^2$.

**a.** Como o estudante pode fazer esse cálculo sem calcular as potências? Explique.

**b.** Calcule o valor de $500^2 - 250^2$ **22. b.** 187.500

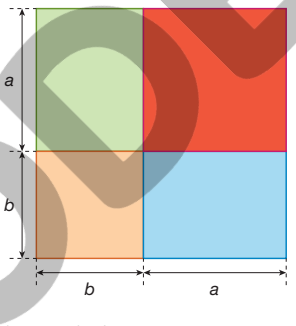
**23** Determine as raízes de $x^2 - 25 = 0$. Explique ao professor e aos colegas como você pensou para responder a essa questão. **23.** 5 e −5; Resposta pessoal.

**24** Um estudante aprendeu que a equação $x^2 + 4x + 4 = 0$ pode ser escrita na forma $(ax + b)^2 = 0$.

**a.** Escreva essa equação na forma $(ax + b)^2 = 0$. **24. a.** $(x + 2)^2 = 0$

**b.** Quais as raízes dessa equação? **24. b.** Duas raízes iguais a −2.

**25** A medida da área do quadrado vermelho é igual a 169 cm², e a medida da área do quadrado laranja é 100 cm².




ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

**22. a.** Ele pode escrevê-las da seguinte forma: $(20 + 15) \cdot (20 - 15)$

**a.** Quais são os valores de $a$ e de $b$? **25. a.** $a = 13$ cm e $b = 10$ cm.

**b.** Qual é a medida da área do retângulo azul? **25. b.** 130 cm²

**c.** Escreva uma expressão que indique a medida da área total do quadrado formado pelas 4 figuras e, depois, determine a medida da área desse quadrado. **25. c.** $(a + b)^2$ ou $a^2 + 2ab + b^2$; medida de área = 529 cm²

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

# Resolução de uma equação do 2º grau completa

A Índia teve muitos matemáticos, mas um dos mais lembrados é Bhaskara (que viveu de 1114 até cerca de 1185). Em sua obra mais conhecida, *Lilavati*, Bhaskara apresenta problemas que são resolvidos por equações do 2º grau.

Naquele tempo, os indianos utilizavam um processo de resolução de equações do 2º grau, com base em regras, que se aproxima dos procedimentos atuais.

Talvez seja por esse motivo que a fórmula de resolução de uma equação do 2º grau ficou conhecida, aqui no Brasil, como "fórmula de Bhaskara". No entanto, sabe-se que essa fórmula de resolução de uma equação do 2º grau, apresentada em *Lilavati*, foi encontrada por Bhaskara em documentos que datam do século XI, um século antes da publicação de *Lilavati*.

OBJETO DIGITAL Vídeo: Equações do 2º grau

## Fórmula de resolução de uma equação do 2º grau

Considere a equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$, de coeficientes reais $a$, $b$ e $c$, com $a \neq 0$ e $x$ qualquer número real. Acompanhe a resolução.

Primeiro, vamos subtrair $c$ de ambos os membros da equação.

$$ax^2 + bx + c - c = 0 - c$$

$$ax^2 + bx = -c$$

A seguir, multiplicamos os dois membros por $4a$.

$$(ax^2 + bx) \cdot 4a = -c \cdot 4a$$

$$4a^2x^2 + 4abx = -4ac$$

Em seguida, adicionamos $b^2$ a ambos os membros.

$$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = -4ac + b^2$$

$$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = b^2 - 4ac$$

Agora, consideramos somente o primeiro membro dessa equação:

$$4a^2x^2 + 4abx + b^2$$

Esse membro pode ser escrito de outra maneira. Se desenvolvermos $(2ax + b)^2$, verificaremos que a seguinte igualdade é verdadeira:

$$(2ax + b)^2 = 4a^2x^2 + 4abx + b^2$$

Observe:

$$(2ax + b)^2 = (2ax + b) \cdot (2ax + b)$$

$$(2ax + b)^2 = 2ax \cdot 2ax + 2ax \cdot b + b \cdot 2ax + b \cdot b$$

$$(2ax + b)^2 = 4a^2x^2 + 2abx + 2abx + b^2 = 4a^2x^2 + 4abx + b^2$$



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

## Sugestão de leitura

FERREIRA, Ana R. C.; CORREIA, Warley M. Concepções de estudantes da EJA sobre Matemática e sobre o aprender Matemática na escola. **Revista Cocar**, Belém, v. 15, n. 33, 2021. Disponível em: https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar/article/view/4762/2221. Acesso em: 27 abr. 2024.

Neste artigo, os autores apresentam reflexões e análise de produções de estudantes da EJA que contribuem para a orientação dos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática. É uma leitura interessante que mostra as peculiaridades inerentes a estudantes dessa modalidade de ensino.

## Resolução de uma equação do 2º grau completa

O objetivo deste tópico é apresentar a fórmula resolutiva para determinar as raízes de qualquer equação do 2º grau, sobretudo as completas. Para isso, é necessário que os estudantes tenham compreendido os produtos notáveis apresentados anteriormente. A importância desse estudo reside no fato de que os estudantes ganharão repertório de resolução de problemas que podem ser modelados por uma equação do 2º grau.

### Vídeo: Equações do 2º grau

O vídeo introduz uma situação-problema e apresenta sua resolução utilizando uma equação do 2º grau. Peça aos estudantes que assistam ao vídeo. Ao final, verifique se há alguma dúvida. Se julgar necessário, refaça a resolução da situação-problema na lousa.

### Fórmula de resolução de uma equação do 2º grau

Os conhecimentos algébricos são fundamentais para a compreensão de como se obtém fórmula resolutiva. Nesse caso, explique aos estudantes cada um dos passos dessa construção e procure sanar as dúvidas conforme elas forem surgindo. Certifique-se de que eles compreenderam cada uma das etapas da demonstração e retome a explicação, se necessário.

### *Podcast*: A fórmula é de Bhaskara?

O *podcast* trata da história da evolução da resolução de equações do 2º grau (ou quadráticas, como são referidas no *podcast*), dando ênfase para a contribuição de Bhaskara nesse processo e do método resolutivo que leva seu nome no Brasil. Converse com os estudantes, conduzindo-os a uma reflexão sobre a importância dos estudos de história da Matemática. É importante que eles percebam os contextos e as razões do desenvolvimento da Matemática.

Desse modo, voltando à equação $4a^2x^2 + 4abx + b^2 = b^2 - 4ac$, podemos escrever:

$$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = b^2 - 4ac$$

$$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$$

Extraindo a raiz quadrada de ambos os membros da equação $(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$, obtemos:

$$2ax + b = \pm\sqrt{b^2 - 4ac}$$

Isolando $x$, temos:

$$2ax + b = \pm\sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$2ax = -b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

A expressão $b^2 - 4ac$ é chamada **discriminante** da equação e é representada pela letra grega $\Delta$ (delta).

Assim, obtemos a seguinte fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Essa é a fórmula resolutiva de equações do 2º grau que permite calcular o valor de $x$ real com base nos coeficientes $a$, $b$ e $c$ da equação.

As raízes da equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$ são

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ e } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}, \text{ com } \Delta = b^2 - 4ac.$$

**OBJETO DIGITAL** *Podcast*: A fórmula é de Bhaskara?

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

## Atividades

**26** O proprietário de uma casa em construção deseja comprar duas janelas idênticas, de formato retangular, com 2,4 m² de medida da área.

A medida do comprimento dessas janelas deve ser 80 cm maior que a medida da altura.

Para atender a essas exigências, que medidas devem ter os comprimentos dos lados das janelas que o proprietário deverá comprar?

**26.** Medida do comprimento: 2 m; medida da altura: 1,2 m.



## Atividades

As **atividades** de **26** a **31** apresentam situações-problema que precisam ser traduzidas em equações do 2º grau para serem solucionadas. Nesse tipo de resolução, os estudantes poderão se deparar com duas soluções diferentes, duas soluções iguais ou com a impossibilidade de determinar um número real que satisfaça as condições do problema. Como eles já viram problemas com mais de uma solução, provavelmente não terão dificuldade para compreender as duas respostas.

Reforce com eles que, ao resolver um problema que recai em uma equação do 2º grau, é preciso, depois de encontrar as raízes da equação, verificar se elas satisfazem as condições do problema.

**27** Observe como um estudante determinou as raízes reais da equação $x^2 - 4x + 4 = 0$.

**27. a.** Espera-se que o estudante responda que ele fez isso porque, dessa forma, é possível encontrar as raízes da equação sem usar a fórmula resolutiva.

$x^2 - 4x + 4 = 0$

$x^2 - 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2 = 0$

$(x - 2)^2 = 0$

$(x - 2) \cdot (x - 2) = 0$

Então:

$(x - 2) = 0$

$x = 2$

Logo, a equação tem duas raízes iguais a 2.

**27. b.** Espera-se que o estudante responda que isso aconteceu porque, ao "arrumar" a equação, apareceram dois fatores iguais a $(x - 2)$ na multiplicação.

**27. d.** Utilizando a fórmula, os resultados têm de ser iguais.

Observando como esse estudante resolveu a equação, responda às questões.

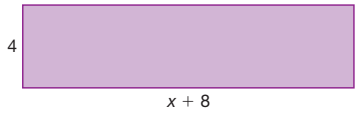
**a.** Ele reescreveu a equação de tal maneira que chegou à expressão $(x - 2)^2$. Como e por que você acha que ele usou esse artifício?

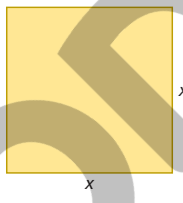
**b.** Ele encontrou duas raízes iguais. Por que isso aconteceu?

**c.** Para verificar se 2 é realmente raiz da equação $x^2 - 4x + 4 = 0$, o que ele deverá fazer? **27. c.** Substituir $x$ por 2 na equação e verificar se a igualdade se mantém.

**d.** Utilize a fórmula resolutiva de equações do 2º grau para resolver essa equação. Depois, compare os seus resultados com os obtidos por esse estudante.

**28** Qual é a medida do comprimento do lado do quadrado, sabendo que ele tem a mesma medida da área do retângulo? **28.** 8

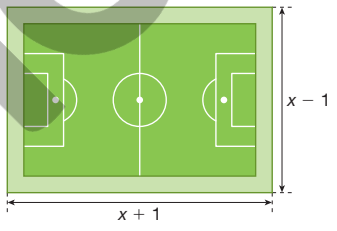



**29** Observe o campo de futebol com medida da área de 224 m².

Quais são as dimensões do campo?

**29.** 14 m e 16 m




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



As **atividades 29**, **30** e **31** são oportunidades para que os estudantes interpretem, com base no pensamento matemático, situações do cotidiano e raciocinem sobre como os conceitos matemáticos operam nas situações concretas, modelando os problemas por meio de equações do 2º grau.

MODERNA

A **atividade 31** exemplifica a necessidade de avaliar os resultados obtidos. Nela, os estudantes precisam determinar a medida $x$, do comprimento do lado da sala, para posteriormente calcular a medida da área ocupada pelas seis salas. Para tanto, eles precisam resolver a seguinte equação:

$(2x + 2) \cdot (4 + 3x) = 228$

Que é equivalente a:

$6x^2 + 14x - 220 = 0$

Resolvendo essa equação, eles encontrarão duas raízes reais diferentes:

$x = -\frac{22}{3}$ e $x = 5$

Porém, por se tratar de uma medida, desconsideramos a raiz negativa.

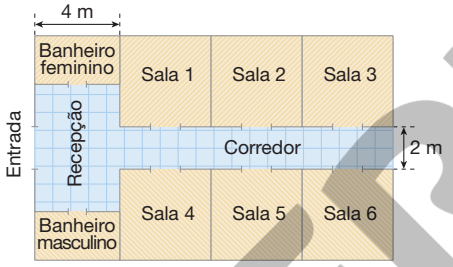
**30.** Medida do comprimento: 60 cm; medida da largura: 20 cm.

**30** Fernanda montou um quebra-cabeça com formato retangular e cuja área mede 1.200 cm². Para fazer um quadro com ele, Fernanda comprou uma placa de madeira compensada para colar as peças do quebra-cabeça. As dimensões da placa de madeira são tais que a medida do seu comprimento tem 40 cm a mais que a medida da largura. A placa tem a mesma medida da área do quebra-cabeça. Quais são as dimensões desse quebra-cabeça montado?



LILGRAPHER/SHUTTERSTOCK

**31** Na planta de uma empresa, esquematizada a seguir, o retângulo maior representa o andar de um prédio, e os quadrados representam as salas ocupadas pelos departamentos dessa empresa.




Escala 1:260

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Sabendo que o andar tem 228 m² de medida da área e que as salas têm lados de mesma medida de comprimento, qual é a medida da área ocupada pelas seis salas?

Acompanhe como uma pessoa representou esse problema:

Medida da largura: $x + 2 + x = 2x + 2$

Medida do comprimento: $4 + x + x + x = 4 + 3x$

Medida da área: $(2x + 2) \cdot (4 + 3x) = 228$

Observando as anotações, responda.

**a.** O que foi representado pela incógnita $x$?

**b.** Qual equação a pessoa encontrará na resolução do problema?

**c.** Quais são as raízes dessa equação?

**d.** Para responder à questão do problema, pode-se usar qualquer uma das raízes? Justifique sua resposta.

**e.** Qual é a resposta para o problema apresentado?

**31. a.** A medida do comprimento do lado de cada quadrado que representa uma sala.

**31. b.** $6x^2 + 14x - 220 = 0$

**31. c.** 5 e $-\frac{22}{3}$

**31. d.** Não, pois $x$ é uma medida de comprimento e, por isso, deve ser positiva.

**31. e.** A medida da área ocupada pelas seis salas é 150 m².

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA



192

# Analisando as raízes de uma equação do 2º grau

Já foi apresentado que um número real é raiz da equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, quando, ao substituir a incógnita $x$ por esse número, obtemos uma sentença verdadeira.

Também foi apresentado que a fórmula resolutiva de equações do 2º grau permite calcular as raízes da equação com base nos coeficientes $a$, $b$ e $c$.

Analisando essa fórmula, podemos verificar se uma equação tem ou não raízes reais e obter uma relação entre os coeficientes e as raízes de uma equação do 2º grau, o que pode auxiliar na resolução de alguns problemas.

Considere a fórmula resolutiva de equações do 2º grau:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Analisando o discriminante ($\Delta$), podem ocorrer três situações, como descritas a seguir.

- Se o discriminante for maior que zero, a equação terá duas raízes reais diferentes:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \begin{cases} x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$$

- Se o discriminante for igual a zero, a equação terá duas raízes reais iguais:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{0}}{2a} = \frac{-b \pm 0}{2a} = \frac{-b}{2a}$$

Nesse caso, temos:

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

- Se o discriminante for menor que zero, a equação não terá raízes reais.

Nesse caso, $\sqrt{\Delta}$ não é um número real, pois não há um número real que elevado ao quadrado resulte em número negativo.

## Atividade

**32** No caso das equações incompletas, escreva uma conclusão sobre as raízes das equações do tipo: **32.** Resposta no **Manual do professor**.

- $ax^2 + bx = 0$, com $a \neq 0$ e $b$ real.
- $ax^2 = 0$, com $a \neq 0$.
- $ax^2 + c = 0$, com $a \neq 0$ e $c$ real.

Para ajudar na conclusão, resolva algumas equações incompletas com as características das apresentadas. Depois, converse com o professor e os colegas.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

## Analisando as raízes de uma equação do 2º grau

O objetivo deste tópico é avançar no estudo das equações do 2º grau e analisá-las considerando aspectos relacionados ao valor do discriminante que determina o número de raízes da equação. Esse estudo oferece mais ferramentas para os estudantes criarem estratégias de resolução de problemas.

Se julgar adequado, amplie a proposta deste tópico, mostrando aos estudantes que é possível escrever uma equação do 2º grau conhecendo apenas suas raízes ou determinar as raízes sabendo a soma e o produto entre elas. Considerando $S$ a soma das raízes e $P$ o produto, obtemos:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

Então, por exemplo, na equação $x^2 - 7x + 12 = 0$, a soma das raízes é $+7$ e o produto é 12; assim, os únicos números que satisfazem essas condições são 3 e 4. Logo, as raízes da equação são 3 e 4.

### Atividade

Na **atividade 32**, espera-se que os estudantes respondam que as equações do tipo $ax^2 + bx = 0$, com $a \neq 0$ e $b$ real, apresentam sempre duas raízes diferentes, sendo uma delas igual a zero; as equações do tipo $ax^2 = 0$, com $a \neq 0$, apresentam sempre duas raízes reais e iguais a zero; as equações do tipo $ax^2 + c = 0$, com $a \neq 0$ e $c$ real, apresentam duas raízes reais diferentes e opostas ou não têm raízes reais.

MODERNA

## Tratamento da informação

O objetivo desta seção é colocar os estudantes em situação de planejamento, coleta e apresentação dos dados de uma pesquisa envolvendo um tema da realidade social, no caso, o tipo de trabalho exercido. Esse estudo se justifica no sentido de que, na sociedade atual, é cada vez mais importante saber ler, analisar e interpretar dados.

Inicie o desenvolvimento desta seção conversando com os estudantes sobre a Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua e comente os pontos comuns e as diferenças entre esse tipo de pesquisa e o Censo. É importante destacar a finalidade de cada tipo de pesquisa e como os dados são coletados e apresentados. Se possível, leve a turma para a sala de informática para que possam visitar o *site* do IBGE e analisar como os dados coletados são transformados em informações. Aproveite o momento e pergunte-lhes se já responderam a alguma pesquisa e peça que compartilhem suas experiências.



# Coleta de dados

Anualmente, o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) realiza a Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua (PNAD Contínua), com o objetivo de visitar determinado número de residências e municípios para coletar características demográficas e socioeconômicas da população brasileira. Entre os temas investigados, temos educação, emprego, arranjos familiares e características do domicílio. A ênfase temática pode variar de ano para ano. Os resultados podem ajudar na formulação de políticas públicas e na destinação de recursos públicos, além de mostrar tendências culturais e sociais.

Acompanhe alguns dos passos para a realização de uma pesquisa.

## Planejando uma pesquisa

### Tema

Antes de iniciar uma pesquisa, é necessário definir o tema que será pesquisado.

Observe alguns exemplos:

- qualidade dos meios de transporte utilizados pelos colegas da turma;
- satisfação sobre a nova merenda oferecida na escola;
- quantidade de estudantes em uma escola.

Quando escolhemos o tema, elegemos uma característica ou atributo que será estudado, que chamamos de variável. Essa variável pode ser qualitativa – aquela que exprime qualidade ou atributo – ou quantitativa – aquela cujo resultado é expresso por uma medida.

Quando pesquisamos a qualidade dos meios de transporte, por meio de critérios como "bom", "regular" ou "ruim", a variável é qualitativa ou quantitativa? E no caso da quantidade de mulheres em um município?

**Atividade oral:** qualitativa; quantitativa.

### População

Após a escolha do tema, é preciso definir a população que será estudada. Por exemplo:

- moradores de um bairro;
- pessoas idosas de um município;
- estudantes de uma escola.

Na maioria dos casos, não é possível obter dados de uma população inteira. Por isso, os pesquisadores levantam dados de uma **amostra dessa população**, ou seja, de uma parte representativa dela.



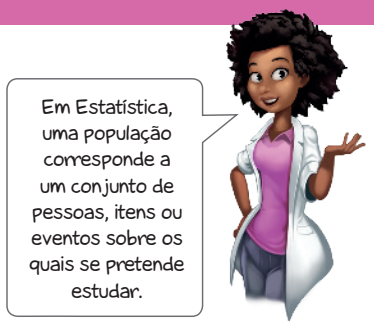
Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

Ao abordar o planejamento da pesquisa, verifique se os estudantes compreendem a diferença entre tema e variáveis, e ainda entre variáveis quantitativas e variáveis qualitativas. É importante também diferenciar população e amostra, além de indicar os casos em que uma pesquisa censitária é necessária.

Para obter resultados confiáveis, é necessário que a amostra seja:

- representativa, isto é, tenha as características essenciais da população;
- imparcial, ou seja, que cada elemento da população tenha a mesma chance de ser escolhido para compor a amostra.




ENAGIO COELHO/ARQUIVO DA EDITORA

**Coleta dos dados**

Após a definição do tema e da amostra da população que será pesquisada, inicia-se a coleta dos dados. Essa coleta pode ser realizada por meio de questionários, entrevistas ou observações, e a fonte pode ser primária ou secundária.

Supondo que se pretende investigar a quantidade de estudantes de uma escola, pode-se entrevistar diretamente todos os estudantes ou recorrer às matrículas da escola. Assim, o estudante é a fonte primária, e a matrícula é uma fonte secundária.

Para elaborar um questionário, é importante entender a finalidade da pesquisa. Por exemplo, se o interesse é saber como é a distribuição de renda em determinado grupo, pode ser necessário elaborar perguntas a respeito da idade dos entrevistados, do gênero, do tempo de trabalho, da profissão, se mudou de profissão recentemente. Isso é necessário porque as perguntas devem ser elaboradas de modo que as respostas possibilitem a análise dos dados. No exemplo dado, mais interessante do que saber apenas qual é a renda dos entrevistados, os tópicos elencados podem ajudar a entender como é a distribuição da renda em subcategorias (por gênero ou idade, por exemplo).

Visando evitar expor os dados ou informações dos entrevistados, eles podem responder a questionários preenchidos em meios apropriados (como formulários eletrônicos ou impressos).

## Atividades

**1** Em grupos, façam uma pesquisa com os colegas de classe que trabalham para saber se é de maneira formal (com carteira assinada) ou informal. A finalidade da pesquisa é entender as seguintes questões:

- A maioria dos colegas exerce trabalho formal ou informal?
- Quem trabalha mais na informalidade: os homens ou as mulheres?
- Quem trabalha mais na informalidade: os colegas mais jovens ou os mais velhos?

Para responder a essas perguntas, o grupo deverá entrevistar todos os colegas ou somente uma parte deles? Justifique sua resposta. **1.** Resposta pessoal.

**2** Elabore um questionário para coletar as informações necessárias. Que perguntas deverão constar nesse questionário? **2.** Resposta pessoal.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Converse também sobre as maneiras de coletar dados e como eles podem ser organizados. Aproveite para perguntar sobre a familiaridade dos estudantes com a construção de gráficos e tabelas estatísticas utilizando planilhas eletrônicas.

Organize-os em grupos para que respondam às **atividades 1** e **2**. É importante observar que os resultados das pesquisas serão os mesmos para todos os grupos, porém a maneira como eles decidirão apresentar os dados coletados será diferente. Incentive os grupos a construírem gráficos e, se possível, utilizar alguma tecnologia digital para essas apresentações. A construção de gráficos contribui tanto para o desenvolvimento da capacidade de interpretação do mundo, da compreensão de representações matemáticas (nesse caso, os gráficos e infográficos) e transmissão de ideias apoiadas em conceitos matemáticas, como para o desenvolvimento da capacidade de argumentação.

MODERNA

## Atividades finais do Capítulo 6

Aproveite as **atividades 1**, **2**, **3**, **5** e **6** para identificar as principais dificuldades dos estudantes com relação ao conteúdo trabalhado neste capítulo e elaborar um plano de ação para suprir suas necessidades.

Na **atividade 4**, aproveite a temática e converse com os estudantes sobre a importância da Comissão Interna de Prevenção de Acidentes (Cipa) e de medidas de prevenção de acidentes, como o uso de Equipamentos de Proteção Individual (EPIs). Para que eles calculem a quantidade de votos que cada candidato recebeu, devem resolver um sistema de equações de 1º grau, cujas equações são: $x + y = 1.147$ e $x = 145 + y$, em que $x$ é a quantidade de votos do candidato que venceu as eleições e $y$ é a quantidade de votos do candidato que perdeu. Resolvendo essas equações, eles concluirão que o candidato vencedor recebeu 646 votos e o outro candidato, 501 votos.

Na **atividade 5**, os estudantes podem utilizar qualquer método de resolução de equação do 2º grau. Incentive-os a resolver as equações usando pelo menos dois métodos diferentes.

**1. a.** Resposta possível: (1, 1) **1. b.** Resposta possível: (1, 0) **1. c.** Resposta possível: (1, 0)

## ATIVIDADES FINAIS DO CAPÍTULO 6

**1** Determine um par ordenado que seja solução de cada uma destas equações.

**a.** $x + 2y = 3$ **b.** $\frac{x}{2} - y = \frac{1}{2}$ **c.** $3x - 3 = 5y$ **d.** $-x - y = -1$

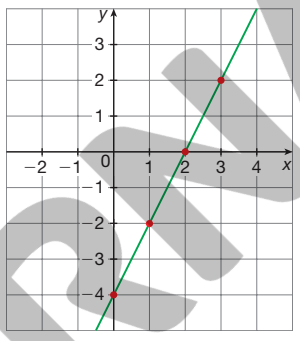
**1. d.** Resposta possível: (1, 0)

**2** Leia e faça o que se pede.

**a.** Determine o valor de $x$ real para que o par ordenado $(x, -3)$ seja uma das soluções da equação $5x - 2y = -4$. **2. a.** $x = -2$

**b.** Calcule o valor de $y$ real para que o par ordenado $(2, y)$ seja uma das soluções da equação $-12x + 5y = 20$. **2. b.** $y = 8{,}8$

**3** Identifique a equação em que $x$ e $y$ são quaisquer números reais e que tenha os pontos correspondentes às soluções representados pela reta no plano cartesiano a seguir. **3.** Alternativa **d**.




LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

**a.** $4x - 5y = 4$

**b.** $-x - y = 14$

**c.** $x + 2y = 10$

**d.** $2x - y = 4$

**4** A Comissão Interna de Prevenção de Acidentes (Cipa) é um instrumento de que os trabalhadores dispõem para tratar da prevenção de acidentes do trabalho, das condições do ambiente de trabalho e de todos os aspectos que afetam sua saúde e segurança.




REPRODUÇÃO/CIPA

Uma empresa realizou eleições para escolher os integrantes da Cipa. Havia apenas dois candidatos concorrendo ao cargo de presidente. Sabendo que 1.230 funcionários votaram, que houve 83 votos anulados (entre brancos e nulos) e que o vencedor ganhou por uma diferença de 145 votos, quantos votos cada candidato obteve? **4.** O vencedor obteve 646 votos, e o outro candidato, 501 votos.

**5** Determine as raízes reais das equações representadas a seguir.

**5. e.** 0 e −2

**a.** $x^2 + 2x - 35 = 0$ **c.** $x^2 + 14x + 49 = 0$ **e.** $3x^2 + 6x = 0$

**b.** $x^2 - 3x + 2 = 0$ **d.** $4x^2 - 16 = 0$ **5. d.** 2 e −2 **f.** $6x^2 - 12x = 0$

**5. f.** 0 e 2

**6** Simplifique as expressões. **5. a.** −7 e 5 **5. b.** 1 e 2 **5. c.** −7

**a.** $(3x + 1)^2 + 4x \cdot (-2)$ **c.** $(a + 3b)^2 - (5a + 2b)^2 - (-2b)^2$

**b.** $(2x + 3y)^2 - (3x + 2y)^2$ **d.** $4(2y + 1)^2 - 2(3y + 2)^2 + (y + 5)^2$

**6. a.** $9x^2 - 2x + 1$ **6. b.** $-5x^2 + 5y^2$ **6. c.** $-24a^2 - 14ab + b^2$ **6. d.** $-y^2 + 2y + 21$

196

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

## MUNDO DIGITAL

# A tecnologia e as mudanças no mercado de trabalho

Você se lembra de alguma profissão que já não existe?



PA IMAGES/ALAMY/FOTOARENA

Acendedor de lampião a gás em um poste de uma das ruas de Londres, na Inglaterra. Foto de 1966.



MINNESOTA HISTORICAL SOCIETY/CORBIS/GETTY IMAGES

Operadoras de telefone em Minnesota, nos Estados Unidos. Foto de 1935.

É fato, as profissões mudam com o decorrer do tempo. Isso porque elas estão relacionadas com as necessidades da sociedade, que, por sua vez, está em constante mudança. A **automatização de tarefas** é uma das responsáveis pelas transformações nas características das profissões, já que as máquinas são cada vez mais capazes de realizar atividades repetitivas antes executadas por pessoas.

No decorrer da história, a humanidade foi marcada por três grandes momentos de revoluções tecnológicas: em meados de 1760, as máquinas a vapor foram responsáveis pela primeira Revolução Industrial, também conhecida como Revolução Mecânica. Em meados de 1870, a eletricidade traz uma inovação, marcando a segunda revolução tecnológica. Já em meados de 1970, tem-se a revolução da automação, na qual os equipamentos eletrônicos permitiram aumentar ainda mais a produção.

Atualmente, com o desenvolvimento da Inteligência Artificial (IA), há indícios de que estamos entrando em uma quarta revolução tecnológica. Isso tem gerado discussões sobre quais serão seus impactos para o futuro da sociedade e das atividades profissionais.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Proponha um debate para que reflitam sobre as profissões que são exercitadas atualmente: "Quais profissões vocês consideram passíveis de automatização?", "Quais profissões vocês consideram que não serão automatizadas?". No primeiro caso, os estudantes devem refletir se um aplicativo ou uma máquina é capaz de realizar a tarefa de um profissional. No segundo, pensar em atividades relacionadas à sustentabilidade, a humanidades e à saúde, como psicologia e pesquisas do meio ambiente.

## Mundo digital

O objetivo desta seção é promover uma reflexão sobre as mudanças históricas relacionadas ao mundo do trabalho diante das revoluções tecnológicas, evidenciando a necessidade de se atualizar no que se refere às novas demandas sociais, a fim de se adequar às novas profissões. Assim, é possível refletir e desenvolver os TCTs Ciência e Tecnologia e Trabalho ao ampliar seu conhecimento em relação a novas tendências de trabalho e se sentir instigado para desenvolver novas habilidades que lhe sejam de interesse.

Inicialmente, incentive os estudantes a relatarem experiências relacionadas às suas percepções sobre as mudanças profissionais no decorrer do tempo. Leia com os estudantes o texto inicial e pergunte se eles se recordam de profissões antigas que já não existem e de contextos em que profissões atuais não existiam (por exemplo, profissional de aplicativo de carro, *influencer* digital etc.). É provável que os estudantes mais velhos tenham mais exemplos de ocupações que já não existem.

Destaque as informações históricas sobre as revoluções tecnológicas e pergunte o que sabem a esse respeito. Em seguida, pergunte se conhecem o termo "inteligência artificial", ou IA. Questione se já pensaram que as profissões exercidas por eles atualmente podem deixar de existir e como se sentem com essa possibilidade.

Proponha algumas reflexões, como: "Quais são as dificuldades de se reinventar profissionalmente na vida adulta?", "Como o Estado pode intervir para possibilitar melhores condições para mudanças?", "Mudanças profissionais precisam de adaptações e novos conhecimentos, o que pode ser mais trabalhoso na vida adulta, quando o tempo livre é mais escasso." ou "O Estado pode contribuir viabilizando formação adequada sobre as novas tecnologias, auxiliando no desenvolvimento de novas habilidades e com incentivo financeiro.".

**MUNDO DIGITAL**

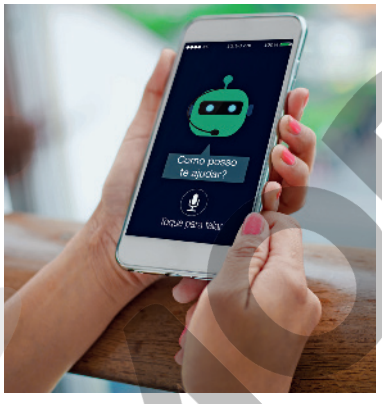
O texto a seguir indica brevemente o que é a IA e onde podemos encontrá-la atualmente.

### A inteligência artificial

[...] Não há um conceito único consolidado sobre o que é inteligência artificial, algo que pode envolver diferentes graus de autonomia das máquinas. Em termos básicos, são sistemas computacionais que têm competências semelhantes às humanas, como o raciocínio e a aprendizagem. A meta dessas tecnologias é poder inferir como atingir um objetivo, tomando decisões ou produzindo previsões e recomendações. [...]

Sistemas de inteligência artificial são usados nos mais variados âmbitos da vida social. Entre eles: sistemas biométricos de identificação, chatbots de atendimento ao cliente, filtragem de spams entre emails recebidos, análise de dados para a concessão de empréstimos bancários ou para elegibilidade a políticas públicas, listas de recomendação de conteúdo em plataformas de streaming, direcionamento de publicidade nas redes sociais, criação automatizada de textos e imagens, funcionamento de veículos autônomos, operação de infraestruturas militares. [...]

GAGLIONI, César. A inteligência artificial em 2023. E as perspectivas para 2024. **Nexo Jornal**, São Paulo, 29 dez. 2023. Disponível em: https://www.nexojornal.com.br/expresso/2023/12/29/a-inteligencia-artificial-em-2023-e-as-perspectivas-para-2024. Acesso em: 6 fev. 2024.



PANUWAT PHIMPHA/SHUTTERSTOCK

Pessoa interagindo com um *chatbot*.


ONSTOCKPHOTOS/SHUTTERSTOCK

Ônibus elétrico autônomo, nas ruas de Shenzhen, China. Foto de 2023.

É provável que você já tenha pensado na possibilidade de ficar sem emprego porque algum programa de computador será criado para realizar suas tarefas de maneira mais rápida e mais barata. Algumas vezes, essa preocupação faz sentido. No entanto, com os atuais avanços da tecnologia, novas profissões estão sendo vistas como necessárias.

198

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

## Sugestão de leitura

VALENTE, Jonas. Inteligência artificial e o impacto nos empregos e profissões. **Agência Brasil**, Brasília, 1º set. 2020. Disponível em: https://agenciabrasil.ebc.com.br/geral/noticia/2020-08/inteligencia-artificial-e-o-impacto-nos-empregos-e-profissoes. Acesso em: 2 maio 2024.

O artigo apresenta o impacto da inteligência artificial na demanda de empregos, apontando que a automação poderá extinguir alguns trabalhos e criar outros.

Observe exemplos de profissões que estão surgindo no mercado de trabalho.

**[...] Detetive de dados**

Investiga mistérios em Big Data. "O que nossos dados estão nos contando? Que segredos contêm?" [...]

**[...] Oficial de ética de sourcing**

Investiga, acompanha, negocia acordos de bens e serviços para garantir que gastos indiretos da empresa (em energia, restos e relações sociais) estão alinhados com os padrões de ética de seus *stakeholders*. [...]

**[...] Gestor de desenvolvimento de negócios de IA**

O profissional define, desenvolve e implementa programas eficazes para acelerar vendas e negócios de inteligência artificial (IA). [...]

**[...] Conselheiro de compromisso de saúde**

Trabalha remotamente para oferecer coaching individual e conselhos de bem-estar e saúde para usuários de pulseiras inteligentes, que monitoram suas atividades e sinais físicos. [...]

**[...] Analista de cybercidade**

Garante a segurança e funcionalidade da cidade ao garantir o fluxo saudável de dados (ambientais, populacionais etc.) pelo sistema. [...]

**Fonte:** elaborado com base em: 21 (POSSÍVEIS) PROFISSÕES do futuro para conhecer hoje. **Guia do Estudante**, São Paulo, 4 maio 2022. Disponível em: https://guiadoestudante.abril.com.br/orientacao-profissional/21-possiveis-profissoes-do-futuro-para-conhecer-hoje-2. Acesso em: 6 fev. 2024.

**1.** Respostas pessoais. Possibilidades de outras profissões: analista de *big data*, operador de drones, *web designer*, entre outras.

Junte-se a dois ou três colegas para trocar ideias e impressões sobre os questionamentos a seguir e realizar a atividade.

1. Vocês conhecem as profissões citadas no texto da página anterior? Consideram alguma delas interessante? Pesquisem outras profissões recentes ligadas à tecnologia.
2. Expliquem, em poucas palavras, o que é a Inteligência Artificial. Citem exemplos.
3. Elaborem um conteúdo para divulgação das novas profissões da atualidade. Vocês podem criar um cartaz e/ou fôlder digital explicando o que faz cada profissional e quais são as habilidades que precisam ser desenvolvidas para que exerçam esses ofícios.

**2.** São sistemas computacionais que têm competências semelhantes às humanas, como o raciocínio e a aprendizagem. Por exemplo, o ChatGPT.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

**3.** Auxilie os estudantes a organizarem esta atividade em etapas. Primeiro, é necessário realizar uma pesquisa sobre novas profissões e quais são suas funções. Oriente que os estudantes de cada dupla/grupo escolham uma profissão diferente. Depois, é necessário entender quais habilidades dispõem esse profissional. Por fim, devem elaborar o produto, escolhendo imagens que deixem a informação visualmente atraente.

Comente com a turma que, com a inteligência artificial se desenvolvendo cada vez mais, as necessidades da sociedade estão passando, mais uma vez, por uma transformação. Com isso, novas habilidades e competências precisam ser desenvolvidas por aqueles que desejam ocupar cargos nas novas profissões. Exemplos dessas habilidades e competências são pensamento crítico, inteligência emocional, resolução de problemas complexos, flexibilidade cognitiva, capacidade de negociação, adaptabilidade, curiosidade, iniciativa, criatividade e tomada de decisões.

Aborde as questões com os estudantes, promovendo uma roda de conversa, de modo a sistematizar as ideias debatidas. Por fim, auxilie-os a organizar a elaboração de conteúdo, que pode ser em etapas (pesquisa, escrita e produção). Se possível, agende um dia para a troca de ideias sobre os trabalhos ainda não finalizados, de modo que os grupos possam sugerir ajustes nos textos dos colegas antes da confecção dos cartazes.

## Avaliação do Capítulo 6

### Revisando o conteúdo

Agora, os estudantes vão colocar em prática o que aprenderam neste capítulo. Incentive-os a organizar seus aprendizados criando ferramentas de estudo como lista, mapa conceitual, entre outros, destacando os conceitos que julgarem importantes. Nesta seção, a organização do conteúdo foi feita em formato de lista, mas é indicado que cada estudante crie sua própria ferramenta para revisar o conteúdo levando em consideração seus conhecimentos prévios.

Proponha que as atividades sejam feitas individualmente e em folha separada para que sejam entregues ao final da aula. É importante que os estudantes tenham pelo menos uma aula para realizar a tarefa. Esse é um momento importante de reflexão sobre o aprendizado. Oriente-os a ler cada questão e a destacar os dados relevantes para a resolução. Em seguida, peça que criem uma estratégia para resolver o problema, apliquem a estratégia e por fim analisem o resultado obtido a fim de validar a resposta encontrada. O registro da resolução é muito importante para a avaliação da turma, uma vez que nela o professor pode perceber os focos de atenção e os pontos fortes de cada estudante.

# AVALIAÇÃO DO CAPÍTULO 6

### Revisando o conteúdo

Para organizar o conteúdo estudado, podemos utilizar algumas ferramentas de revisão. Para este capítulo, observe como podemos listar alguns dos tópicos trabalhados.

- Os pares ordenados que são solução de uma equação do 1º grau com duas incógnitas podem ser representados por uma reta ou somente pontos no plano cartesiano.
- O quadrado da soma de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo mais duas vezes o produto do primeiro pelo segundo mais o quadrado do segundo.
- É possível resolver uma equação do 2º grau completa utilizando a fórmula de resolução.

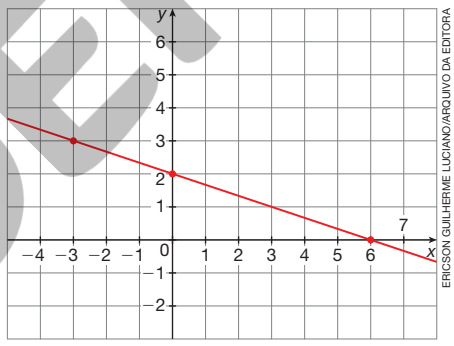
**a.** Você teve dúvida em algum conteúdo estudado? Ela foi solucionada? Retome esses conteúdos e, se necessário, procure esclarecer sua dúvida com o professor ou algum colega. **a.** Resposta pessoal.

**b.** Complete a lista apresentada com outros conteúdos que considerar estudados no capítulo. Depois, compare a lista que elaborou com a de outros colegas. Há diferenças? Percebeu alguma coisa que possa complementar sua lista?

**b.** Resposta pessoal.

### Aplicando seus conhecimentos

**1** Observe no plano cartesiano a representação de uma reta com alguns de seus pontos destacados.




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Identifique qual alternativa apresenta a equação, em que $x$ e $y$ são números reais, cuja solução é a reta representada.

**a.** $x + 3y = -6$ **1.** Alternativa **b.**

**b.** $x + 3y = 6$

**c.** $3x - y = -6$

**d.** $3x + y = 6$

**2.** Alternativa **c.**

**2** Dois profissionais estão juntando dinheiro para comprar uma ferramenta que vai facilitar a rotina deles no trabalho. Cada um já contribuiu com um valor e, juntos, eles possuem R$ 980,00. Sabendo que um deles contribuiu com R$ 90,00 a mais que o outro, até o momento, qual foi o valor que cada profissional juntou?

**a.** R$ 450,00 e R$ 530,00.

**b.** R$ 405,00 e R$ 575,00.

**c.** R$ 445,00 e R$ 535,00.

**d.** R$ 470,00 e R$ 510,00.

200

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

### Aplicando seus conhecimentos

Na **atividade 1**, os estudantes podem utilizar diferentes estratégias. Podem escolher um ponto do gráfico e substituir os valores de $x$ e $y$ e verificar a igualdade em cada alternativa, construir um gráfico para cada alternativa e verificar qual deles é igual ao do enunciado, ou podem, a partir de dois pontos do gráfico, obter a equação.

Na **atividade 2**, verifique se os estudantes compreenderam que uma das equações pode ser representada por $x = y + 90$, sendo $x$ a quantia de um dos profissionais e $(y + 90)$ a quantia do outro profissional.

MODERNA

**3** Em uma apresentação de teatro, foram arrecadados R$ 2.600,00. A entrada inteira custava R$ 40,00, e a meia-entrada, R$ 20,00. Sabendo que 80 pessoas pagaram e assistiram à peça, quantas pessoas pagaram a entrada inteira? **3.** Alternativa **b**.

**a.** 35 pessoas. **b.** 50 pessoas. **c.** 55 pessoas. **d.** 60 pessoas.

**4** Um pedreiro utilizou 35 peças com formato quadrado para cobrir uma área cuja medida é de 126.000 cm². Qual é a medida do comprimento de cada lado dessas peças? **4.** Alternativa **d**.

**a.** 25 cm **b.** 36 cm **c.** 50 cm **d.** 60 cm

**5** A soma de dois números naturais diferentes é igual a 10, e a diferença dos seus quadrados é igual a 40. Qual é o maior número? **5.** Alternativa **c**.

**a.** 3 **b.** 5 **c.** 7 **d.** 9

**6** Um músico amador fez um panfleto com formato retangular para divulgar a apresentação da banda dele. A largura do panfleto mede $x$, e a medida do comprimento é $x + 10$. Sabendo que a medida da área desse panfleto é 144 cm², qual é o valor de $x$, em centímetro? **6.** Alternativa **b**.

**a.** 5 **b.** 8 **c.** 10 **d.** 12

**7** Ao utilizar a fórmula de resolução de uma equação do 2º grau, um estudante verificou que o discriminante era menor que zero. A qual conclusão ele chegou? **7.** Alternativa **d**.

**a.** A equação tem duas raízes reais iguais.

**b.** A equação é incompleta.

**c.** A equação tem raízes reais diferentes.

**d.** A equação não tem raízes reais.

Se você teve dificuldade em alguma atividade, consulte este quadro e verifique o que precisa estudar novamente para auxiliá-lo na resolução dessa atividade.

**Tópicos deste capítulo abordados nas atividades**

| Atividades | Tópicos relacionados |
|---|---|
| 1 | Equações do 1º grau com duas incógnitas |
| 2 e 3 | Sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas |
| 4 | Equação do 2º grau com uma incógnita |
| 5 | Produtos notáveis |
| 6 | Resolução de uma equação do 2º grau completa |
| 7 | Analisando as raízes de uma equação do 2º grau |



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Ao analisar as alternativas da **atividade 7**, os estudantes podem considerar que um discriminante menor que zero pode ser obtido por meio de uma equação incompleta, pois, por exemplo, $x^2 + 4 = 0$ tem discriminante igual a $-16$; porém essa conclusão não é sempre verdadeira, uma vez que $x^2 - 4 = 0$ também é incompleta e o discriminante é 16.

Na **atividade 3**, os estudantes podem modelar o problema por meio de sistemas de equações. Aproveite para verificar qual método de resolução eles mais utilizam; a preferência por um ou outro método pode indicar uma dificuldade na compreensão do método ou uma afinidade maior com um deles.

Na **atividade 4**, verifique se os estudantes compreendem que é necessário calcular a medida da área de uma peça dividindo a medida da área total (126.000 cm²) pelo número de peças (35). E, depois, devem calcular a medida do comprimento do lado da peça utilizando uma equação do 2º grau.

Na **atividade 5**, verifique se os estudantes compreenderam o significado de "a diferença dos seus quadrados é igual a 40". Considerando $x$ e $y$ os dois números naturais, essa sentença pode ser representada por $x^2 - y^2 = 40$.

Na **atividade 6**, é possível que os estudantes modelem a situação com a equação $x(x + 10) = 144$, porém é preciso verificar se eles compreendem que, nesse caso, a equação do 2º grau é completa e não utilizem equivocadamente o raciocínio de resolução de equações do tipo $ax^2 + bx = 0$.

MODERNA

## Orientações para a Unidade 4

Esta abertura de unidade desenvolve o **ODS 2** (Fome zero e agricultura sustentável), o **ODS 12** (Consumo e produção responsáveis) e o TCT Educação Ambiental, ao apresentar a agricultura sustentável, inclusive a orgânica, e suas principais práticas como essenciais para garantir alimentação segura e sustentável para todos. Se possível, trabalhe junto com as aulas de Geografia para que o professor dessa disciplina possa aprofundar os conceitos presentes nesta abertura.

A foto desta página apresenta um sistema agroflorestal, que é um método de cultivo de árvores e produtos agrícolas em uma mesma região para melhorar os aspectos ambientais e a produção de alimentos e madeira.

Se possível, visite algum local em que a plantação é feita com algum exemplo de agricultura sustentável. Antes da visita, oriente os estudantes a pesquisarem informações sobre o plantio realizado nesse local e a prepararem perguntas que possam ser respondidas durante a visitação.

UNIDADE 4

# Desenvolvimento e sustentabilidade

ODS 2 ODS 12

O desenvolvimento sustentável tem o objetivo de integrar o crescimento econômico com a proteção ambiental e a igualdade social. A agricultura sustentável desempenha um papel importante nesse processo, pois é diretamente responsável pela produção de alimentos e pela gestão de recursos naturais. Ao combinar métodos que respeitam a biodiversidade e promovem a preservação dos ecossistemas, a agricultura sustentável não só alimenta a população, mas também garante que as futuras gerações herdem um mundo mais verde e justo.



LUCIOLA ZIARICK/PULSAR IMAGENS

Sistema agroflorestal, um exemplo de agricultura sustentável, com destaque para a plantação de margaridas, beterrabas e brócolis, tendo nas laterais algumas árvores. Município de Passos (MG). Foto de 2020.

Acompanhe a seguir as principais práticas da agricultura sustentável.

- Uso reduzido de agrotóxicos e de adubos químicos.
- Conservação de recursos naturais, utilizando, por exemplo, práticas de captação de água da chuva para irrigação.
- Preferência pelo uso de agroenergia, como biocombustíveis, em vez de combustíveis fósseis.
- Planejamento cuidadoso para que as práticas agrícolas sejam realizadas em áreas e climas ideais, minimizando o impacto ambiental e os custos de transporte.
- Respeito aos trabalhadores, por meio do cumprimento das leis trabalhistas, da proibição do trabalho infantil e de outras práticas ilegais, e investimento em capacitação profissional.
- Valorização da agricultura familiar, apoiando pequenos produtores que contribuem para a economia local e a segurança alimentar.

**Fonte:** elaborado com base em GUIMARÃES, Daniel. Agricultura sustentável, entenda tudo sobre: contexto, definição, exemplos. **Meio sustentável**, 1º mar. 2024. Disponível em: https://meiosustentavel.com.br/agricultura-sustentavel/. Acesso em: 30 mar. 2024.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

A agricultura sustentável reconhece a interdependência entre as atividades humanas e o meio ambiente, buscando soluções que beneficiem tanto a sociedade quanto a natureza. É um caminho essencial para garantir um futuro alimentar seguro e sustentável para todos.

Um dos tipos de agricultura sustentável é a agricultura orgânica, que prioriza a preservação dos ecossistemas e da biodiversidade, respeitando os ciclos biológicos e a atividade biológica do solo.

No Brasil, segundo a Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (Embrapa), o segmento de orgânicos movimentou aproximadamente 5,8 bilhões de reais em 2020, um aumento de 30% em relação a 2019. Na época, o país contava com 25.097 produtores orgânicos certificados, distribuídos por todas as regiões, e com uma medida de área agrícola dedicada à produção orgânica estimada em 1,3 milhão de hectares. Esses números refletem a crescente demanda por produtos orgânicos e a importância desse setor para a sustentabilidade e a segurança alimentar.

Converse com o professor e os colegas sobre as questões a seguir.

**1** Você costuma consumir frutas, verduras ou legumes? Qual é a origem desses alimentos que você consome? Pesquise essa informação e compartilhe-a com a turma. **1.** Respostas pessoais.

**2** Em sua opinião, como diferentes modelos de produção na agricultura podem contribuir para uma alimentação mais saudável e sustentável? **2.** Resposta pessoal.

**3** Qual foi aproximadamente o valor em reais movimentado pelo segmento de orgânicos em 2019? **3.** Aproximadamente 4,46 bilhões de reais.

**4** Durante o período de pandemia de covid-19, o número de hortas caseiras aumentou muito. Leia o trecho de uma reportagem sobre esse assunto.

> [...] Enquanto alguns dizem querer alimentação mais saudável, outros aproveitaram o tempo maior em casa, devido à pandemia, para começar a produzir o próprio alimento. As vantagens de se ter uma pequena horta são muitas: alimentos livres de agrotóxicos, *hobby*, paisagismo, economizar nas compras e até mesmo produzir menos lixo. [...]

PIMENTA, Thiago. Em tempos de pandemia, hortas caseiras fazem sucesso. **Agência Brasil**, 3 mar. 2021. Disponível em: https://agenciabrasil.ebc.com.br/radioagencia-nacional/meio-ambiente/audio/2021-03/em-tempos-de-pandemia-hortas-caseiras-fazem-sucesso. Acesso em: 16 abr. 2024.

**a.** Você conhece alguém que tenha uma horta caseira? Nesse caso, quais cuidados essa pessoa tem para manter sua horta? Compartilhe com os colegas e o professor. **4. a.** Respostas pessoais.

**b.** Pesquise detalhes sobre os benefícios de cultivar uma horta em casa e compartilhe com o professor e colegas. **4. b.** Resposta pessoal.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Na **questão 1**, aproveite a pergunta sobre o consumo de frutas, verduras e legumes para incentivar os estudantes a pesquisarem os benefícios que esses alimentos trazem à saúde para que percebam a importância nutricional de uma alimentação composta de frutas, verduras e legumes, abordando o TCT Educação Alimentar e Nutricional.

Acompanhe as estratégias pessoais utilizadas pela turma na **questão 3**, identificando os conhecimentos prévios dos estudantes. Uma resolução possível é por regra de três simples:

Seja $x$ o valor em reais movimentado pelo segmento de orgânicos em 2019, temos:

$$\frac{x}{5{,}8 \text{ milhões}} = \frac{100\%}{130\%}$$

Aplicando a propriedade fundamental das proporções, temos:

$$x \cdot 130\% =$$
$$= 5{,}8 \text{ bilhões} \cdot 100\%$$
$$x = \frac{5{,}8 \text{ bilhões}}{1{,}3}$$
$$x \simeq 4{,}46 \text{ bilhões}$$

Para ampliar a **questão 4**, além da conversa com a turma, oriente os estudantes a pesquisar mais os benefícios e os cuidados necessários para cultivar e manter uma horta caseira. Incentive-os a organizar as informações na forma de postagens, fotos e vídeos para compartilharem nas redes sociais.

Nesta unidade, serão trabalhados, no Capítulo 7, os assuntos noção intuitiva de função, representação gráfica de uma função, função afim e organização dos dados de uma pesquisa. No Capítulo 8, serão abordados os assuntos figuras semelhantes, teorema de Tales, triângulos semelhantes, teorema de Pitágoras e análise de dados de gráficos para tirar conclusões.

Além disso, a unidade promove uma reflexão sobre a independência financeira como causa de redução de violências e apresenta informações sobre as bolhas informacionais.

## Orientações para o Capítulo 7

Este capítulo trabalha conteúdos associados a funções, como noção intuitiva, lei de formação, valor numérico, representação gráfica, função afim e análise do gráfico, além de organização dos dados de uma pesquisa.

Esta página apresenta uma prática que vem crescendo bastante no país: a adoção de medidas sustentáveis, como a captação de energia solar.

Faça uma leitura coletiva do texto e pergunte aos estudantes sobre outras medidas sustentáveis que podem ser adotadas no cotidiano. Permita que eles se expressem e complemente a conversa dizendo que várias atitudes do dia a dia podem ser sustentáveis, como economizar água e energia elétrica, separar o material reciclável, reutilizar embalagens, usar meios de transporte menos poluentes, entre outras. Essa exploração aborda o **ODS 7** (Energia limpa e acessível), o **ODS 13** (Ação contra a mudança global do clima) e o TCT Educação Ambiental.

CAPÍTULO 7

# Funções



JOÃO PRUDENTE/PULSAR IMAGENS

Painéis de captação de energia solar em moradia no distrito de Monte Verde, no município de Camanducaia (MG). Foto de 2022.

ODS 7 ODS 13

A sustentabilidade tem acompanhado o desenvolvimento dos municípios, sobretudo na construção civil. É cada vez mais comum indústrias e moradias adotarem medidas que visam aproveitar a luz solar para o aquecimento de ambientes e de água por meio de coletores solares.

A quantidade de energia solar absorvida varia conforme a medida da área ocupada pelos coletores. Por exemplo, para o suprimento de água quente de uma residência típica (três ou quatro moradores), são necessários cerca de 4 $m^2$ de coletores instalados.

Que outras medidas sustentáveis podem ser tomadas para contribuir com o meio ambiente? Em sua opinião, do que depende a economia obtida ao adotar medidas sustentáveis?

Em alguma situação qualquer, você conhece algum valor que é obtido em função de outro? Converse com os colegas e o professor. **Abertura:** Respostas pessoais.

**Neste capítulo você vai:**

- compreender a ideia de função;
- representar uma função por meio de uma lei de formação e graficamente;
- reconhecer a função afim e sua lei de formação;
- construir e analisar o gráfico da função afim.



Reprodução proibida. Art.184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Ao questionar os estudantes sobre um valor obtido em função de outro na Matemática, analise as respostas dadas, fazendo correções ou complementações. Em seguida, apresente alguns exemplos: a medida do perímetro e a medida da área de um polígono são dadas em função das medidas de comprimento de seus lados; a medida do volume de um prisma é dada em função da medida da área da base e da medida da altura do prisma etc.

# Noção intuitiva de função

Estacionar um veículo em local proibido ou de maneira irregular pode gerar multas e sair muito caro.

A multa por estacionar em algum local proibido ou de maneira irregular varia de acordo com a gravidade da infração. Em algumas situações, não é apenas aplicada uma multa, o veículo também pode ser retirado do local por um guincho, e o proprietário precisará arcar com os custos de remoção e estadia no pátio.



SALTY VIEW/SHUTTERSTOCK

Caminhão guinchando veículos por estacionamento irregular, Rio de Janeiro (RJ). Foto de 2020.

As infrações por estacionamento em local proibido são classificadas como infrações de natureza média, grave ou gravíssima, dependendo da gravidade da violação e do risco que ela representa. Em 2023, de acordo com o Código de Trânsito Brasileiro (CTB), a infração média resultava em 4 pontos na Carteira Nacional de Habilitação (CNH) e multa no valor de R$ 130,16; já a infração grave resultava em 5 pontos na CNH e multa no valor de R$ 195,23; e a infração gravíssima resultava em 7 pontos na CNH e multa no valor de R$ 293,47.

Suponha que um veículo tenha sido guinchado para o pátio municipal de remoção e guarda de veículos. Para retirar o veículo desse pátio, o proprietário deverá pagar todas as multas e o Imposto sobre a Propriedade de Veículos Automotores (IPVA), caso estejam pendentes, mais a multa pelo guinchamento e estadia no pátio. Em 2023, no município de São Paulo (SP), o proprietário deveria pagar R$ 388,96 de multa pelo reboque e mais R$ 38,90 por dia em que o automóvel ficasse no pátio do Departamento Estadual de Trânsito (Detran-SP), até o período máximo de 60 dias.

Vamos organizar um quadro que mostre a relação entre a quantidade de dias em que o veículo fica no pátio e o valor total a ser pago.

**Relação entre a quantidade de dias em que o veículo fica no pátio e o valor a ser pago**

| Quantidade de dias | Valor a ser pago (em R$) |
|---|---|
| 1 | $388{,}96 + 38{,}90 \cdot 1$ |
| 2 | $388{,}96 + 38{,}90 \cdot 2$ |
| 3 | $388{,}96 + 38{,}90 \cdot 3$ |
| 4 | $388{,}96 + 38{,}90 \cdot 4$ |

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



## Noção intuitiva de função

Esta página baseia-se nos valores que um motorista teria que pagar para retirar o veículo do pátio do Detran-SP em 2023 para trabalhar, de modo intuitivo, a noção de função.

Leia com a turma o texto inicial e, depois, reproduza na lousa o quadro apresentado no livro. Para verificar se os estudantes entenderam a regularidade apresentada, pergunte: "Qual seria o valor pago caso o veículo ficasse no pátio por 5 dias? E por 1 semana?" (R$ 583,46; R$ 661,26). É importante que eles notem que o valor a ser pago depende da quantidade de dias que o veículo fica no pátio.

Aproveite o contexto desta página para falar com a turma sobre a importância de respeitar as leis de trânsito. Amplie essa conversa para desenvolver o TCT Educação para o Trânsito. Pergunte aos estudantes como eles se locomovem no trânsito e se já foram autuados. Leve-os a perceber a importância de respeitar a sinalização e a responsabilidade que cada pessoa deve ter no trânsito, a fim de promover a segurança dos motoristas e dos pedestres.

MODERNA

Destaque à turma que, como há uma dependência na situação, podemos dizer que o valor a ser pago é definido em função da quantidade de dias que o veículo fica no pátio.

### Variáveis e lei de formação

Explique aos estudantes que a lei de uma função é determinada com base na percepção de regularidades e que o uso das letras $x$ e $y$ como variáveis se dá por uma questão de hábito, e não por obrigatoriedade. Essas letras podem, perfeitamente, ser substituídas por outras, dependendo da conveniência.

Ao apresentar a notação $f(x)$ para escrever a lei de uma função, esclareça que essa notação substitui a variável dependente e que, nesse caso, a variável independente é $x$, que está entre parênteses. Por exemplo, para as variáveis $a$ e $b$, em que $a$ é dado em função de $b$, temos que $b$ é variável independente e $a$ é variável dependente, podendo ser substituída por $f(b)$.

Representando por $x$ o número de dias em que o veículo fica no pátio do Detran e por $y$ o valor a ser pago, em real, para ele ser retirado, podemos relacionar essas duas grandezas pela seguinte sentença:

$$y = 388{,}96 + 38{,}90 \cdot x$$

Observando a sentença obtida, quanto deverá ser pago para liberar um veículo que está há 10 dias no pátio do Detran-SP? E um veículo que está há 20 dias?

**Atividade oral:** R$ 777,96; R$ 1.166,96.

Para cada dia que o veículo ficar no pátio do Detran, por um período máximo de 60 dias, existe apenas um valor a pagar para liberá-lo; logo, o valor a pagar é determinado em **função** do número de dias que o veículo permaneceu no pátio.

## Variáveis e lei de formação

A sentença $y = 388{,}96 + 38{,}90x$, que expressa a correspondência entre $x$ (o número de dias em que o veículo permaneceu no pátio) e $y$ (o valor a ser pago, em real, para poder retirá-lo), é chamada de **lei de formação da função** ou **lei da função**.

As letras $x$ e $y$ são chamadas de **variáveis**.

As variáveis podem ser **dependentes** ou **independentes**. Nesse exemplo, $y$ é a variável dependente, pois seu valor depende do número de dias em que o veículo ficará no pátio; já $x$ é a variável independente, uma vez que pode assumir qualquer valor inteiro positivo.

Dizemos, assim, que $y$ é uma função de $x$. Por isso, é comum indicar a lei de uma função substituindo $y$ por $f(x)$ (lemos "$f$ de $x$").

Por exemplo:

$$f(x) = 388{,}96 + 38{,}90x$$

ODS 12

Acompanhe a situação descrita a seguir.

Uma atitude que contribui para a sustentabilidade é a reciclagem de materiais. O alumínio, por exemplo, pode ser reciclado muitas vezes, sem perder suas características no processo de reaproveitamento.

Em 2022, o Brasil alcançou uma marca histórica. Segundo levantamento da Associação Brasileira do Alumínio (Abal) e da Associação Brasileira dos Fabricantes de Latas de Alumínio (Abralatas), todas as latas de alumínio produzidas foram de materiais reciclados.

Nesse mesmo ano, foram recicladas mais de 390 toneladas de latas de alumínio e produzidas 389 mil toneladas.



NELSON ALMEIDA/AFP/GETTY IMAGES

Funcionários inspecionam latas usadas em uma esteira transportadora de empresa de reciclagem, em São Paulo (SP). Foto de 2023.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

A situação sobre reciclagem de latas de alumínio possibilita a abordagem do TCT Educação Ambiental e do **ODS 12** (Consumo e produção responsáveis). Leve os estudantes a refletirem sobre a importância da reciclagem para reduzir o consumo de matérias-primas e também os problemas ambientais. Para complementar o assunto, se considerar adequado, solicite que façam uma pesquisa sobre a medida de tempo de decomposição dos materiais na natureza. Combine um dia para os estudantes realizarem uma roda de conversa sobre reciclagem e apresentarem suas pesquisas para a turma.

Suponha que uma cooperativa de reciclagem, para incentivar a coleta de latas de alumínio, pague aos catadores uma taxa de R$ 10,00 mais R$ 6,00 por quilograma de latinhas, caso o catador tenha recolhido 3 kg ou mais de latinhas. Observe no quadro a seguir a relação entre a medida da massa das latas de alumínio e o valor a ser pago ao catador.

**Relação entre a medida da massa das latinhas e o valor a ser pago**

| Medida da massa das latas (em kg) | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|
| Valor a ser pago (em R$) | $10 + 6 \cdot 3$ | $10 + 6 \cdot 4$ | $10 + 6 \cdot 5$ | $10 + 6 \cdot 6$ | $10 + 6 \cdot 7$ |

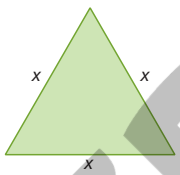
Então, nesse caso, podemos escrever a seguinte lei de formação:

$$f(x) = 10 + 6x$$

Note que $f(x)$ é a variável dependente, associada ao valor pago pelas latas, e $x$, a variável independente, associada à medida da massa das latas recolhidas pelo catador. Nesse caso, como se paga o adicional de R$ 10,00 somente para uma massa cuja medida seja igual ou superior a 3 kg, $x$ deve ser maior ou igual a 3.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

## Valor numérico de uma função




LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

Acompanhe a situação descrita a seguir.

A medida $p$ do perímetro de um triângulo equilátero é dado em função da medida $x$ do comprimento do lado desse triângulo. Acompanhe no quadro a seguir como é estabelecida essa correspondência.

**Relação entre a medida do comprimento do lado de um triângulo equilátero e a medida do seu perímetro**

| Medida $x$ do comprimento do lado (em cm) | 1 | 3 | 4 | 10 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|
| Medida $p$ do perímetro (em cm) | 3 | 9 | 12 | 30 | 45 |

A lei da função que relaciona essas medidas é $p = 3x$.

Também podemos representar a lei dessa função por $f(x) = 3x$.

Assim, $x$ representa a medida do comprimento do lado do triângulo equilátero, e $f(x)$ representa a medida do seu perímetro.

Desse modo, para calcular a medida do perímetro de um triângulo equilátero cujo comprimento do lado mede 12 cm, basta substituir $x$ por 12 na lei da função e efetuar a operação indicada:

$$f(12) = 3 \cdot 12$$
$$f(12) = 36$$

Isso significa que, quando $x$ vale 12, o valor numérico da função é 36.

Portanto, a medida do perímetro do triângulo equilátero cujo lado mede 12 cm de comprimento é 36 cm.



Se achar conveniente, peça à turma que associe a variável $m$ à medida da massa das latas e a variável $v$ ao valor a ser pago. Assim, devem escrever a lei da função $v = 10 + 6m$. O uso de variáveis diferentes do livro possibilita aos estudantes identificar que realmente qualquer letra poderia representá-las.

### Valor numérico de uma função

Explique à turma que calculamos o valor numérico de uma função a partir de um valor conhecido da variável independente. Por exemplo, para a função $f(d) = 2 + d$, quando a variável independente $d$ vale 8, o valor numérico da função é 10. Confira a seguir como representamos isso matematicamente.

Se $d = 8$, temos:

$f(8) = 2 + 8$

$f(8) = 10$

Para auxiliar a leitura do livro, se necessário, relembre que o perímetro de um polígono é o comprimento do seu contorno; então, a medida do perímetro de um polígono corresponde à soma das medidas do comprimento dos seus lados. Aproveite para retomar também que o triângulo equilátero tem todos os lados com a mesma medida de comprimento; por isso, o triângulo representado no livro tem cada lado medindo $x$ de comprimento.

MODERNA

## Atividade resolvida

Organize os estudantes em duplas e solicite que resolvam esta atividade. Circule pela sala, analisando as estratégias escolhidas por eles e fazendo as intervenções necessárias a fim de esclarecer possíveis dúvidas.

Em seguida, compare as resoluções da turma com a apresentada no livro. Assim, os estudantes podem relacionar seu conhecimento tácito com o conhecimento científico.

Caso seja possível, proponha um exercício de mesmo tipo da situação desta página: com os estudantes em duplas, um deles fala alguns números e o outro escolhe uma função e apresenta os valores numéricos dela para os números ditos pelo colega. O primeiro estudante deve descobrir qual foi a função escolhida. Ao final da rodada, oriente as duplas a trocarem os papéis e repetirem o exercício.

### Atividade resolvida

**(Encceja EF 2020)** Dois amigos, A e B, fizeram uma brincadeira: a cada número $x$, dito pelo amigo A, o amigo B respondia com um valor $y$, que seguia uma regra criada por ele. O objetivo da brincadeira era o amigo A descobrir a regra criada pelo amigo B.

Os valores observados em cada rodada dessa brincadeira estão representados no quadro.

| $x$ | $-1$ | 2 | 3 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| $y$ | $-4$ | 5 | 8 | 14 |

A expressão que representa a regra criada pelo amigo B, a partir do número $x$, é igual a:

**a.** $x + 3$. **b.** $3x - 1$. **c.** $x - 3$. **d.** $3x + 1$.

#### Resolução

Para resolver esta questão, podemos analisar as leis indicadas em cada alternativa.

Acompanhe.

**a.** **Análise de $y = x + 3$**

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| $-1$ | $-1 + 3 = 2$ |

Portanto, a alternativa **a** é incorreta.

**b.** **Análise de $y = 3x - 1$**

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| $-1$ | $3 \cdot (-1) - 1 = -3 - 1 = -4$ |
| 2 | $3 \cdot 2 - 1 = 6 - 1 = 5$ |
| 3 | $3 \cdot 3 - 1 = 9 - 1 = 8$ |
| 5 | $3 \cdot 5 - 1 = 15 - 1 = 14$ |

Portanto, a alternativa **b** é correta.

**c.** **Análise de $y = x - 3$**

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| $-1$ | $-1 - 3 = -4$ |
| 2 | $2 - 3 = -1$ |

Portanto, a alternativa **c** é incorreta.

**d.** **Análise de $y = 3x + 1$**

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| $-1$ | $3 \cdot (-1) + 1 = -3 + 1 = -2$ |

Portanto, a alternativa **d** é incorreta.

Assim, a alternativa **b** é a resposta correta desta atividade.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

## Sugestão de atividade

Forneça aos estudantes as figuras a seguir.

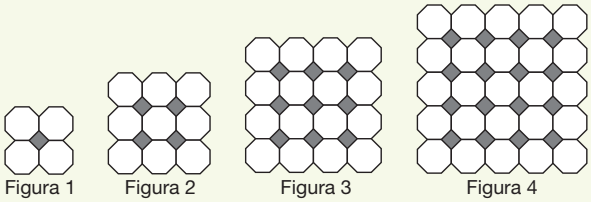


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

Peça que analisem as figuras e, em seguida, faça as perguntas a seguir.

**a)** As figuras 5 e 10 teriam quantos quadradinhos cinza?
**Resposta**: 25 e 100 quadradinhos cinza, respectivamente.

**b)** Qual é a lei da função que relaciona a posição $p$ que a figura ocupa na sequência e a quantidade de quadradinhos cinza?
**Resposta**: $f(p) = p^2$

ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

**1. a.** $y = 270x$, em que $y$ é o valor a ser pago e $x$ é a quantidade de sacas de feijão-carioca.

## Atividades

**1.** Resposta no **Manual do Professor**.

**1** Em 7 de fevereiro de 2024, o valor da saca de 60 kg de feijão-carioca em Irecê, Bahia, era de R$ 270,00. De acordo com esse preço, reproduza o quadro a seguir no caderno e complete-o. Em seguida, responda às questões propostas.

**Relação entre a quantidade de sacas de feijão-carioca e o valor a pagar**

| Quantidade de sacas | 1 | 2 | 10 | 100 | 200 |
|---|---|---|---|---|---|
| Valor a pagar (em R$) | 270 | | | | |

**a.** Qual é a lei de formação da função que relaciona quantidade de sacas de feijão-carioca e o valor a ser pago por elas?

**b.** Se uma cooperativa vendeu 6 toneladas de feijão-carioca, em 7 de fevereiro de 2024, quanto ela arrecadará com a venda? **1. b.** R$ 27.000,00

**2** Um motorista viaja de Blumenau (SC) para Caxias do Sul (RS), dirigindo seu automóvel a uma velocidade média de 80 km/h. A distância entre os dois municípios mede 420 km, e a duração da viagem foi estimada em aproximadamente 5 horas.

Analisando essa situação, classifique cada uma das afirmações em verdadeira ou falsa.

**a.** A medida da distância entre Blumenau e Caxias do Sul depende da medida da velocidade do automóvel. **2. a.** Falsa.

**b.** A medida do tempo gasto na viagem depende da medida da velocidade do automóvel. **2. b.** Verdadeira.

**c.** A medida do tempo gasto na viagem depende da medida da distância do percurso. **2. c.** Verdadeira.

**3. b.** R$ 2.100,00

**3** Alessandra trabalha como pintora e recebe R$ 150,00 por dia trabalhado.

**a.** Determine a lei da função que relaciona o valor recebido com a quantidade de dias trabalhados. **3. a.** Resposta possível: $f(x) = 150 \cdot x$, em que $f(x)$ é o valor recebido (em R$) e $x$ é a quantidade de dias trabalhados.

**b.** Calcule quanto Alessandra receberá se trabalhar 14 dias.

**c.** Calcule a quantidade de dias que ela trabalhou, sabendo que recebeu R$ 4.500,00 de um cliente. **3. c.** 30 dias.

**4** Considere uma função dada por $f(x) = \frac{x+3}{x}$, em que $x$ é um número real não nulo. Determine:

**a.** $f(23)$; **4. a.** $\frac{26}{23}$

**b.** $f(3)$; **4. b.** 2

**c.** o valor de $x$ para $f(x) = 3$; **4. c.** $\frac{3}{2}$

**d.** o valor de $x$ para $f(x) = 0$. **4. d.** $-3$



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODELO

MODERNA

Na **atividade 2**, os estudantes devem analisar a situação apresentada e identificar se a medida do tempo de viagem, a medida da distância entre as duas cidades e a medida da velocidade do automóvel dependem entre si.

Amplie a **atividade 3** desenvolvendo um contexto em que o salário é dado por uma parte fixa e outra variável a fim de atribuir significado a funções do tipo $f(x) = ax + b$, com $a$ e $b$ reais. Por exemplo, questione os estudantes a respeito do salário de uma pessoa que receba um salário mínimo e uma comissão de 5% sobre as vendas efetivadas por ela. Os estudantes podem compreender que o salário, $f(x)$, será dado por $f(x) = 0{,}05x + b$ em que $x$ corresponde ao valor das vendas efetivadas pela pessoa e $b$ ao valor do salário mínimo vigente.

A **atividade 4** solicita o cálculo do valor numérico da função dada para os valores de $x = 23$ e $x = 3$ (**itens a** e **b**) e a determinação do valor da variável independente $x$ a partir do valor numérico da função fornecido (**itens c** e **d**). Circule pela sala conferindo as estratégias utilizadas pela turma para resolver a atividade, principalmente os **itens c** e **d**, resolvendo dúvidas e indicando as correções necessárias.

## Atividades

Resposta da **atividade 1**:

**Relação entre a quantidade de sacas de feijão-carioca e o valor a pagar**

| Quantidade de sacas | 1 | 2 | 10 | 100 | 200 |
|---|---|---|---|---|---|
| Valor a pagar (em R$) | 270 | 540 | 2.700 | 27.000 | 54.000 |

## Representação gráfica de uma função

Na lousa, represente um plano cartesiano e peça aos estudantes que localizem alguns pontos. Relembre que o primeiro número do par ordenado corresponde à coordenada do eixo das abscissas, e o segundo número, à coordenada do eixo das ordenadas.

As situações apresentadas neste tópico possibilitam entender por que alguns gráficos apresentam linhas contínuas e outros não. Trabalhe cada uma das situações quanto ao modo como as variáveis se relacionam e às respectivas representações gráficas.

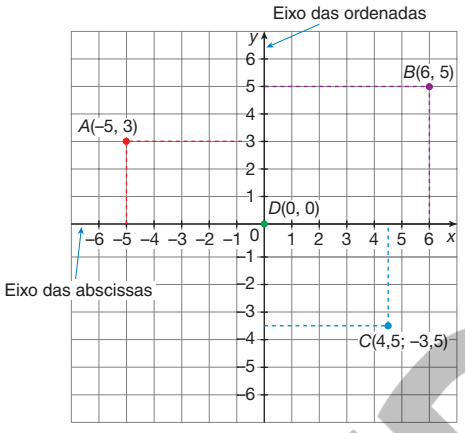
Aproveite o tema abordado na **situação 1** para destacar que o óleo de cozinha não deve ser descartado na pia, evitando a contaminação da água e da rede de esgoto, e para falar sobre a importância da reciclagem de produtos como o óleo, desenvolvendo o TCT Educação Ambiental e o **ODS 12** (Consumo e produção responsáveis). Pode ser proposta uma campanha de coleta de óleo na escola caso algum estudante saiba fazer sabão. Destaque a necessidade de usar proteção, como luvas, máscara e óculos, e ter muito cuidado na produção do sabão, seguindo os processos corretos para evitar reações inesperadas dos produtos utilizados.

# Representação gráfica de uma função

Já estudamos que um par ordenado pode ser representado por um ponto em um plano cartesiano.

Observe no plano cartesiano como representamos os pares ordenados a seguir.

- $A(-5, 3)$
- $B(6, 5)$
- $C(4{,}5; -3{,}5)$
- $D(0, 0)$




O plano cartesiano consiste em duas retas reais perpendiculares entre si (**eixos**) cujo ponto de intersecção corresponde ao par ordenado (0, 0), que é a **origem** do plano.

Toda situação em que é possível expressar uma grandeza em função da outra pode ser representada em um plano cartesiano na forma de um gráfico. Acompanhe algumas situações a seguir.

### Situação 1

O óleo de cozinha após ser utilizado pode ser reaproveitado para fazer sabão caseiro ou biodiesel, entre outras coisas. Estabelecimentos comerciais e residências devem separar o óleo utilizado, evitando, assim, que este seja jogado diretamente na rede de esgotos.

Para fazer uma receita de 10 kg de sabão caseiro devem ser utilizados 4 litros de óleo de cozinha usado. Assim, a quantidade de óleo é função da quantidade de receitas de sabão que se quer fazer.




Cartaz de campanha de reciclagem de óleo.

LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA
PREFEITURA DE CAMPO LARGO/SECRETARIA MUNICIPAL DE MEIO AMBIENTE
Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

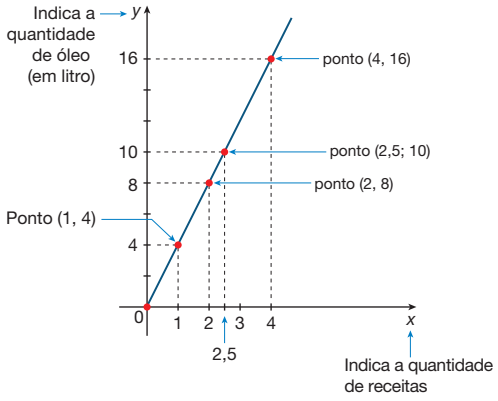
No quadro a seguir, apresentamos essa relação:

**Relação entre a quantidade de receitas de sabão e a quantidade de óleo**

| **Quantidade de receitas** | 0 | 1 | 2 | 2,5 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| **Quantidade de óleo (em L)** | 0 | 4 | 8 | 10 | 16 |

Para representar os dados do quadro em um plano cartesiano, devemos usar os números de cada coluna do quadro como as coordenadas dos pontos.

Observe que os pontos obtidos estão alinhados. Supondo que o número de receitas e a quantidade de óleo possam assumir qualquer valor real maior ou igual a 0, o gráfico será uma linha contínua com início no par ordenado (0, 0).




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

## Situação 2

Um programa de computador determina o quadrado de qualquer número real inserido nele. Acompanhe no quadro a seguir os números inseridos no programa e os números correspondentes que ele determinou.

**Relação entre o número inserido no programa e o número determinado**

| **Número inserido** | −2 | −1,5 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| **Número determinado** | 4 | 2,25 | 0 | 1 | 4 |

Os números determinados foram obtidos em função dos números inseridos.

Cada par de números (número inserido, número determinado) forma um par ordenado, e eles podem ser representados por pontos em um plano cartesiano.



Na lousa, represente o quadro da relação entre a quantidade de receitas de sabão e a quantidade de óleo em um plano cartesiano. Explique à turma que o eixo das abscissas deve corresponder à variável independente (nesta situação, quantidade de receitas de sabão) e o eixo das ordenadas, à variável dependente (nesta situação, quantidade de óleo). Em seguida, peça aos estudantes que identifiquem, no plano cartesiano, os pontos referentes aos dados apresentados no quadro.

Escolha mais quantidades de receitas de sabão para que os estudantes identifiquem as quantidades necessárias de óleo e, depois, representem os pares ordenados obtidos no plano cartesiano.

Na lousa, copie o quadro da relação entre o número inserido no programa e o número determinado e proponha aos estudantes que representem em um plano cartesiano os pontos referentes à **situação 2**.

MODERNA

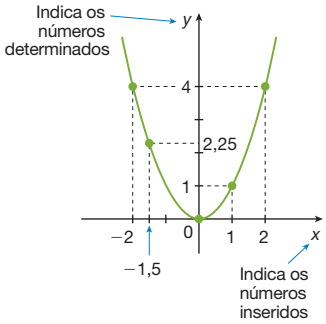
Destaque aos estudantes que, como o número inserido é real, a linha do gráfico deve ser contínua. Desafie-os a representar essa linha. Depois, mostre como deve ser o gráfico que representa essa situação. Se achar necessário, explique a eles que o nome dessa linha é parábola.

Na **situação 3**, chame a atenção da turma para o fato de que a quantidade de folhas é um número natural. Então, o gráfico que representa a relação entre o número de folhas e seu preço não será uma linha contínua.

Assim como nas outras situações, reproduza o quadro na lousa e represente um plano cartesiano para que os estudantes identifiquem os pontos do quadro e outros da sua escolha.

Se possível, aproveite o contexto apresentado para trabalhar o TCT Educação Ambiental e o **ODS 12** (Consumo e produção responsáveis) ao propor à turma uma pesquisa sobre itens que podem ser produzidos com material reciclado, como o caderno feito de papel reciclado.

Assim, como na situação anterior, o gráfico da função é uma linha contínua; só que ela não tem início nem fim.




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

### Situação 3

Por contribuir para a redução da quantidade de árvores derrubadas, a reciclagem de papel é também uma atitude sustentável.

Observe no quadro o preço do papel reciclado em determinada papelaria.

**Relação entre a quantidade de folhas de papel reciclado e o preço**

| **Quantidade de folhas** | 1 | 10 | 15 | 20 |
|---|---|---|---|---|
| **Preço (em R$)** | 0,10 | 1,00 | 1,50 | 2,00 |



PRAPANNSHUTTERSTOCK

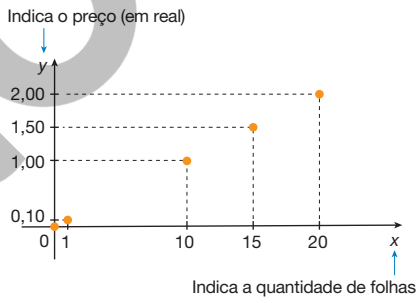
Caderno de papel reciclado.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Nesse caso, também podemos representar os pares ordenados (quantidade de folhas e preço) em um plano cartesiano.

Como a quantidade de folhas é um número natural – pois não há quantidades negativas de folhas, e as folhas não são vendidas em pedaços –, o gráfico dessa função **não** é uma linha contínua, mas sim pontos alinhados.

No gráfico a seguir, representamos somente alguns desses pontos.




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

## Atividade resolvida

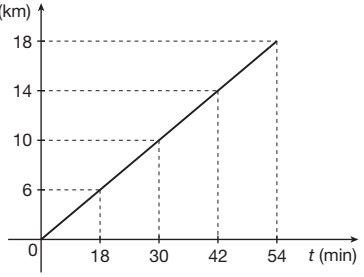
**(Encceja EM PPL 2018)** O técnico de uma maratonista está monitorando os tempos obtidos pelo atleta em seu treinamento. Ele registrou o tempo gasto e a distância percorrida durante uma sessão de treinos, conforme indicado. Em seguida, observou que o tempo gasto era diretamente proporcional à distância percorrida.

| Distância percorrida *d* (em km) | Tempo gasto *t* (em min) |
|---|---|
| 6 | 18 |
| 10 | 30 |
| 14 | 42 |
| 18 | 54 |

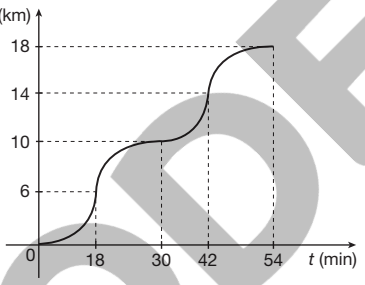
Para a divulgação impressa desses resultados, optaram pela apresentação dos dados observados em um gráfico cartesiano, mostrando a distância percorrida *d* e o tempo gasto *t*.

Qual gráfico representa a relação entre a distância percorrida *d* e o tempo gasto *t*?

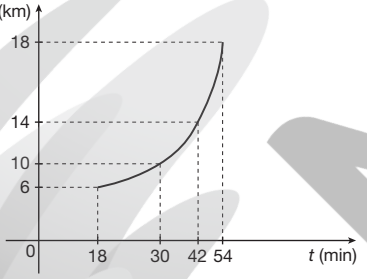
**a.**



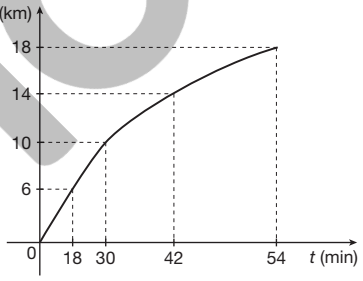

**c.**




**b.**




**d.**




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



### Atividade resolvida

A atividade desta página aborda a identificação do gráfico que representa a relação entre a medida da distância percorrida por um maratonista e a medida do tempo gasto por ele.

Antes de apresentar a resolução do livro, organize os estudantes em duplas e incentive-os a trocar ideias e estratégias para resolverem a atividade. Circule pela sala tirando dúvidas ou fazendo as correções necessárias nos procedimentos usados pela turma.

MODERNA

Compare as resoluções da turma com a apresentada no livro. Assim, os estudantes podem relacionar o conhecimento tácito com o conhecimento científico.

Se considerar conveniente, aproveite o assunto da atividade para perguntar aos estudantes se praticam atividade física e/ou qual esporte preferem praticar. Destaque a eles que realizar atividade física é fundamental para a qualidade de vida, pois exercícios físicos são importantes para a saúde. Além disso, converse com a turma sobre outras práticas que melhoram nossa saúde, trabalhando o TCT Saúde e o **ODS 3** (Saúde e bem-estar). Com base nas informações apresentadas pelos estudantes, comente que, além da prática de atividades físicas, devemos ter uma alimentação equilibrada, beber bastante água, evitar muito sal e açúcar, dormir bem, ter momentos de lazer, manter boas relações com amigos e familiares, entre outros.

**Resolução**

Para resolver a atividade, vamos representar os dados do quadro em um sistema cartesiano.

Pelo enunciado, sabemos que a medida do tempo gasto é diretamente proporcional à medida da distância percorrida; note que 1 km é percorrido a cada 3 minutos.

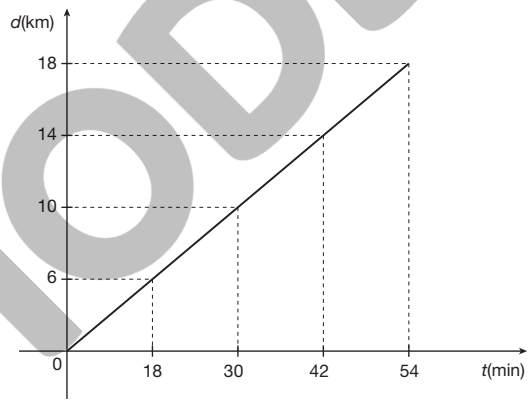
**Relação entre a medida da distância percorrida pela maratonista e a medida do tempo gasto**

| | Medida da distância percorrida *d* (em km) | Medida do tempo gasto *t* (em min) | |
|---|---|---|---|
| | 6 | 18 | |
| + 4 | 10 | 30 | + 12 |
| + 4 | 14 | 42 | + 12 |
| + 4 | 18 | 54 | + 12 |

Observe que, apesar de não estar representado no quadro, o ponto (0, 0) deve ser o ponto inicial, pois a maratonista parte do repouso, ou seja, no minuto 0, ela percorreu 0 quilômetro.

Perceba que os pontos estão alinhados e, como a medida do tempo gasto pode assumir qualquer valor real maior ou igual a 0, o gráfico será uma linha contínua com início no par ordenado (0, 0).

Assim, temos o seguinte gráfico:




Portanto, a alternativa **a** é a resposta correta desta atividade.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.
ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA
MODERNA

## Atividades

**5** Leia esta notícia e responda às questões a seguir.

### Embalagens retornáveis podem eliminar 1 trilhão de garrafas e copos descartáveis

ODS 12

[...]

Um novo relatório divulgado na última segunda-feira (13) destaca a necessidade urgente das embalagens retornáveis de bebidas como solução para a crise global do plástico. Produzido pela Oceana, organização que trabalha pela proteção dos mares, o estudo mostra que um aumento de apenas 10 pontos percentuais de embalagens retornáveis de bebidas até 2030 poderia eliminar mais de 1 trilhão de garrafas e copos plásticos descartáveis e evitar que até 153 bilhões desses recipientes poluam oceanos e rios em todo o mundo. O volume desse 1 trilhão de garrafas e copos não produzidos, empilhados um em cima do outro, equivale à distância de ida e volta à lua mais de 300 vezes.

[...]



BETO CELLI/PULSAR IMAGENS

Globalmente, a cada minuto, o equivalente a dois caminhões de lixo plástico é despejado no oceano.

**Fonte:** EMBALAGENS retornáveis podem eliminar 1 trilhão de garrafas e copos descartáveis. **Oceana Brasil**, 26 nov. 2023. Disponível em: https://brasil.oceana.org/comunicados/embalagens-retornaveis-podem-eliminar-1-trilhao-de-garrafas-e-copos-descartaveis/#:~:text=Produzido%20pela%20Oceana%2C%20organiza%C3%A7%C3%A3o%20que,153%20bilh%C3%B5es%20desses%20recipientes%20poluam. Acesso em: 30 mar. 2024.

**5. a.** Resposta pessoal.

**a.** Em sua opinião, por que a reciclagem de garrafas PET é importante?

**b.** Em julho de 2023, na região metropolitana de Belo Horizonte, o preço médio pago por quilograma de garrafas PET para reciclagem era de R$ 0,98. De acordo com essa informação, copie o quadro a seguir no caderno e complete-o.

**5. b.** Resposta no **Manual do Professor**.

**Relação entre a medida da massa de garrafas PET e o preço total pago**

| Medida da massa (em kg) | 1 | | | 6 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|
| Preço (em R$) | 0,98 | 2,94 | 4,90 | | |

MODELO

**c.** Determine a lei de formação da função que representa o preço pago em função da medida da massa de garrafas PET.

**5. d.** Resposta no **Manual do Professor**.

**d.** Represente, em uma folha de papel quadriculado, o gráfico dessa função.

**5. c.** Resposta possível: $f(x) = 0{,}98x$, em que $f(x)$ é o preço pago (em R$) e $x$ é a medida da massa de garrafas PET (em kg).

215

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

## Atividades

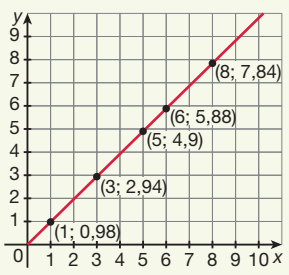
Na **atividade 5**, trabalhe o TCT Educação Ambiental e o **ODS 12** (Consumo e produção responsáveis) ao conversar com os estudantes sobre os problemas gerados pelo descarte de garrafas PET. Se possível, incentive-os a pesquisar mais informações acerca desse assunto; o *site* https://www.ecycle.com.br/garrafa-pet/ (acesso em: 1 maio 2024) pode ser indicado como referência para essa busca.

Resposta do **item b** da **atividade 5**:

**Relação entre a medida da massa de garrafas PET e o preço total pago**

| Medida da massa (em kg) | 1 | 3 | 5 | 6 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|
| Preço (em R$) | 0,98 | 2,94 | 4,90 | 5,88 | 7,84 |

Resposta do **item d** da **atividade 5**:




ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

Na **atividade 7**, acompanhe a turma durante a resolução, corrigindo ou complementando as estratégias utilizadas. Se julgar conveniente, informe aos estudantes que, na prática, imaginamos o traçado de retas paralelas ao eixo *y* e verificamos se cada reta intercepta o gráfico em um único ponto. Em caso afirmativo, o gráfico representa uma função.

A **atividade 8** trabalha a identificação da relação de dependência entre as variáveis medida da altura de uma planta e medida do tempo de seu crescimento com base na interpretação do gráfico. Os **itens a** e **b** preparam os estudantes para que cheguem à lei de formação da função correspondente ao gráfico apresentado.

**6** Um recipiente com água é levado ao fogo até que a água ferva. O quadro a seguir mostra a variação da medida da temperatura da água em função da medida do tempo.

**Relação entre a medida do tempo e a medida da temperatura da água**

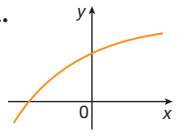
| Medida do tempo (em min) | 0 | 2 | 4 | 6 | 7,5 |
|---|---|---|---|---|---|
| Medida da temperatura (em °C) | 25 | 50 | 75 | 100 | 100 |

O gráfico da função que representa a variação da medida de temperatura da água em função da medida do tempo pode ser representado por uma linha contínua? Justifique. **6.** Sim, pois a grandeza tempo pode assumir qualquer valor real.

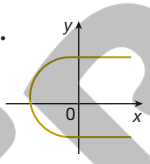
**7** Em uma função, para cada valor real de *x* é obtido um único valor real de *y*.

De acordo com essa informação, reúna-se com um colega e identifiquem qual dos dois gráficos representa uma função. **7.** Gráfico do item **a**.

**a.**

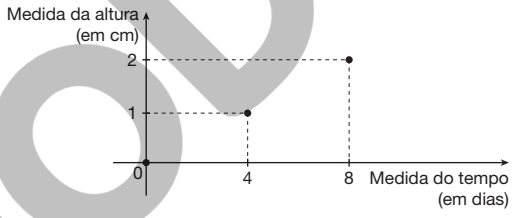



**b.**




Como vocês chegaram a essa conclusão? Converse com o professor e os colegas.

**8** Um cientista colocou uma planta para germinar e mediu seu crescimento, em centímetro, por alguns dias. O resultado de três medições foi representado no gráfico a seguir.




Considerando que a planta continuou a crescer nesse ritmo, responda.

**a.** Qual era a medida da altura da planta no 6º dia? **8. a.** 1,5 cm

**b.** Em que dia a planta atingiu os 10 cm? **8. b.** 40º dia.

**c.** Esse gráfico representa uma função? Em caso positivo, escreva a lei dessa função. **8. c.** Sim; $a = \frac{1}{4}t$, em que $a$ é a medida da altura da planta (em cm) e $t$ é a medida do tempo (em dias).



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA
ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA
Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.
MODERNA

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

## Sustentabilidade industrial: aplicando sustentabilidade na indústria

ODS 7 ODS 9 ODS 12

A sustentabilidade industrial tem sido foco das discussões sobre a temática que envolve questões não apenas ambientais, mas que também visam o crescente lucro, ou de condições favoráveis às indústrias.



HUHU/SHUTTERSTOCK

Uma das perguntas centrais das discussões em torno do desenvolvimento sustentável das indústrias é: como é possível torná-las ecologicamente éticas e ao mesmo tempo produtivas (que gerem lucros rápidos)?

A forma mais utilizada para tornar a indústria sustentável é, sem dúvida, a adoção de projetos sustentáveis com vistas na geração de energia limpa e renovável, além de medidas de ordens sociais e ambientais que possam ser vantajosas, como, por exemplo, as atitudes que permitam uma geração de emprego sustentável nas comunidades que extraiam a matéria-prima utilizada pela indústria em questão; um outro exemplo de atitude sustentável é a reeducação dos funcionários e o treinamento destes para tornar a produção mais ecologicamente ética. [...]

Quando as indústrias já são sustentáveis, tem-se o cuidado de manter tais medidas e de sempre utilizar um investimento reservado à aplicação de novas técnicas nas suas produções. Um exemplo de indústria sustentável são as que produzem o açúcar e que utilizam o bagaço de cana para a geração de energia, ou aquelas que se referem à produção de cosméticos e de celulose que incentivam não somente o replantio, mas que também criam áreas de reservas intocáveis. A reciclagem e o aproveitamento de todos os materiais, como a utilização hídrica, também representam um interesse comum da sustentabilidade industrial.

A adoção da sustentabilidade industrial, além de ser uma medida ética e produtiva, também ganha um espaço cada vez maior em questão de aceitabilidade dos consumidores.

OBJETO DIGITAL
Imagem: Sustentabilidade na indústria têxtil

**Fonte:** ABREU, Carlos. Sustentabilidade industrial: aplicando sustentabilidade na indústria. **Coppi**, 16 ago. 2012. Disponível em: https://coppi.com.br/sustentabilidade-industrial-aplicando-sustentabilidade-na-industria/. Acesso em: 7 fev. 2024.

**1.** Resposta pessoal.

1 Em sua opinião, em que setores a sustentabilidade poderia ser aplicada?

2 Que vantagens a sustentabilidade traria para a sociedade? **2.** Resposta pessoal.

217

### Sustentabilidade industrial: aplicando sustentabilidade na indústria

O texto desta página aborda como ações sustentáveis podem tornar as indústrias ecologicamente éticas e ainda aumentar seu lucro. Uma sugestão é solicitar aos estudantes que façam uma pesquisa a respeito de ações sustentáveis adotadas por empresas que trouxeram retorno financeiro positivo e contribuíram para o meio ambiente, como o uso de energia de fontes renováveis, desenvolvendo o TCT Educação Ambiental, o **ODS 7** (Energia limpa e acessível), o **ODS 9** (Indústria, inovação e infraestrutura) e o **ODS 12** (Consumo e produção responsáveis). Depois, oriente os estudantes a apresentarem os resultados da pesquisa da maneira que preferirem; podem usar cartazes, fazer um seminário, apresentar na forma de cordel ou de teatro, postar imagens e/ou vídeos nas redes sociais etc.

### Imagem: Sustentabilidade na indústria têxtil

Esta imagem apresenta retalhos de tecidos jogados na natureza que poderiam ser reutilizados pela indústria têxtil em vez de serem descartados incorretamente.

Se possível, aprofunde o tema incentivando os estudantes a pesquisarem mais informações sobre a produção, o consumo e o descarte de roupas, como quanto de matéria-prima é gasto para produzir uma calça *jeans*, por exemplo, e quantos anos leva para uma peça de roupa se decompor. Durante a apresentação das informações obtidas, leve a turma a perceber que a produção de roupas utiliza muita água e produtos químicos tóxicos e que cada vez mais as peças do vestuário têm sido consideradas descartáveis, tornando lixo têxtil algo que poderia ser vendido em bazares, feiras ou brechós. Essa ampliação trabalha o **ODS 9** (Indústria, inovação e infraestrutura), o **ODS 12** (Consumo e produção responsáveis) e os TCTs Educação Ambiental e Educação para o Consumo.

MODERNA

## Função afim

Este tópico introduz o conceito de função afim por meio de uma situação em que se estabelece a relação entre o valor gasto, em reais, por Francisco na volta para casa e a quantidade de etanol, em litros, que ele usou para abastecer seu automóvel. No entanto, nessa relação, é considerado também o valor do pedágio da rodovia (R$ 7,40). Se julgar interessante, apresente a situação aos estudantes e desafie-os a escrever a lei da função que a representa.

Após definir o que é uma função afim, verifique se a turma identifica, em $y = 4{,}20x + 7{,}40$, que temos $a = 4{,}20$ e $b = 7{,}40$.

Verifique se os estudantes percebem que podemos construir o gráfico de uma função afim conhecendo apenas as coordenadas de dois de seus pontos.

# Função afim

Acompanhe a situação descrita a seguir.

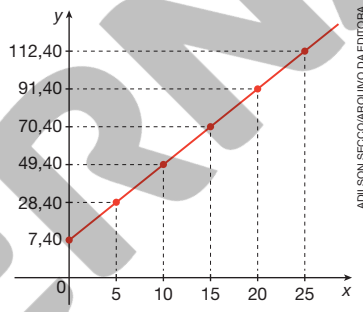
Francisco mora em uma cidade e trabalha em outra. Um dia, ao voltar para casa, ele fez duas paradas: uma para abastecer seu automóvel e outra para pagar o pedágio da rodovia, no valor de R$ 7,40. Sabendo que o preço do litro de etanol é R$ 4,20 no posto onde Francisco abasteceu, quanto ele vai gastar na volta para casa se abastecer o automóvel com 15 L de combustível? E se ele abastecer com 25 L?

O valor gasto por Francisco na volta para casa, representado por $y$, depende da quantidade $x$ de litros de etanol mais o valor do pedágio. Esse total pode ser expresso por: $y = 4{,}20x + 7{,}40$.

Observe, no quadro a seguir, o cálculo do valor a pagar por alguns litros de etanol adicionado ao valor do pedágio e, no gráfico, a representação dos pontos correspondentes.

**Relação entre a quantidade de etanol e o valor gasto na volta para casa**

| Quantidade de etanol (em L) | Valor gasto (em R$) |
|---|---|
| $x$ | $y = 4{,}20 \cdot x + 7{,}40$ |
| 0 | 7,40 |
| 5 | 28,40 |
| 10 | 49,40 |
| 15 | 70,40 |
| 20 | 91,40 |
| 25 | 112,40 |




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Note que os pontos desse gráfico estão alinhados. Como $x$ pode assumir qualquer valor real maior ou igual a zero, até a capacidade máxima do tanque, o gráfico dessa função é uma linha contínua, que começa em (0; 7,40) e se prolonga até o ponto cujo valor de $x$ correspondente à capacidade máxima do tanque. O gráfico dessa função é parte de uma reta.

Note que a lei $y = 4{,}20x + 7{,}40$ é do tipo $y = ax + b$, em que $a$ e $b$ são números reais.

Uma **função afim** é uma função da forma $y = ax + b$, em que $a$ e $b$ são números reais, e $x$ pode ser qualquer número real.

**OBJETO DIGITAL**
Infográfico: Etanol ou gasolina?

A seguir, apresentamos algumas leis que representam funções afins:

- $y = 2x$, em que $a = 2$ e $b = 0$.
- $y = \sqrt{3}x - 7$, em que $a = \sqrt{3}$ e $b = -7$.
- $y = -10$, em que $a = 0$ e $b = -10$. Em casos como esse, em que $a = 0$, chamamos a função afim de **função constante**.



### Infográfico: Etanol ou gasolina?

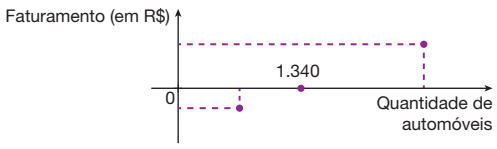
Este infográfico compara etanol e gasolina em relação a potencial energético, produção de gás carbônico e origem, levando os estudantes a perceberem que, embora a queima da gasolina tenha maior potencial energético, a queima e a produção do etanol produzem menos gás carbônico; além disso, a gasolina é obtida de recurso não renovável (petróleo), mas o etanol é derivado de recursos renováveis de origem vegetal. Assim, o infográfico trabalha o TCT Educação Ambiental, o **ODS 7** (Energia limpa e acessível) e o **ODS 12** (Consumo e produção responsáveis).

Incentive a turma a pesquisar o preço dos combustíveis onde moram e pergunte aos estudantes que têm automóvel quantos quilômetros por litro o carro deles faz. Proponha a escrita de uma função afim que relacione a medida $x$ da distância, em quilômetro, e o gasto $y$ com combustível, em real.

**Atividade oral:** Se vender menos do que 1.340 automóveis, a indústria terá prejuízo. Se vender mais de 1.340 automóveis, a indústria terá lucro. Se vender exatamente 1.340 carros não terá nem lucro e nem prejuízo.

## Análise do gráfico de uma função

Para determinadas situações, é interessante analisar o gráfico de uma função. Observe, por exemplo, o gráfico a seguir. Ele indica o faturamento de uma indústria de acordo com a quantidade de automóveis vendidos. No eixo *y*, é representado o faturamento (prejuízo ou lucro); no eixo *x*, é representada a quantidade de automóveis vendidos.




ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA



PEDRO VILELA/GETTY IMAGES

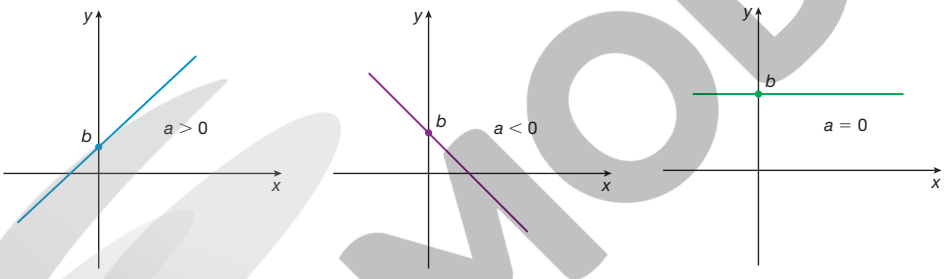
Linha de montagem de uma indústria automobilística em Betim (MG). Foto de 2020.

Observando o gráfico, quais são as condições para que a indústria tenha prejuízo ou lucro? E para que não tenha nem prejuízo e nem lucro? Converse com os colegas e o professor e explique como você chegou a essa conclusão.

Uma forma de analisar o gráfico de uma função é verificar para quais valores de *x* a função $f(x)$ é positiva, para quais valores é negativa e para qual valor é nula.

Considerando que a função afim de lei $y = ax + b$, para todo *x* real, é uma reta, note o que ocorre quando variamos o valor de *a*.

- quando *a* é positivo, dizemos que a função é **crescente**;
- quando *a* é negativo, dizemos que a função é **decrescente**;
- quando *a* é igual a zero, a lei da função é $y = b$. Nesse caso, em que a função é constante, o gráfico coincide com o eixo *x* ou é paralelo a ele.




ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

**Observação:** o gráfico da função afim $y = ax + b$ intersecta o eixo *y* no par ordenado $(0, b)$.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



### Análise do gráfico de uma função

Na **atividade oral**, os estudantes devem interpretar o gráfico de uma função afim e analisar quais são as condições para que a indústria automobilística tenha lucro ou prejuízo. Neste momento, é importante que eles percebam que precisam identificar para quais valores de *x* a função $f(x)$ é positiva, negativa ou nula.

Para analisar o que ocorre com o gráfico de uma função afim de lei $y = ax + b$, para qualquer número real *x*, represente na lousa alguns gráficos de diferentes funções afins e peça aos estudantes que indiquem o que ocorre com o gráfico quando *a* é positivo, negativo ou nulo.

Se houver laboratório de informática na escola, leve os estudantes até lá para que utilizem um *software* de Geometria dinâmica. Eles devem fazer alguns gráficos de funções afins e analisar como esses gráficos se comportam de acordo com os valores de *a* na lei $y = ax + b$. Ao construírem e manipularem objetos matemáticos com o auxílio da tecnologia, os estudos se tornam dinâmicos e interativos, possibilitando uma aprendizagem significativa.

## Atividade resolvida

A atividade desta página apresenta um quadro que relaciona a medida de distância percorrida (*d*), em quilômetro, e o preço total a pagar (*P*), em real, para que os estudantes identifiquem a lei da função.

Organize-os em duplas e peça que resolvam esta atividade. Analise as estratégias escolhidas por eles e faça as intervenções necessárias.

Depois, compare as resoluções da turma com a apresentada no livro. Assim, os estudantes podem relacionar o conhecimento tácito com o conhecimento científico. Caso ninguém tenha usado o cálculo do valor numérico da função de cada item a partir dos valores de *d* fornecidos no quadro, apresente essa possibilidade de resolução.

### Atividade resolvida

**(Encceja EF 2020)** Uma empresa realiza o transporte de mudanças intermunicipais. Para facilitar o trabalho dos funcionários na elaboração de orçamentos, disponibiliza um quadro que relaciona o preço a ser cobrado com a distância percorrida entre a coleta e a entrega dos objetos. O preço total a pagar (*P*) é composto por um valor proporcional à quantidade de quilômetros percorridos (*d*), acrescido de um valor fixo de R$ 400,00, referente ao carregamento e à descarga dos objetos.

| **Distância percorrida (km)** | 10 | 20 | 30 | ... |
|---|---|---|---|---|
| **Preço total a pagar (R$)** | 430 | 460 | 490 | ... |

De acordo com as informações apresentadas no quadro, a expressão algébrica que relaciona o preço total a pagar (*P*) em função da quantidade de quilômetros percorridos, *d*, é:

**a.** $P = 400 + 3d$.

**b.** $P = 400 + 10d$.

**c.** $P = 400d + 3$.

**d.** $P = 3d + 10$.

#### Resolução

Pelo enunciado, sabemos que o preço total a pagar, em real, (*P*) é composto de duas partes, uma fixa (400) e outra proporcional à quantidade de quilômetros percorridos (*d*). Assim, essa outra parte, que é variável, deve ser representada pelo produto da constante de proporcionalidade (*a*), que é um número real, pela quantidade de quilômetros percorridos *d*.

Assim, $P = 400 + ad$.

Dessa maneira, já podemos descartar as alternativas **c** e **d**.

Note, pelo quadro, que os preços totais a pagar para as distâncias percorridas 10, 20 e 30 km foram (400 + 30) reais, (400 + 60) reais e (400 + 90) reais, respectivamente, o que nos mostra que a constante de proporcionalidade *a* é igual a 3, pois, 430 é igual a $400 + 3 \cdot 10$, 460 é igual a $400 + 3 \cdot 20$ e 490 é igual a $400 + 3 \cdot 30$.

Portanto, a expressão algébrica que relaciona o preço total a pagar (*P*) em função da quantidade de quilômetros percorridos (*d*) é dada por:

$$P = 400 + 3d$$

Assim, a alternativa **a** é a resposta correta desta atividade.



MODERNA

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

**10. b.** O zero da função será um único número, em que $x = -\frac{b}{a}$, com $a \neq 0$.

## Atividades

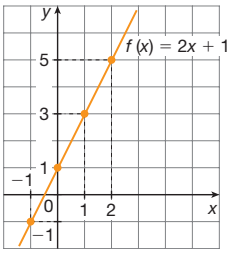
**9** Observe o quadro e o gráfico e, depois, responda às questões. **9. a.** Sim.

**a.** Se aumentarmos o valor atribuído a $x$, o valor de $f(x)$ também aumentará?

**b.** Essa função é crescente ou decrescente? **9. b.** Crescente.

**Relação entre $x$ e $f(x)$**

| $x$ | $f(x)$ |
|---|---|
| –1 | –1 |
| 0 | 1 |
| 1 | 3 |
| 2 | 5 |




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

**10. c.** Resposta no **Manual do Professor**.

**10** Em toda função $f$, cada valor de $x$ em que $f(x) = 0$ é chamado de **zero da função**. Com base nessa informação, responda às questões:

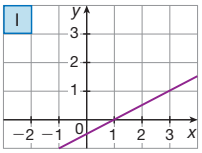
**a.** Qual é o zero da função cuja lei é $f(x) = 2x + 1$? **10. a.** $x = -\frac{1}{2}$

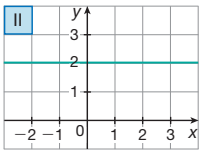
**b.** Qual é o zero da função afim, de lei $y = ax + b$, com $a \neq 0$? Esse valor é único?

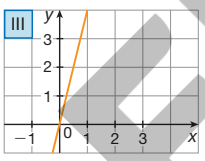
**c.** Construa o gráfico da função cuja lei é $f(x) = 2x - 1$ e localize o zero da função. O que podemos concluir em relação ao eixo $x$?

**11** Associe a lei da função ao respectivo gráfico. **11.** A–II, B–III, C–I.

| | |
|---|---|
| **A** | $y = 2$ |
| **B** | $y = 4x$ |
| **C** | $y = \frac{x-1}{2}$ |




ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

**12** O lucro mensal ($L$) de uma empresa é dado por uma função cuja lei é $L(x) = 6x - 3.000$, em que $x$ representa a quantidade de produtos vendidos pela empresa em um mês.

**a.** Se a empresa vender somente 30 produtos em um mês, ela terá lucro ou prejuízo? De quanto? **12. a.** Prejuízo de R$ 2.820,00.

**b.** Qual é a quantidade mínima de produtos que a empresa precisa vender para obter algum lucro? **12. b.** 501 produtos.

**13** Uma operadora de telefonia móvel oferece um plano mensal de serviços com custo de R$ 54,99, que inclui ligações ilimitadas e um pacote de internet com 25 GB. Além disso, o consumidor paga, caso exceda os 25 GB, R$ 5,00 por cada GB que consumir a mais.

**a.** Quanto o consumidor pagaria por sua conta se utilizasse 23 GB em um mês? E se utilizasse 30 GB? **13. a.** R$ 54,99 e R$ 79,99, respectivamente.

**b.** Um consumidor pagou R$ 64,99 por sua conta de telefonia móvel. Quantos GB esse consumidor utilizou além do plano? **13. b.** 2 GB.

**c.** Escreva a lei de formação da função que representa essa situação.

**13. c.** $v(q) = 54,99 + 5q$, em que $v(q)$ é o valor da conta e $q$ é a quantidade excedente de GB.



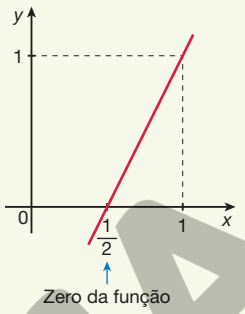
Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

### Atividades

Na **atividade 10**, é apresentada a definição de zero de uma função.

Resposta do **item c** da **atividade 10**:




ORARICCART/ARQUIVO DA EDITORA

O zero da função corresponde à abscissa do ponto em que o gráfico da função intersecta o eixo $x$.

Na **atividade 11**, os estudantes precisam analisar a lei de cada uma das funções para identificar suas respectivas representações gráficas. Se eles apresentarem dificuldades, peça que encontrem alguns pontos pertencentes a cada uma das funções, atribuindo um valor a $x$ e encontrando o respectivo valor de $y$, ou vice-versa. Verifique se a turma identifica que o gráfico III passa pelo ponto (1, 4).

No **item a** da **atividade 12**, espera-se que os estudantes percebam que devem calcular $L(30)$ e, depois, identificar que a empresa obterá lucro se esse valor for positivo, e prejuízo se ele for negativo. No **item b**, a turma deve determinar a quantidade mínima de produtos que a empresa terá que vender para obter lucro. Acompanhe as estratégias próprias dos estudantes, resolvendo dúvidas e corrigindo os procedimentos usados se for necessário. Uma possibilidade de resolução é calcular o zero da função (500), que corresponde à quantidade de produtos vendidos para que a empresa não tenha lucro nem prejuízo, e identificar o número inteiro imediatamente maior que 500 (ou seja, 501) como a quantidade mínima de produtos a serem vendidos para que a empresa tenha lucro.

## Tratamento da informação

Esta seção apresenta alguns exemplos de organização de dados coletados em uma pesquisa estatística (gráfico de setores, gráfico de linhas e infográfico) e descreve quando essas representações são mais adequadas.

Se achar conveniente, antes de iniciar a seção, peça aos estudantes que expliquem o que são e quando devem ser usados gráficos de setores, gráficos de linhas e infográficos. Valide as respostas e, com base nelas, defina esses tipos de organização de dados.

Realize as atividades orais desta página e, se possível, incentive os estudantes a compartilharem mais informações que interpretaram dos gráficos de setores e de linhas.

# TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

**Atividade oral 1:** Bronze. Espera-se que os estudantes percebam que a medida da abertura do ângulo do setor que representa as medalhas de bronze é maior que as dos outros setores, indicando que a quantidade de medalhas de bronze conquistadas foi maior que as de ouro e de prata.

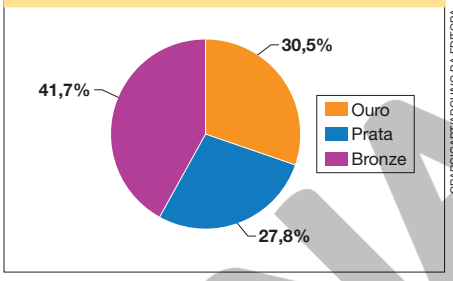
## Organização dos dados de uma pesquisa

No capítulo anterior, para realizar uma das etapas de uma pesquisa estatística, coletamos dados por meio de questionários, entrevistas ou observações. Agora, vamos estruturar as informações obtidas para facilitar a interpretação delas.

Para a organização dos dados coletados, usamos quadros, tabelas, gráficos e infográficos. Acompanhe alguns exemplos de como estruturar os dados de uma pesquisa.

Um gráfico de setores é ideal para visualizar comparações de partes de um todo, como a distribuição percentual de diferentes categorias dentro de um conjunto de dados. O total corresponde ao círculo todo, e as partes em que ele está dividido são conhecidas como setores.

**Medalhas conquistadas pelo Brasil nos Jogos Paralímpicos de Tóquio (2020)**



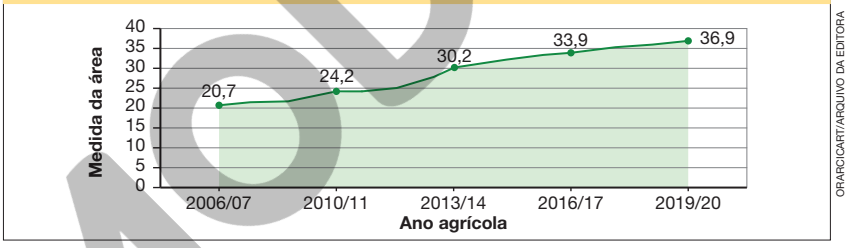

ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

**Fonte:** elaborado com base em RESULTADOS das medalhas. **Comitê Paralímpico Internacional/Tóquio 2020**, 24 ago.-5 set. 2021. Disponível em: https://www.paralympic.org/tokyo-2020/results/medalstandings. Acesso em: 30 mar. 2024.

Observe a medida da abertura dos ângulos dos setores do gráfico e responda: Qual foi o tipo de medalha mais obtida pelos atletas brasileiros nos Jogos Paralímpicos de Tóquio? Explique sua resposta.

Um gráfico de linhas é frequentemente utilizado para a apresentação de dados que variam ao longo de determinado período ou para identificar tendências de acréscimo ou decréscimo dos dados apresentados.

**Medida da área plantada de soja (em milhões de hectares)**




ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

**Fonte:** PIVETTA, Marcos; GERAQUE, Eduardo. Aumentar produtividade da soja é essencial para não elevar desmatamento. **Pesquisa Fapesp**, São Paulo, ano 23, n. 322, p. 54, dez. 2022.

Observe a inclinação da linha do gráfico e responda: Nos anos representados no gráfico, houve crescimento na medida da área plantada de soja em relação ao anterior? Explique sua resposta.

**Atividade oral 2:** Sim. Observando a inclinação da linha, é possível perceber que em todo ano apresentado houve crescimento na medida da área plantada de soja em relação ao ano anterior.

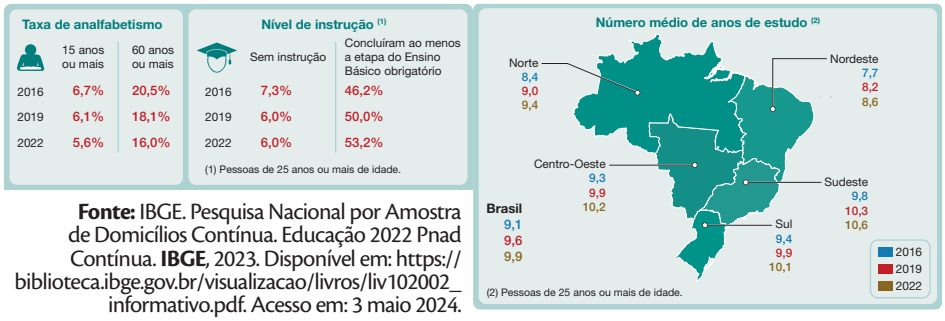
Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODELO



222

Um infográfico é uma representação visual dos dados coletados, utilizada para apresentar informações de forma rápida e clara, podendo incluir até mesmo composições de gráficos. Observe um exemplo a seguir.




ORAPICICART/ARQUIVO DA EDITORA

**Fonte:** IBGE. Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua. Educação 2022 Pnad Contínua. **IBGE**, 2023. Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv102002_informativo.pdf. Acesso em: 3 maio 2024.

Dependendo da situação, do que se pretende analisar e dos dados a serem apresentados, um tipo de gráfico pode ser mais ou menos adequado em relação a outro.

## Atividades

**1** Observe esta tabela sobre a distribuição do consumo de água no mundo de acordo com o relatório mundial publicado pelas Nações Unidas, em 2021.

**Consumo de água no mundo**

| Tipo de consumo | Porcentagem |
|---|---|
| Agrícola | 69% |
| Industrial | 19% |
| Outros | 12% |

**Fonte:** elaborado com base em KONCAGÜL, E.; TRAN, M.; CONNOR, R. **Relatório mundial das Nações Unidas sobre desenvolvimento dos recursos hídricos 2021**: o valor da água; fatos e dados. Colombella (Perúgia/Itália): Divisão de Ciências da Água/Unesco, 2021. Disponível em: https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000375751_por. Acesso em: 31 mar. 2024.

**a.** Qual tipo de gráfico você considera mais adequado para representar os dados da tabela? Justifique sua resposta. **1. a.** Resposta pessoal.

**b.** Organize os dados da tabela no gráfico escolhido no item anterior. **1. b.** Resposta pessoal.

**2** Em grupos, escolham um tema do interesse de vocês e façam uma pesquisa.

**a.** Organizem os dados coletados em uma tabela. **2. a.** Resposta pessoal.

**b.** Construam o gráfico que julgarem mais adequado para apresentar os dados obtidos.

**c.** Apresentem o resultado da pesquisa para os demais colegas. **2. c.** Resposta pessoal.

**2. b.** Resposta pessoal.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

Na **atividade 1**, espera-se que os estudantes identifiquem a pertinência do gráfico de setores para representar os dados apresentados na tabela.

Na **atividade 2**, retome com a turma as etapas de uma pesquisa, como definição do tema, escolha da população ou da amostra, realização da coleta dos dados, organização das informações coletadas, análise, interpretação e divulgação dos resultados.

Para organizar as informações coletadas em uma tabela e em um gráfico (**itens a** e **b**), relembre a necessidade de ambos terem título e fonte.

Para ampliar, sugira aos estudantes que representem os dados da pesquisa da **atividade 2** em outro tipo de gráfico a fim de que comparem as diferentes representações.

Se achar conveniente, para concluir esta atividade, peça aos estudantes que elaborem um texto relatando como foi realizar a pesquisa, destacando os pontos que julgarem mais importantes durante o desenvolvimento da proposta e as dificuldades encontradas durante o processo. Por fim, abra uma roda de conversa para eles compartilharem o texto produzido.

Propostas em que os estudantes são levados a planejar e executar uma pesquisa, desenvolvendo todas as etapas necessárias, favorecem a tomada de decisão, a autonomia e a criticidade.

## Atividades finais do Capítulo 7

Nas atividades desta seção, os estudantes devem interpretar as situações-problema apresentadas para identificar a lei da função de cada uma delas. Faça a leitura dos enunciados com a turma e circule pela sala durante a resolução para identificar possíveis dificuldades e fazer as correções necessárias nas estratégias dos estudantes.

A **atividade 3** apresenta um quadro relacionando a medida do tempo, em minutos, à quantidade de panfletos produzidos pela impressora e, com base nele, no **item b**, a turma deve escrever a lei da função. Mostre aos estudantes que essa lei depende da unidade de medida de tempo, pois:

- com a medida de tempo em minuto, a lei da função é $n = 18t$;
- com a medida de tempo em hora, a lei da função é $n = 1.080t$.

Esse esclarecimento é necessário para não haver confusão no **item c**, em que alguns estudantes podem incorretamente substituir $t$ por 0,5 h na lei da função definida com a medida de tempo em minuto. Caso isso ocorra, destaque a eles que é preciso converter a medida de tempo para a unidade em que a lei da função foi definida.

## ATIVIDADES FINAIS DO CAPÍTULO 7

**1** Um agricultor tem um terreno e duas opções: plantar soja ou plantar feijão. O gasto com a plantação de soja será R$ 0,75 por quilograma, e o preço de cada quilograma a ser vendido, R$ 1,00. Já o gasto com a plantação de feijão será de R$ 0,85, e o preço de cada quilograma a ser vendido, R$ 1,20.



CHICO FERREIRA/PULSAR IMAGENS

Plantação de feijão. Matias Cardoso (MG). Foto de 2022.

**a.** Determine a lei de formação que dá o lucro $L_s$ obtido na plantação de soja em função da quantidade $x$ de quilogramas vendidos e do gasto com a produção. **1. a.** $L_s(x) = 1x - 0,75x$

**b.** Determine a lei de formação que dá o lucro $L_f$ obtido na plantação de feijão em função da quantidade $x$ de quilogramas vendidos e do gasto com a produção. **1. b.** $L_f(x) = 1,2x - 0,85x$

**c.** Se o agricultor pretende produzir 10.000 quilogramas, com qual plantação ele terá mais lucro? **1. c.** Com a cultura de feijão.

**2** Um marceneiro vende alguns modelos de estante ao preço de R$ 450,00 a unidade. Ele gasta com mão de obra um valor fixo mensal de R$ 2.250,00, mais R$ 75,00 de matéria-prima por estante produzida.

**a.** Se forem vendidas 3 estantes em um mês, o marceneiro terá lucro ou prejuízo? De quanto? **2. a.** Prejuízo de R$ 1.125,00.

**b.** Escreva a lei de formação da função $L$ que relaciona o lucro mensal do marceneiro com a quantidade $x$ de estantes vendidas e o gasto. **2. b.** $L(x) = 375x - 2.250$

**c.** Se o marceneiro desejar recuperar apenas o valor de custo, sem ter lucro nem prejuízo, quantas estantes precisará vender em um mês? **2. c.** 6 estantes.

**3** Renato comprou uma impressora para imprimir panfletos de propaganda. Acompanhe no quadro a seguir a quantidade de panfletos que esse equipamento imprime em função da medida do tempo.

**Relação entre o tempo (em min) e a quantidade de panfletos**

| Medida do tempo (em min) | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Quantidade de panfletos | 36 | 72 | 108 | 144 | 180 | 216 |

**a.** Quantos panfletos esse equipamento imprime por minuto? **3. a.** 18 panfletos.

**b.** Escreva uma lei que relacione $n$ (número de panfletos impresso) com $t$ (tempo para impressão). **3. b.** $n = 18 \cdot t$

**c.** Em meia hora, quantos panfletos são impressos? **3. c.** 540 panfletos.

**d.** Renato disse que levará 15 minutos para imprimir 300 panfletos. Isso é possível? Justifique sua resposta. **3. d.** Não, pois em 15 minutos ele poderá imprimir, no máximo, 270 panfletos.

224

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

**4. a.** $s_A(x) = 1.500 + 0{,}02x$; $s_B(x) = 0{,}05x$ **4. b.** R$ 50.000,00

**4** No mês de dezembro, a loja *A* oferece aos funcionários temporários um salário fixo de R$ 1.500,00, mais uma comissão de 2% sobre o valor total vendido; já a loja *B* não oferece salário fixo, mas paga 5% de comissão sobre o valor total vendido.

**a.** Escreva as leis de formação das funções envolvidas correspondentes ao salário recebido em cada uma das lojas pelo total de vendas.

**b.** Acima de que valor mensal de vendas é mais vantajoso trabalhar na loja *B*?

**5** O *freezer* de um supermercado foi desligado para manutenção. Quando o desligaram, a temperatura em seu interior era –10 °C. Considere que essa temperatura aumenta 2 °C a cada hora e que os produtos armazenados no *freezer* não podem atingir uma temperatura superior a –2 °C.

**a.** Representando a medida do tempo em horas por $x$ e a medida da temperatura do *freezer* por $y$, qual é a lei de formação da função que relaciona essas duas grandezas? **5. a.** $y = -10 + 2x$

**5. b.** 4 horas.

**b.** Utilizando a lei obtida no item anterior, calcule a medida do tempo que os funcionários terão para esvaziar o *freezer* sem deixar nenhum alimento estragar.

**6** Uma das medidas criadas para evitar acidentes de trânsito foi a instalação de semáforos para pedestres em vias de grande circulação de pessoas e automóveis. O tempo mínimo ($t$), em segundo, no qual o sinal de permissão de travessia fica acionado foi calculado por engenheiros com base na medida da velocidade média de caminhada de uma pessoa (1,2 m/s) e depende da medida do comprimento ($L$), em metro, da via, conforme a lei a seguir.


NIKOLAY ANTONOV/SHUTTERSTOCK

$$t(L) = \frac{L}{1{,}2}, \text{ em que } L \geq 2{,}4$$

**6. b.** Resposta possível: $t(L) = \frac{5}{6}L$, em que $L \geq 2{,}4$

**a.** Em sua opinião, como os engenheiros obtiveram essa lei? **6. a.** Resposta pessoal.

**b.** Como você pode reescrever essa lei substituindo o número decimal por uma fração?

**c.** Qual é o menor valor de $t$, em segundo, nessa função? **6. c.** 2 s

**d.** Faça um quadro com alguns pares ordenados e represente o gráfico da função.

**7** Construa o gráfico de cada uma das funções dadas por suas leis a seguir em um mesmo plano cartesiano. Considere que $x$ e $y$ podem ser quaisquer números reais. **7.** Respostas no **Manual do Professor**.

| | | | |
|---|---|---|---|
| $f(x) = x + 2$ | $h(x) = x + 1$ | $g(x) = x - 2$ | $l(x) = x - 1$ |

Observando os gráficos construídos, o que você pode perceber?

**6. d.** Respostas no **Manual do Professor**.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

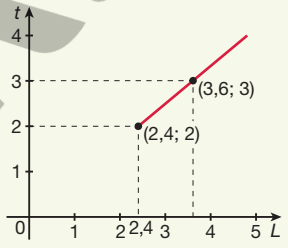
Na **atividade 4**, se considerar necessário, retome o cálculo de porcentagem de uma quantidade para auxiliar os estudantes na resolução do **item a**.

Na **atividade 6**, converse com a turma sobre a importância de respeitar os semáforos e de atravessar na faixa de pedestres para evitar acidentes, trabalhando o TCT Educação para o Trânsito.

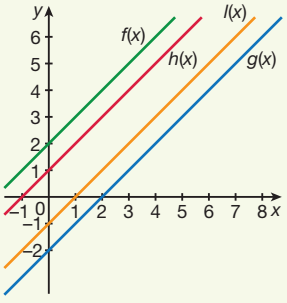
Resposta do **item d** da **atividade 6**:

**Relação entre *L* e *t*(*L*)**

| *L* | *t*(*L*) |
|---|---|
| 2,4 | 2 |
| 3,6 | 3 |




Resposta da **atividade 7**:




Espera-se que os estudantes percebam que o deslocamento vertical do gráfico depende dos valores de **b** nas funções do tipo $f(x) = ax + b$.

ILUSTRAÇÕES: ORARGICART/ARQUIVO DA EDITORA

MODERNA

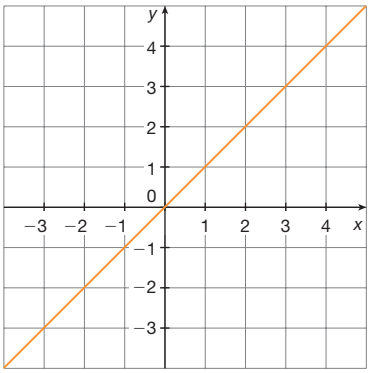
Na **atividade 9**, incentive os estudantes a justificarem as respostas e a reescreverem as afirmações falsas de modo a torná-las verdadeiras, orientando-os caso tenham dificuldades.

Uma sugestão para trabalhar a **atividade 10** é organizar a turma em duplas. Cada dupla deve ficar responsável pela elaboração de duas situações-problema que envolvam os conteúdos estudados neste capítulo. Durante esse processo, verifique se os estudantes apresentam alguma dificuldade, como dúvidas para iniciar o problema, para escolher o contexto, para indicar as variáveis envolvidas, entre outras. Caso necessário, auxilie-os nas possíveis dificuldades, de modo que consigam proceder com a proposta.

No **item b**, peça aos estudantes que troquem as situações com outra dupla e resolvam os problemas elaborados pelos colegas. Depois, peça que destroquem os problemas e verifiquem as resoluções. Por fim, algumas duplas podem apresentar as situações criadas para a turma. Durante as apresentações, motive-os a expor as estratégias e a explicar os raciocínios utilizados, de modo que troquem ideias entre si.

**ATIVIDADES FINAIS DO CAPÍTULO 7**

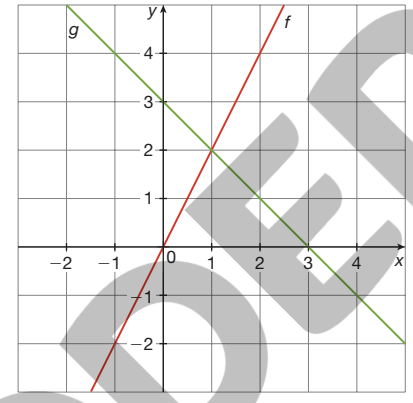
**8** Observe este gráfico e responda à questão proposta.




ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Qual é a lei de formação da função representada pelo gráfico? **8.** $y = x$

**9** Observe os gráficos a seguir e classifique cada uma das afirmações em verdadeira ou falsa.




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

**a.** A função $f$ é crescente, e a função $g$ é decrescente. **9. a.** Verdadeira.

**b.** A lei da função $f$ é $f(x) = x + 2$. **9. b.** Falsa.

**c.** A função $f$ não assume valores negativos. **9. c.** Falsa.

**d.** O gráfico das funções apresenta um ponto em comum. **9. d.** Verdadeira.

**e.** A lei da função $g$ é $g(x) = -x + 3$. **9. e.** Verdadeira.

**10. a.** Resposta pessoal.

**10** Retome os conteúdos deste capítulo e faça o que se pede em cada item.

**a.** Elabore dois problemas envolvendo algum dos conteúdos estudados no capítulo.

**b.** Resolva os problemas elaborados por um colega da turma. **10. b.** Resposta pessoal.



MODERNA

# Independência financeira: um caminho para a redução de violências

ODS 5

A Lei Maria da Penha, criada em 2006, tem o objetivo de prevenir e coibir casos de violência doméstica, além de proteger mulheres vítimas de agressões. A lei prevê cinco tipos de violência: física, psicológica, sexual, moral e patrimonial. Esta última não é tão difundida e, por isso, pode passar despercebida muitas vezes.



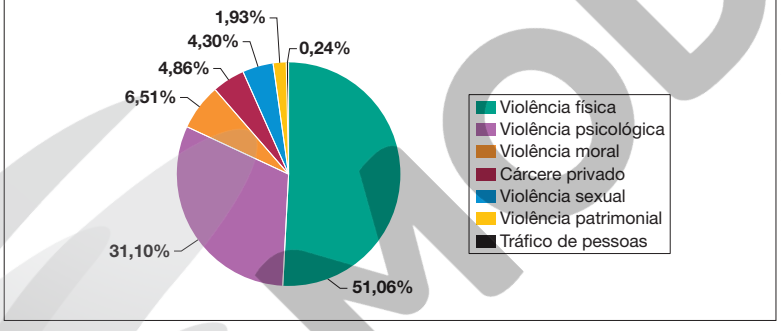
TOMMASO79/ISTOCK PHOTOS/GETTY IMAGES

A independência financeira permite que as mulheres tomem decisões econômicas com autonomia e se protejam contra situações de vulnerabilidade.

Um dos principais riscos da dependência financeira é que isso leva as mulheres a não denunciarem seus agressores. Segundo um estudo do Instituto Maria da Penha, uma em cada quatro mulheres que sofrem violência doméstica não denuncia o agressor por ser dependente financeiramente dele. Esse quadro foi agravado após a pandemia de covid-19, pois, de 2019 para 2020, o número de mulheres que ocupavam vagas no mercado de trabalho caiu 14%.

Segundo a Central de Atendimento à Mulher, a violência patrimonial, definida como qualquer conduta que subtraia ou destrua bens, instrumentos de trabalho, documentos pessoais ou recursos econômicos da vítima, é uma das duas menos relatadas nas denúncias, por ser uma das violências "invisíveis", como aponta o estudo.

**Violência sofrida pela mulher no primeiro semestre de 2016**




ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

**Fonte:** SOBRE a violência moral e psicológica contra mulheres. **Compromisso e Atitude**, 2024. Disponível em: https://www.compromissoeatitude.org.br/violencia-moral-e-psicologica/. Acesso em: 30 mar. 2024.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

## Educação financeira

Esta seção desenvolve o **ODS 5** (Igualdade de gênero) e os TCTs Educação Financeira e Educação em Direitos Humanos ao abordar a independência financeira e a violência patrimonial.

Por ser um assunto que pode ativar gatilhos emocionais, é necessário ter cuidado ao falar sobre violência contra mulheres e estar atento à turma caso alguém precise de acolhimento. Alguma estudante pode estar sofrendo violências atualmente ou eles podem conhecer alguém nessa situação. Por isso, explique e anote na lousa que existe uma Central de Atendimento à Mulher no número de telefone 180, em que é possível denunciar violências contra mulheres e receber orientações sobre como agir se estiver nessa situação.

Além disso, é importante destacar à turma que não serão toleradas falas que culpem as vítimas pela violência, que discriminem as mulheres ou que façam *bullying* com elas.

Ao ler o texto desta página, destaque aos estudantes que, independentemente da identidade de gênero, segundo o Artigo 5º da Constituição Federal, todos são iguais, tendo direito à vida, à liberdade e à segurança. Por isso, não devem ser aceitos falas preconceituosas, discriminatórias ou *bullying* com pessoas trans ou de qualquer outra orientação sexual.

Na **atividade 1**, leve os estudantes a perceber que, considerando o salário $s$, em reais, e a quantidade $i$ de itens produzidos, essa situação pode ser representada pela lei da função $s = 20i$. Assim, podem substituir $s$ pelo valor do salário mínimo para calcular o valor de $i$.

Na **atividade 2**, incentive a turma a apresentar a campanha sobre os tipos de violência doméstica da maneira que preferirem; podem usar cartazes, elaborar um cordel, postar imagens e/ou vídeos nas redes sociais etc. Oriente-os a evitar imagens de agressão e a tratar o assunto com muito cuidado e respeito às vítimas desse tipo de violência.

## EDUCAÇÃO FINANCEIRA

A Lei Maria da Penha foi estendida para incluir mulheres trans, reconhecendo a necessidade de proteger todas as mulheres, independentemente de sua identidade de gênero.

> [...] No primeiro semestre de 2022, uma decisão da Sexta Turma do Superior Tribunal de Justiça (STJ) estabeleceu que a Lei Maria da Penha (Lei 11.340/2006) também deve ser aplicada aos casos de violência doméstica ou familiar contra mulheres transgênero. [...]
>
> A decisão da Sexta Turma é especialmente importante em um país que lidera o *ranking* mundial de violência contra travestis e transexuais. Segundo dossiê divulgado na semana passada pela Associação Nacional de Travestis e Transexuais (Antra), foram 131 vítimas fatais em 2022, o que mantém o Brasil nessa triste liderança pelo 14º ano consecutivo.

**Fonte:** BRASIL. Superior Tribunal de Justiça. Sexta Turma estendeu proteção da Lei Maria da Penha para mulheres trans. **STJ**, 19 jan. 2023. Disponível em: https://www.stj.jus.br/sites/portalp/Paginas/Comunicacao/Noticias/2023/29012023-Sexta-Turma-estendeu-protecao-da-Lei-Maria-da-Penha-para-mulheres-trans.aspx. Acesso em: 30 mar. 2024.

Essa medida é um passo importante para garantir que mulheres trans tenham acesso à Justiça e aos mecanismos de proteção contra todas as formas de violência.

A educação pode ser um caminho para a redução de violências, priorizando o acesso à informação, a qualificação profissional e o poder de decisão dentro do orçamento familiar, que podem ser alternativas para a garantia da independência financeira e a redução da quantidade de vítimas de violência patrimonial.

**1.** Resposta depende do valor do salário mínimo da época em que esta atividade for trabalhada.

**1** Considere a seguinte situação: Uma mulher está enfrentando violência patrimonial e busca uma maneira de mudar essa realidade. Na região onde mora, há uma cooperativa de mulheres que vende uma variedade de produtos artesanais. Decidida a obter renda própria, ela vai participar dessa cooperativa e receber R$ 20,00 a cada item produzido. Quantos itens precisa produzir para conseguir o equivalente a um salário mínimo? Se necessário, use a calculadora para efetuar esse cálculo.

**2** Em grupos, elaborem uma campanha informativa sobre os tipos de violência doméstica previstos na Lei Maria da Penha. Nessa campanha, façam cartazes, conversem com os demais grupos e, por fim, espalhem esses cartazes pela escola, com o objetivo de informar e alertar a comunidade escolar sobre essas situações e maneiras de denunciá-las. **2.** Resposta pessoal.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

228

# AVALIAÇÃO DO CAPÍTULO 7

## Revisando o conteúdo

Para organizar o conteúdo estudado, podemos utilizar algumas ferramentas de revisão. Para este capítulo, vamos fazer uma lista. Acompanhe a seguir.

- Duas grandezas podem ser relacionadas por meio de uma sentença matemática. Nesse caso, dizemos que o valor de uma grandeza pode ser determinado em função do valor da outra.
- A sentença matemática que expressa a correspondência entre os valores de uma grandeza em função da outra é chamada de lei de formação da função.
- Toda situação em que é possível expressar uma grandeza em função da outra pode ser representada em um plano cartesiano na forma de um gráfico.

**a.** Com qual conteúdo você teve mais facilidade neste capítulo? **a.** Resposta pessoal.

**b.** Como você pode utilizar esse aprendizado no cotidiano? **b.** Resposta pessoal.

**c.** Você teve dúvidas em algum conteúdo estudado? Ela foi solucionada? **c.** Respostas pessoais.

**d.** Na lista apresentada, alguns conteúdos estudados não foram contemplados. Quais são esses conteúdos? **d.** Resposta pessoal.

**e.** Como você completaria essa lista com esses conteúdos? **e.** Resposta pessoal.

## Aplicando seus conhecimentos

**1** A medida do perímetro $p$ de um hexágono regular é dada em função da medida do comprimento $x$ de seu lado. Qual é a lei da função que relaciona essas grandezas? **1.** Alternativa **d**.

**a.** $x = 6 + p$ **b.** $x = 6p$ **c.** $p = 6 + x$ **d.** $p = 6x$

**2** A lei de formação de uma função $f$ é dada por $f(x) = 3x + 5$. Determine $f(8)$.

**a.** 1 **b.** 5 **c.** 15 **d.** 29

**3** Qual deve ser o valor de $x$ para que $y$ seja igual a 26 na função definida por $y = 12 + 2x$?

**a.** 7 **b.** 8 **c.** 9 **d.** 10

**4** Considere a função $f$ definida pela lei $f(x) = 5x + 2$. Para $x = 0$, qual é o valor de $f(x)$?

**a.** $-\frac{2}{5}$ **b.** 2 **c.** $-\frac{5}{2}$ **d.** 5

**2.** Alternativa **d**. **3.** Alternativa **a**. **4.** Alternativa **b**.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

## Avaliação do Capítulo 7

### Revisando o conteúdo

Neste capítulo, a ferramenta de revisão utilizada foi uma lista. Um modo de complementar e torná-la mais próxima da realidade dos estudantes é pedir a eles que indiquem exemplos cotidianos para cada conteúdo.

Nesta seção, uma sugestão de trabalho é organizar a turma em duplas e solicitar o uso de outra ferramenta de revisão para apresentar o conteúdo deste capítulo. Para isso, podem apresentar exemplos, cálculos, desenhos, situações-problema, operações, definições ou outros recursos que preferirem.

### Aplicando seus conhecimentos

Neste tópico, é fundamental não focar apenas a verificação das respostas, atentando principalmente para o desenvolvimento do raciocínio da turma. Por isso, acompanhe a resolução das atividades para observar como o conhecimento prévio dos estudantes, combinado aos aprendizados escolares, influenciou as estratégias empregadas.

A **atividade 1** trabalha a escrita da lei da função que relaciona a medida do perímetro de um hexágono regular à medida do comprimento do lado. Se os estudantes tiverem dificuldades, relembre que um hexágono regular tem todos os lados congruentes, ou seja, com a mesma medida de comprimento. Também retome que a medida do perímetro de um polígono corresponde à soma das medidas de comprimento dos seus lados.

Nas **atividades 2**, **3** e **4**, os estudantes devem substituir o valor de $x$ ou de $y$ para determinar o valor numérico da função ou da incógnita desconhecida. Verifique se eles identificam corretamente a substituição a ser feita e, caso seja necessário, auxilie-os nos cálculos.

As **atividades 5** e **6** apresentam gráficos para que sejam identificadas as leis das funções correspondentes a eles. Caso os estudantes apresentem dificuldades, oriente-os a identificar as coordenadas de alguns pontos em cada gráfico e substituí-las nas leis presentes nas alternativas para conferir a partir de qual delas se obtém uma igualdade.

Nas **atividades 7** e **8**, devem ser resolvidas situações-problema representadas por funções. Para auxiliar a turma, leia os enunciados e, seguindo as indicações dos estudantes, escreva na lousa as leis das funções.

Para a **atividade 7**, considerando a medida $m$ de massa da comida, em quilograma, e preço $p$ a ser pago, temos $p = 52m$.

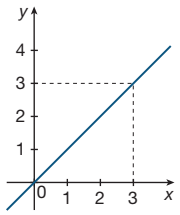
Para a **atividade 8**, considerando a medida $d$ da distância percorrida, em quilômetro, e valor cobrado $v$, temos $v = 6{,}30 + 2{,}50d$.

Se a lei da função da **atividade 7** for definida com a medida de massa em quilograma, destaque aos estudantes que é preciso converter para quilograma a medida de massa dada em grama no enunciado.

## AVALIAÇÃO DO CAPÍTULO 7

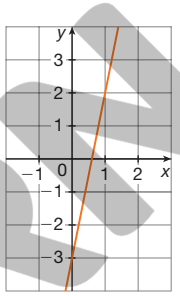
**5** Qual é a lei da função que relaciona as variáveis $x$ e $y$ no gráfico a seguir?

**5.** Alternativa **d**.




**a.** $y = \frac{x}{2}$ **b.** $y = 3x$ **c.** $y = 2x$ **d.** $y = x$

**6** O gráfico a seguir é dado por qual lei? **6.** Alternativa **c**.




**a.** $y = x$

**b.** $y = -3$

**c.** $y = 5x - 3$

**d.** $y = 5x$

**7** Em um restaurante em que se vende comida por quilograma, a balança é programada para calcular o preço a ser pago. O quilograma da comida custa R$ 52,00. Quanto vai custar 700 gramas de comida nesse restaurante? **7.** Alternativa **c**.

**a.** R$ 15,60 **b.** R$ 26,00 **c.** R$ 36,40 **d.** R$ 52,00

**8** Um motorista de aplicativo cobra um valor fixo de R$ 6,30 mais R$ 2,50 por quilômetro rodado. Se, em uma viagem, esse motorista percorrer 12 km, qual será o valor cobrado? **8.** Alternativa **c**.

**a.** R$ 8,80 **b.** R$ 30,00 **c.** R$ 36,30 **d.** R$ 78,10

Se você teve dificuldade em alguma atividade, consulte este quadro e verifique o que precisa estudar novamente para auxiliá-lo na resolução de cada atividade.

**Tópicos deste capítulo abordados nas atividades**

| Atividades | Tópicos relacionados |
|---|---|
| 1, 2, 3 e 4 | Noção intuitiva de função |
| 5 e 6 | Representação gráfica de uma função |
| 7 e 8 | Função afim |



ILUSTRAÇÕES: ORPARCIOARTI/ARQUIVO DA EDITORA
Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Ao final das atividades, oriente-os a retomar os tópicos em que tiveram mais dúvidas e a refazer as atividades nas quais tiveram mais dificuldades. Após isso, se os estudantes continuarem com problemas, permita que conversem com os colegas e, circulando pela sala, auxilie-os a revisar os assuntos deste capítulo. Além disso, aproveite este momento para valorizar o esforço deles e para incentivá-los a continuar estudando mesmo diante das dificuldades.

Cada estudante tem seu próprio ritmo de aprendizagem, sendo necessário estar atento às diferenças no jeito de aprender da turma para buscar abordagens de ensino adequadas, de modo que todos consigam avançar no processo de aprendizagem.

CAPÍTULO 8

# Geometria



BYDRONEVIDEOS/SHUTTERSTOCK

ODS 9

O prédio do Museu do Amanhã é reconhecido globalmente como um dos prédios mais sustentáveis do mundo, Rio de Janeiro (RJ). Foto de 2023.



LILLIPUT MAQUETES E MINIATURAS/SANTIAGO CALATRAVA LLC

Maquete do Museu do Amanhã.

Antes de iniciar uma construção como a do *Museu do Amanhã*, é comum a elaboração de uma maquete com medidas de comprimento proporcionais às que o empreendimento terá na realidade.

Se considerarmos qualquer medida do comprimento do museu e compararmos com a medida do comprimento correspondente de sua maquete, verificaremos que a razão entre essas medidas será sempre a mesma.

Você conhece outras situações em que lidamos com medidas de comprimento proporcionais? Converse com o professor e os colegas. **Abertura:** Resposta pessoal.

**Neste capítulo você vai:**

- identificar figuras semelhantes;
- reconhecer triângulos semelhantes;
- compreender e aplicar o teorema de Tales;
- compreender e aplicar o teorema de Pitágoras.

231

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

As construções sustentáveis contam com atitudes que se preocupam em diminuir os impactos ambientais. Os cuidados com o meio ambiente são mantidos durante o processo de construção e após estar prontas, por exemplo, por meio da captação da água da chuva, redução de resíduos, uso de telhas, tijolos e vidros ecológicos etc.

Ao abordar com os estudantes aspectos das construções sustentáveis e infraestruturas resilientes, eles são levados a compreender o que abordam os TCTs Ciência e Tecnologia e Educação Ambiental e o **ODS 9** (Indústria, inovação e infraestrutura) e a importância de promover a conscientização da necessidade de atitudes favoráveis ao planeta.

## Orientações para o Capítulo 8

A abertura deste capítulo aborda o conceito de proporcionalidade por meio de uma situação do cotidiano. As imagens mostram uma construção e sua miniatura representada por uma maquete que apresenta medidas proporcionais às da construção. Os conceitos acerca de proporcionalidade têm muitas aplicações; para os profissionais de arquitetura, engenharia, *design* de interiores, entre outros, esses conceitos são essenciais. Portanto, é de grande relevância que os estudantes os conheçam e os compreendam, inclusive para que possam avançar nos estudos (identificar figuras semelhantes, compreender e aplicar o teorema de Tales e o teorema de Pitágoras, reconhecer triângulos semelhantes etc., conceitos que serão estudados neste capítulo).

Explore as fotografias apresentadas e pergunte aos estudantes o que observam nas imagens. Comente com eles que o planejamento de grandes construções requer a elaboração de uma maquete, que exibe todos os detalhes da obra proporcionalmente ao que ela será na realidade.

MODERNA

## Figuras semelhantes

Neste tópico será trabalhado o conceito semelhança, levando os estudantes a compreender quando duas figuras são semelhantes. São apresentadas duas fotografias do Parque Eólico de Lagoa dos Ventos, no Piauí, sendo uma a ampliação da outra. Verifique os conhecimentos deles acerca da energia eólica. Comente com eles que essa energia é considerada energia limpa, pois provém da força dos ventos, sendo, portanto, uma fonte renovável de energia. Dessa maneira, é possível desenvolver o TCT Educação Ambiental e o **ODS 7** (Energia limpa e acessível).

As fotografias apresentadas permitem que os estudantes façam uma analogia entre o conceito de semelhança e a ampliação ou a redução de um determinado objeto ou figura. Pergunte a eles o que aconteceu com a fotografia dos aerogeradores que está ampliada. Verifique se perceberam que a segunda fotografia é uma ampliação da primeira, sendo mantido o seu formato.

# Figuras semelhantes

Em nosso dia a dia, chamamos de semelhantes coisas ou ideias que têm elementos iguais ou muito parecidos. Por exemplo, a miniatura de um automóvel em relação ao seu original dá a ideia de semelhança, pois ambos são muito parecidos.

Quando fazemos a ampliação ou a redução de uma fotografia, o formato é mantido, e apenas o tamanho muda. Observe a seguir.

**Fotografia 1**



AFAPLAN

Aerogeradores do Parque Eólico de Lagoa dos Ventos (PI). Foto de 2021.

**Fotografia 2**



AFAPLAN

Fotografia 1 ampliada.



ENERGY/ISTOCK PHOTOS/GETTY IMAGES

Foto da miniatura de um automóvel.



ALICIA G. MONEDERO/ISTOCK PHOTOS/GETTY IMAGES

Foto do automóvel real.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Considere as fotografias que mostram os aerogeradores do Parque Eólico Lagoa dos Ventos no estado do Piauí.

**Atividades orais: a.** Resposta possível: É a energia gerada pela força dos ventos.

Converse com o professor e os colegas sobre as questões a seguir.

ODS 7

**a.** O que é energia eólica?

**b.** Quais são os benefícios da energia eólica?

**b.** Resposta possível: É uma energia limpa e renovável que não emite poluentes atmosféricos e não gera resíduos para ser produzida.

Comparando a fotografia da miniatura com a fotografia do automóvel original, não podemos considerar esses objetos semelhantes, pois há diferenças no formato, além da mudança do tamanho. Ao comparar as fotografias dos aerogeradores, notamos que a fotografia 2 é uma ampliação da fotografia 1 ou que a fotografia 1 é uma redução da fotografia 2. Nesse caso, dizemos que as fotografias são **semelhantes**, pois o formato foi mantido, e o que mudou foi somente o tamanho.

A situação a seguir mostra o procedimento para ampliar uma figura por meio de uma malha quadriculada.

**1º)** Desenhamos sobre a figura original uma malha quadriculada. Nesse caso, a malha tem quadradinhos cujos lados medem 0,5 cm de comprimento.

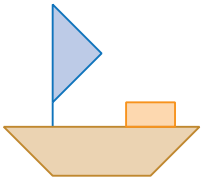


Figura original

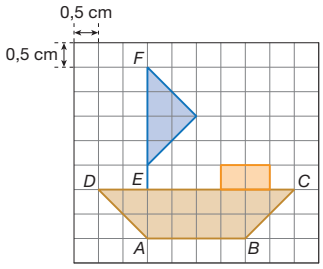



Figura 1 (figura original na malha)

**2º)** Aumentamos o quadradinho da malha na proporção desejada. Nesse caso, dobramos a medida do comprimento do lado de cada quadradinho.

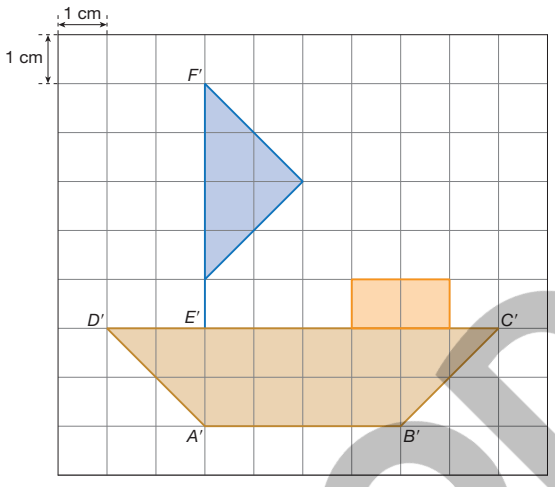



Figura 2 (ampliação da figura original)

Considere novamente a figura 2 (ampliação da figura original). Note que, para ampliar a figura original, dobramos a medida do comprimento do lado do quadradinho da malha, mas será que as medidas dos elementos da figura seguem essa mesma razão? Vamos analisar.

Na figura 1, temos:

$AB = 2$ cm, $CD = 4$ cm e $EF = 2{,}5$ cm

Na figura 2, temos:

$A'B' = 4$ cm, $C'D' = 8$ cm e $E'F' = 5$ cm



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

ILUSTRAÇÕES: ORARTCART/ARQUIVO DA EDITORA

Aproveite as imagens dos barquinhos nas malhas quadriculadas para abordar a proporcionalidade entre as figuras. Esses barquinhos são formados por figuras geométricas planas; portanto, solicite aos estudantes que tentem determinar a razão de proporção entre elas. Certamente eles não apresentarão dificuldade em perceber que o barquinho da Figura 2 tem medidas que são o dobro das medidas correspondentes no barquinho da Figura 1. É preciso deixar claro para eles que nem todas as figuras semelhantes são congruentes; porém, todas as figuras congruentes são semelhantes.

Peça aos estudantes que deem exemplos de outras situações que envolvam ampliação ou redução de figuras. Se julgar conveniente, proponha que façam ampliações e reduções de figuras usando papel quadriculado.

MODERNA

Antes de abordar as explicações teóricas, verifique como os estudantes estão em relação aos conceitos de razão e proporção. Caso julgue necessário, faça uma retomada, pois esses conceitos serão importantes para seguir com o conteúdo.

Calculando a razão entre as medidas do comprimento de alguns segmentos correspondentes, temos:

- $\frac{A'B'}{AB} = \frac{4}{2} = 2$
- $\frac{C'D'}{CD} = \frac{8}{4} = 2$
- $\frac{E'F'}{EF} = \frac{5}{2{,}5} = 2$

Logo, as medidas do comprimento desses segmentos correspondentes são proporcionais. Isso acontece com quaisquer segmentos correspondentes das figuras.

Então, podemos afirmar que as medidas dos comprimentos da figura foram dobradas, bem como a medida do comprimento do lado de cada quadradinho da malha.

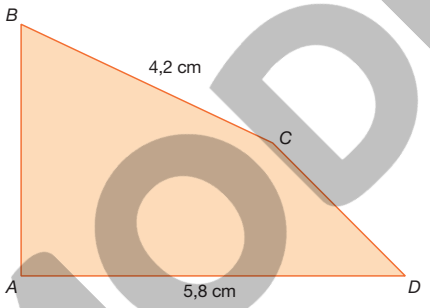
Observe que, na ampliação da figura original, seu formato não foi alterado.

Quando reduzimos ou ampliamos proporcionalmente uma figura, as medidas da abertura dos ângulos correspondentes não são alteradas, e as medidas do comprimento de quaisquer segmentos correspondentes nas duas figuras são proporcionais.

Dizemos que duas figuras são **semelhantes** quando as medidas do comprimento de quaisquer segmentos correspondentes nas duas figuras são proporcionais e as medidas das aberturas dos ângulos correspondentes são iguais. A razão entre as medidas do comprimento dos lados correspondentes é chamada de **razão de semelhança**.

Acompanhe o exemplo.

Vamos determinar a medida do comprimento $x$, sabendo que os dois quadriláteros a seguir são semelhantes.




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Para determinar a medida do comprimento $x$, vamos estabelecer as proporções entre as medidas do comprimento dos lados correspondentes.

$$\frac{AD}{FG} = \frac{BC}{EH} \Rightarrow \frac{5{,}8}{x} = \frac{4{,}2}{2{,}1} \Rightarrow \frac{5{,}8}{x} = 2 \Rightarrow 2x = 5{,}8 \Rightarrow x = \frac{5{,}8}{2} \Rightarrow x = 2{,}9$$

Logo, $x$ é igual a 2,9 cm.

234

## Sugestão de vídeo

MATEMÁTICA MULTIMÍDIA. **Série Matemática na escola**. Quadra poliesportiva. Disponível em: http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1163. Acesso em: 29 abr. 2024.

Para complementar o estudo sobre semelhança, os estudantes podem assistir ao vídeo **Quadra poliesportiva**, que apresenta uma discussão sobre a semelhança de figuras e a construção de uma maquete.

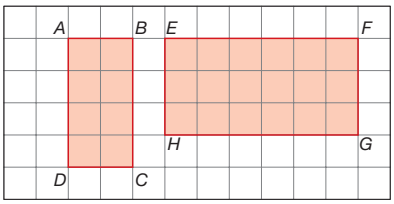
Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

**1. b.** $\frac{AB}{HE} = \frac{2}{3}$; $\frac{BC}{EF} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$; $\frac{CD}{FG} = \frac{2}{3}$; $\frac{DA}{GH} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

## Atividades

**1** Considere os retângulos *ABCD* e *HEFG* a seguir e responda às questões.




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

**a.** Sem fazer cálculos, você acha que eles são semelhantes? **1. a.** Resposta pessoal.

**b.** Calcule a razão entre as medidas do comprimento dos lados correspondentes dos retângulos *ABCD* e *HEFG*, nesta ordem.

**c.** Os ângulos correspondentes têm a mesma medida de abertura? **1. c.** Sim, todos os ângulos medem 90°.

**2** Construa, em uma malha quadriculada, um retângulo que não seja semelhante aos retângulos da atividade anterior.

**a.** Os ângulos dos três retângulos têm a mesma medida de abertura? **2. a.** Sim.

**b.** As medidas do comprimento dos lados do retângulo *ABCD* ou do retângulo *HEFG* são proporcionais às medidas do comprimento dos lados do retângulo que você desenhou? **2. b.** Não.

**3** A maquete de um prédio mede 80 cm de altura e é semelhante ao futuro edifício, que medirá 50 m de altura.

**a.** Quanto medirá a altura de um andar que, na maquete, mede 4 cm? **3. a.** 2,5 m

**b.** Qual é, na maquete, a medida da altura de uma porta que, no prédio, medirá 2 m? **3. b.** 3,2 cm

**c.** Qual é a razão de semelhança entre a maquete e o prédio? **3. c.** 0,016

**4** Um triângulo *ABC* tem lados com comprimento medindo 3 cm, 4 cm e 5 cm, e um triângulo *DEF* tem lados com comprimento medindo 4,5 cm, 6 cm e $x$ cm. Sabendo que esses dois triângulos são semelhantes, determine:

**a.** a medida do comprimento $x$; **4. a.** 7,5 cm

**b.** a razão de semelhança, do maior triângulo para o menor, entre as medidas do comprimento dos lados; **4. b.** 1,5

**c.** a razão de semelhança, do maior triângulo para o menor, entre as medidas do perímetro dos triângulos; **4. c.** 1,5

**d.** O que pode ser afirmado em relação aos valores obtidos nos itens **b** e **c**?

**5** A razão entre as medidas do perímetro de dois quadrados é 2,5. Sabendo que o quadrado menor tem perímetro medindo 10 cm, qual é a medida do comprimento do lado do quadrado maior? **5.** 6,25 cm

**4. d.** Espera-se que os estudantes percebam que a razão de semelhança é a mesma.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



### Atividades

Na **atividade 1**, os estudantes devem usar a malha quadriculada para concluir que os retângulos são semelhantes. Peça que desenhem no caderno um par de retângulos semelhantes, cuja razão entre as medidas dos lados seja a mesma da dos retângulos desta atividade, e solicite que expliquem como pensaram para fazer o desenho. Uma possível resposta são os retângulos de lados medindo 4 cm e 8 cm ou 6 cm e 12 cm.

A **atividade 2** tem o objetivo de complementar a atividade anterior, levando os estudantes a perceber que duas figuras podem ter ângulos congruentes e não ser semelhantes, caso tenham lados de medidas não proporcionais.

### Sugestão de atividade

Aproveite o tema abordado na abertura deste capítulo e sugira aos estudantes, organizados em grupos, a construção de uma maquete que aborde o tema **Construções Sustentáveis**. Antes de iniciar a construção da maquete, sugira uma pesquisa sobre esse tema. Após a definição do que será representado pela maquete, é importante que cada grupo faça um esboço do objeto escolhido, além da definição do material que será utilizado. Oriente-os a reaproveitar materiais como caixas de alimentos ou remédios. É importante que eles levem em consideração a proporção entre o objeto real e o que será representado pela maquete.

MODERNA

**Teorema de Tales**

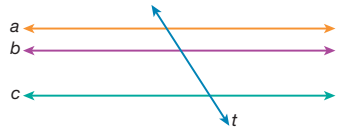
Este tópico dá continuidade aos estudos de proporção, e o foco volta-se às relações entre as medidas de comprimento dos segmentos formados por um feixe de retas paralelas cortado por uma reta transversal. Explique aos estudantes que teorema é uma propriedade matemática que pode ser demonstrada por meio de um processo lógico. O teorema de Tales decorre da semelhança de triângulos, uma vez que, se prolongarmos as duas transversais até o ponto em que elas se interceptam, obteremos uma sucessão de pares de triângulos semelhantes. O segundo exemplo de aplicação do teorema ilustra esse fato para um caso particular em que o feixe de retas é formado por duas retas paralelas. É importante também ressaltar para os estudantes que uma reta é paralela a um segmento quando é paralela à reta que o contém.

# Teorema de Tales

Antes de estudar o Teorema de Tales, vamos estudar o significado de alguns termos que serão usados.

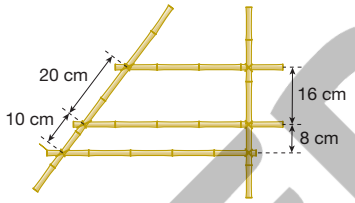
- **Feixe de retas paralelas** são duas ou mais retas, de um mesmo plano, que, consideradas duas a duas, são sempre paralelas.
- Se outra reta corta uma das retas do feixe de retas paralelas, ela corta as demais. Essa reta que corta o feixe de retas paralelas é chamada de **reta transversal**.

Na figura, temos as retas paralelas $a$, $b$ e $c$. Indicamos $a \parallel b \parallel c$. A reta $t$ é a transversal.




Agora, acompanhe a situação a seguir.

Com alguns pedaços de bambu, uma pessoa montou um suporte para apoiar uma planta.




Os pedaços de bambu foram amarrados de modo que os horizontais ficassem paralelos entre si.

Se analisarmos as medidas de comprimento indicadas, notaremos que elas formam uma proporção, pois:

$$\frac{20}{10} = \frac{16}{8}$$

Além dessa, podemos estabelecer outras proporções entre as medidas de comprimento.

$$\frac{20+10}{10} = \frac{16+8}{8} \text{ e } \frac{20+10}{20} = \frac{16+8}{16}$$

Essas proporções também poderiam ser verificadas se no lugar dos bambus houvesse retas.

Esse fato, válido para todo conjunto de retas paralelas cortadas por duas retas transversais, é conhecido como **teorema de Tales**.

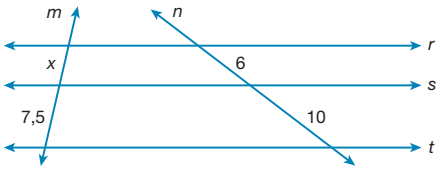
> Se um feixe de retas paralelas é cortado por duas retas transversais, as medidas de comprimento dos segmentos determinados sobre a primeira transversal são proporcionais às medidas de comprimento dos segmentos correspondentes determinados sobre a segunda transversal.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA
Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.
MODERNA

Acompanhe os exemplos.

Vamos calcular a medida do comprimento $x$ na figura a seguir, formada por um feixe de retas paralelas cortadas por duas transversais.




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Então, podemos escrever:

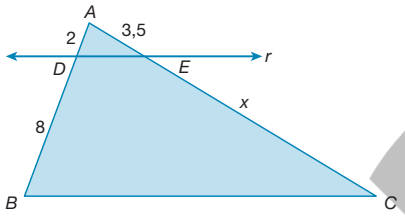
$$\frac{x}{7,5} = \frac{6}{10} \Rightarrow 10 \cdot x = 6 \cdot 7,5$$

Vamos resolver a equação para determinarmos o valor de $x$.

$$10 \cdot x = 6 \cdot 7,5$$
$$10x = 45$$
$$x = \frac{45}{10}$$
$$x = 4,5$$

Assim, determinamos que $x$ é igual a 4,5.

Agora, vamos calcular a medida do comprimento $x$ indicada no triângulo a seguir, sabendo que a reta $r$ é paralela ao lado $\overline{BC}$.




LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

Como a reta $r$ é paralela a $\overline{BC}$, podemos escrever a seguinte proporção:

$$\frac{2}{8} = \frac{3,5}{x} \Rightarrow 2 \cdot x = 8 \cdot 3,5$$

Resolvendo a equação, determinamos o valor de $x$:

$$2 \cdot x = 8 \cdot 3,5$$
$$2x = 28$$
$$x = \frac{28}{2}$$
$$x = 14$$

Portanto, $x$ é igual a 14.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



Para verificar como os estudantes estão lidando com os conceitos de proporcionalidade e com o teorema de Tales, organize-os em duplas e peça que elaborem no caderno um problema envolvendo cálculo de proporção, orientando-os a trocar os problemas para que o colega de dupla o resolva. Por fim, peça que destroquem os cadernos e confiram as respostas. Em seguida, solicite a alguns estudantes que leiam seus problemas e os resolvam na lousa.

Caso a escola tenha um laboratório de informática, proponha uma aula interativa com a turma. Usando um *software* de Geometria dinâmica, peça que construam um feixe de retas paralelas cortadas por duas transversais e verifiquem experimentalmente que as medidas de comprimento dos segmentos determinados sobre a primeira transversal são proporcionais às medidas de comprimento dos segmentos correspondentes determinados sobre a segunda transversal. Incentive-os a interagir e trocar ideias com os colegas, pois eles são os protagonistas do seu processo de aprendizagem ao utilizarem uma tecnologia digital para investigar, produzir conhecimento, estimular o raciocínio lógico e a capacidade de produzir argumentos.

MODERNA

## Atividades

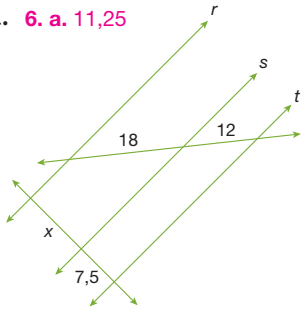
Durante a resolução das atividades, oriente os estudantes a resolvê-las utilizando as estratégias que desejarem e trocando ideias entre si. Ao final, peça a eles que compartilhem oralmente, no momento da correção, expondo suas ideias e estratégias, além de possíveis dúvidas. Dessa maneira, é possível acompanhar seus raciocínios e realizar algumas intervenções, caso seja necessário.

Na **atividade 8**, sabendo que as linhas que dividem os lotes são paralelas às ruas C e D, os estudantes devem perceber que é possível aplicar o teorema de Tales para determinar os valores de $x$, $y$ e $w$. Há mais de uma maneira de montar as proporções para calcular as medidas das dimensões dos lotes. Instigue-os a compartilhar suas estratégias com os colegas.

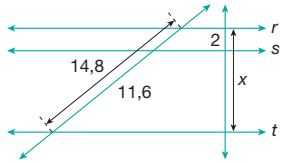
### Atividades

**6** Determine a medida do comprimento $x$ em cada item, sendo $r \parallel s \parallel t$.

**a.** **6. a.** 11,25



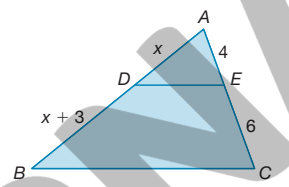

**b.**



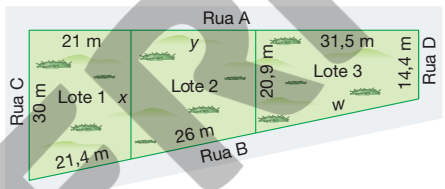

**6. b.** 9,25

As figuras não respeitam as proporções reais entre si.

**7** Determine a medida do comprimento $x$ sabendo que $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$. **7.** 6




**8** Uma construtora dividiu um terreno, compreendido entre as ruas *A*, *B*, *C* e *D* em três lotes, de maneira que ficassem com a mesma medida de perímetro.




Um provável comprador quis saber quais eram as medidas das dimensões dos lotes. Para isso, montou um esboço com todos os dados de que dispunha.

Sabendo que as linhas que dividem os lotes são paralelas às ruas *C* e *D*, determine:

**a.** as medidas de comprimento $x$, $y$ e $w$. **8. a.** $x \simeq 26{,}5$ m, $y \simeq 25{,}5$ m, $w \simeq 32{,}1$ m

**b.** a medida do perímetro dos lotes. **8. b.** Aproximadamente 98,9 m.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA
ORAROICART/ARQUIVO DA EDITORA
Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

## Triângulos semelhantes

Já vimos que duas figuras são semelhantes se, e somente se, as medidas das aberturas dos ângulos correspondentes forem iguais e as medidas do comprimento dos lados correspondentes forem proporcionais.

Antes de nos aprofundarmos no estudo dos triângulos semelhantes, enunciaremos o **teorema fundamental de semelhança de triângulos**:

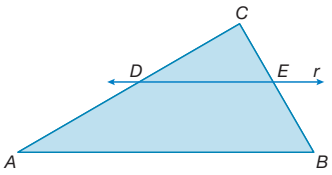
> Toda reta paralela a um dos lados de um triângulo que intercepta os outros dois lados em pontos distintos determina com esses lados um triângulo semelhante ao primeiro.



### Triângulos semelhantes

Neste tópico, os estudantes são levados a perceber que não é necessário analisar a medida de comprimento de todos os lados e a medida da abertura de todos os ângulos para verificar se dois triângulos são semelhantes.

Considere o triângulo *ABC*. Por construção, a reta *r* é paralela ao lado $\overline{AB}$ ($r \parallel \overline{AB}$) e, portanto, $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$. Desse modo, pelo teorema fundamental da semelhança de triângulos, temos que o triângulo *ABC* é semelhante ao triângulo *DEC*.




Assim, podemos escrever a seguinte proporção:

$$\frac{CD}{CA} = \frac{CE}{CB} = \frac{DE}{AB}$$

## Casos de semelhança de triângulos

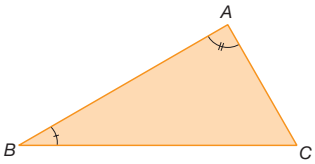
Para verificar a semelhança entre triângulos, não é necessário analisar as medidas da abertura de todos os ângulos e as medidas do comprimento de todos os lados.

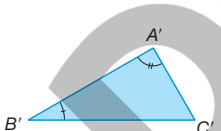
Existem três casos em que podemos verificar a semelhança entre triângulos conhecendo apenas alguns dos seus elementos.

### Caso Ângulo-Ângulo (AA)

Se dois triângulos têm dois ângulos correspondentes com aberturas de medidas iguais, ou seja, dois ângulos correspondentes congruentes, então esses triângulos são semelhantes.

Consideremos o triângulo *ABC* e o triângulo *A'B'C'* representados a seguir.




Nesses triângulos, os ângulos $C\widehat{A}B$ e $C'\widehat{A}'B'$ são congruentes, assim como os ângulos $A\widehat{B}C$ e $A'\widehat{B}'C'$. Então, indicamos:

- $C\widehat{A}B \cong C'\widehat{A}'B'$
- $A\widehat{B}C \cong A'\widehat{B}'C'$

símbolo de congruência

Assim, os triângulos *ABC* e *A'B'C'* são semelhantes e podemos indicar assim:

$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

símbolo de semelhança

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA



### Casos de semelhança de triângulos

São apresentados três casos para que dois triângulos sejam semelhantes. Antes da apresentação de cada caso, os estudantes são instigados a realizar construções e a verificá-las. Motive-os a compartilhar com a turma suas ideias e estratégias, intervindo se necessário.

Após a apresentação do caso ângulo-ângulo (AA), peça aos estudantes que justifiquem a seguinte afirmação: "Quaisquer dois triângulos equiláteros são semelhantes". Para justificar essa afirmação, eles devem se lembrar de que triângulos equiláteros têm os três ângulos internos de mesma medida de abertura, e que a soma das medidas da abertura dos ângulos internos de um triângulo qualquer é sempre 180 graus; logo, quaisquer triângulos equiláteros têm três ângulos internos cuja medida da abertura é de 60 graus e, por esse motivo, quaisquer dois triângulos equiláteros são semelhantes, já que, pelo caso AA, bastavam dois ângulos correspondentes congruentes.

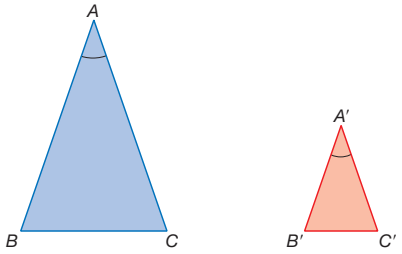
MODERNA

Quando denotamos a semelhança entre dois triângulos desta maneira: $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, fica implícito quais pares de ângulos correspondentes são congruentes e os correspondentes lados proporcionais, ou seja, esse modo de escrever traz indiretamente a correspondência biunívoca existente entre os vértices de triângulos semelhantes. Assim, quando escrevemos: $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, temos que os ângulos de vértices $A$ e $A'$ são congruentes, bem como os ângulos de vértices $B$ e $B'$ e $C$ e $C'$. Quanto aos lados, temos que $\overline{AB}$ é proporcional a $\overline{A'B'}$, $BC$ é proporcional a $\overline{B'C'}$ e $\overline{AC}$ é proporcional a $\overline{A'C'}$. Peça aos estudantes que, ao representar a semelhança entre dois triângulos por meio dessa notação, atentem para a correspondência existente entre os vértices.

No caso lado-ângulo-lado (LAL), é importante mostrar a eles exemplos de pares de triângulos não semelhantes que têm dois pares de lados de medidas de comprimento proporcionais e um par de ângulos congruentes. A ideia é que eles entendam que os ângulos correspondentes congruentes devem ser os ângulos formados pelos lados com medidas de comprimento proporcionais, isto é, não vale o critério lado-lado-ângulo.

### Caso Lado-Ângulo-Lado (LAL)

Se dois triângulos têm dois pares de lados correspondentes com medidas de comprimento proporcionais e os ângulos compreendidos por esses lados são congruentes, então esses triângulos são semelhantes.



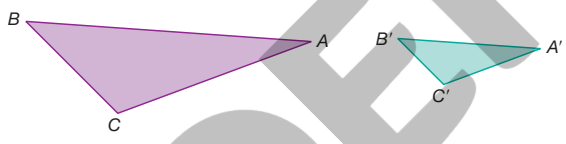

Se:

- $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}$
- $C\widehat{A}B \cong C'\widehat{A}'B'$

Então: $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

### Caso Lado-Lado-Lado (LLL)

Se dois triângulos têm os três pares de lados correspondentes com medidas de comprimento proporcionais, então esses triângulos são semelhantes.




Se:

$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{CB}{C'B'}$

Então: $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

## Tales e a aplicação da semelhança de triângulos

Pouco se sabe sobre o matemático, filósofo e cientista grego Tales de Mileto (624-548 a.C.). Contudo, diversos relatos de épocas posteriores à dele revelam que ele fez vários cálculos sobre a medida da altura de uma pirâmide observando a sombra dela.

Você já ouviu falar das pirâmides do Egito? São construções muito antigas, feitas há cerca de 4.500 anos com grandes blocos de pedra para abrigar o corpo mumificado dos faraós e seus objetos mais valiosos.



### Tales e a aplicação da semelhança de triângulos

Neste tópico, é contada uma possível história de como Tales de Mileto (624-548 a.C.) conseguiu calcular a medida da altura da pirâmide de Quéops. Leia com os estudantes sobre o modo como Tales teria utilizado a semelhança de triângulos para cumprir o desafio. Em seguida, abra um espaço para reflexão a respeito do que Tales fez e dos recursos dos quais dispomos hoje que poderiam ser usados para calcular a medida dessa altura.

MODERNA



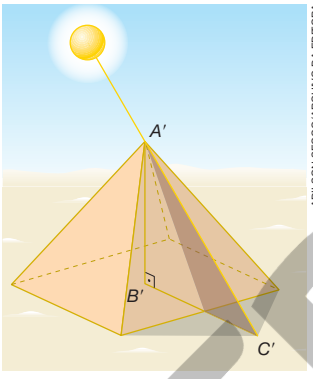
MOHAMED ELSHAHED/ANADOLU/GETTY IMAGES

As pirâmides de Quéops, Quéfren e Miquerinos, no Cairo, Egito. Foto de 2023.

Conta-se que, por volta de 600 a.C., Tales, em uma de suas viagens ao Egito, foi desafiado pelo faraó a calcular a medida da altura da pirâmide de Quéops.

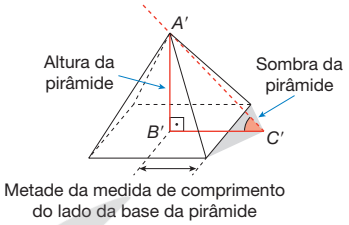
Em um dia de sol, Tales observou que a pirâmide de base quadrada formava uma sombra, conforme mostra o esquema.

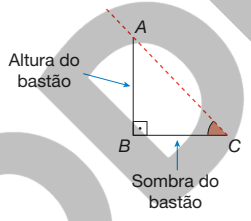
Nesse mesmo instante, Tales fincou um bastão no chão e percebeu que este também projetava uma sombra. Ele esperou até o momento em que a altura e a sombra do bastão tivessem a mesma medida de comprimento e pediu a um de seus ajudantes que medisse imediatamente o comprimento da sombra e do lado da base da pirâmide.




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Analisando as medidas de comprimento obtidas e baseando-se no fato de os raios solares serem paralelos, o filósofo teve a ideia de fazer um esquema como este:




ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

No esquema, os triângulos $A'B'C'$ e $ABC$ são semelhantes (caso AA), pois têm um ângulo reto, e os raios solares incidem com o mesmo ângulo sobre os objetos.

Como os triângulos são semelhantes, as medidas de comprimento dos lados correspondentes são proporcionais: $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC}$

Portanto, Tales concluiu que, como a medida da altura do bastão e a do comprimento da sua sombra eram iguais, a medida da altura da pirâmide era igual à medida do comprimento da sombra da pirâmide mais metade da medida do comprimento do lado de sua base.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Pergunte aos estudantes como é possível explicar a relação de proporcionalidade presente no método empregado por Tales no cálculo da medida da altura da pirâmide. Verifique se eles compreenderam que, comparando a medida do comprimento da sombra da pirâmide com a medida do comprimento da sombra do bastão, fica estabelecida uma relação de proporção entre as medidas da altura da pirâmide e do bastão. Em seguida, proponha que resolvam a seguinte situação:

"Como seria possível, seguindo a ideia de Tales, determinar a medida da altura de um monumento, no instante em que o comprimento de sua sombra mede 3 metros, sabendo que o comprimento da sombra de uma pessoa que mede 1,70 metro de altura, que está próxima ao monumento, mede 0,60 metro?" (Resolução abaixo nesta página).

**Resolução:**

$$\frac{\text{medida da altura do monumento}}{\text{medida da altura da pessoa}} =$$

$$= \frac{\text{medida do comprimento da sombra do monumento}}{\text{medida do comprimento da sombra da pessoa}}$$

Denominando $h$ a medida da altura do monumento, temos:

$$\frac{h}{1{,}70} = \frac{3}{0{,}60} \Rightarrow 0{,}60h = 5{,}10 \Rightarrow h = \frac{5{,}10}{0{,}60} \Rightarrow h = 8{,}5$$

Desse modo, esse monumento mede 8,5 metros de altura.

## Atividades

Em algumas das atividades propostas, os estudantes deverão construir diferentes figuras. Para essas atividades, solicite o uso de instrumentos adequados, como régua e compasso. Chame atenção para o cuidado ao manusear o compasso e verifique se estão manuseando corretamente esses instrumentos. Se considerar adequado, faça essas construções na lousa, orientando-os nas diferentes etapas de cada uma.

Nas **atividades 12** e **13**, espera-se que os estudantes percebam que os ângulos correspondentes têm a mesma medida de abertura e que as medidas de comprimento dos lados correspondentes são proporcionais, concluindo, assim, que os dois triângulos são semelhantes.

**10.** Exemplo de resposta: Triângulos isósceles semelhantes:



Triângulos isósceles que não são semelhantes:



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

## Atividades

**9** Com régua e compasso, construa no caderno um triângulo com ângulos cujas aberturas medem 45° e 90°. Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

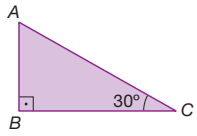
**a.** Qual é a medida da abertura do terceiro ângulo desse triângulo? **9. a.** 45°

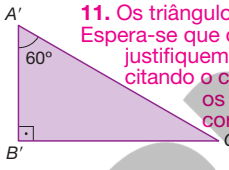
**b.** Compare as medidas do comprimento dos lados e das aberturas dos ângulos do triângulo construído por você com as respectivas medidas do triângulo construído por um colega. Esses triângulos são semelhantes? **9. b.** Sim.

**c.** Considerando somente as informações dadas, o que garante a semelhança entre os triângulos? **9. c.** Caso AA: se dois triângulos têm dois ângulos correspondentes congruentes, então eles são semelhantes.

**10** Construa no caderno dois triângulos isósceles que sejam semelhantes e dois triângulos isósceles que não sejam semelhantes.

**11** Os triângulos a seguir são semelhantes? Justifique sua resposta.




**11.** Os triângulos são semelhantes. Espera-se que os estudantes justifiquem essa afirmação citando o caso AA, uma vez que os ângulos correspondentes são congruentes.

**12** Construa no caderno dois triângulos, um com um ângulo de abertura medindo 30°, formado por dois lados cujos comprimentos medem 8 cm e 10 cm, e o outro com um ângulo de abertura medindo 30°, formado por dois lados cujos comprimentos medem 4 cm e 5 cm. Com o auxílio de uma régua e de um transferidor, meça o comprimento dos lados e a abertura dos ângulos dos dois triângulos. O que você observou? Esses triângulos são semelhantes?

**13** Analise como construir, com régua e compasso, um triângulo cujos lados medem 2 cm, 3 cm e 4 cm de comprimento. Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

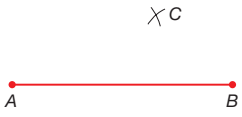
**1** Primeiro, traçamos o segmento $\overline{AB}$ com medida do comprimento igual a 4 cm.



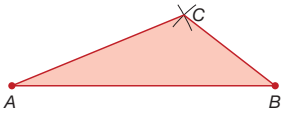

**2** Depois, usando o compasso com abertura medindo 3 cm de comprimento, centramos a ponta-seca em *A* e traçamos um arco.




**3** Em seguida, usando o compasso com abertura medindo 2 cm de comprimento, centramos a ponta-seca em *B* e traçamos um arco.




**4** Por último, traçamos os segmentos $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$, construindo o triângulo *ABC*.




**12.** Espera-se que os estudantes respondam que ambos os triângulos têm ângulos de mesma medida de abertura e que as medidas do comprimento dos lados de um são o dobro das respectivas medidas do comprimento dos lados do outro. Dessa maneira, esses triângulos são semelhantes.

242

LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

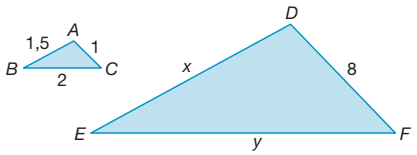
MODERNA

**13.** Espera-se que os estudantes respondam que os ângulos correspondentes dos dois triângulos são congruentes e que, portanto, esses triângulos são semelhantes.

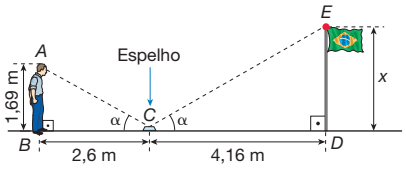
Agora, construa um triângulo com lados medindo 4 cm, 6 cm e 8 cm de comprimento. Meça as aberturas dos ângulos do triângulo construído anteriormente e compare essas medidas com as dos ângulos do triângulo construído por você. O que você observou? Esses triângulos são semelhantes?

**14** Sabendo que os triângulos a seguir são semelhantes, determine os valores de $x$ e $y$.

**14.** $x = 12$ e $y = 16$



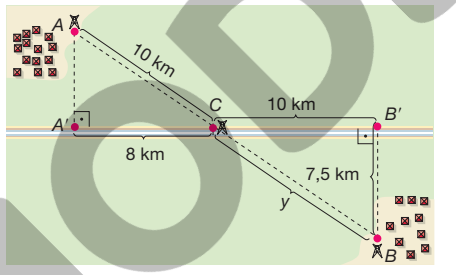

**15** É possível medir a altura a que uma bandeira está hasteada usando um espelho plano e uma fita métrica. Considere figura a seguir. **15.** Aproximadamente 2,70 m.




De acordo com a figura, os triângulos $ABC$ e $EDC$ são semelhantes. Assim, para calcular a altura de medida $x$, uma pessoa precisa conhecer a medida de sua altura, a medida da distância a que está do espelho e a medida da distância entre o espelho e o mastro da bandeira no momento em que ela vê no espelho o topo da bandeira.

Determine a medida da altura da bandeira.

**16** Uma empresa de telecomunicações construirá torres de alta-tensão em três pontos distintos entre as cidades $A$ e $B$. Uma das torres será colocada na cidade $A$, uma na cidade $B$ e a outra, próxima da estrada principal que separa essas cidades.




O esquema mostra as posições das torres.

Sabendo que os triângulos $AA'C$ e $BB'C$ são semelhantes, determine a medida da distância da torre da:

**a.** cidade $A$ à estrada principal, indicada pelo segmento $\overline{AA'}$; **16. a.** 6 km

**b.** cidade $B$ à torre da estrada principal, indicada pelo segmento $\overline{BC}$. **16. b.** 12,5 km

LUIZ RUBIO /ARQUIVO DA EDITORA

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



Na **atividade 14**, espera-se que os estudantes recordem que, quando dois triângulos são semelhantes, as medidas de comprimento dos seus lados são proporcionais e a razão de proporcionalidade entre as medidas de comprimento dos lados dos triângulos é igual a 8.

Na **atividade 15**, os ângulos, cujas medidas de abertura são $\alpha$, correspondem aos ângulos de incidência e reflexão dos raios de luz no espelho. Experiências mostram que as medidas de abertura do ângulo de incidência e do ângulo de reflexão são iguais.

Na **atividade 16**, os estudantes devem perceber que os triângulos $AA'C$ e $BB'C$ são semelhantes. Para chegar a essa conclusão, eles devem notar que os ângulos $A\widehat{C}A'$ e $B\widehat{C}B'$ são congruentes, pois são opostos pelo vértice. Além disso, ambos os triângulos apresentam um ângulo reto. Sabendo que a soma das medidas das aberturas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°, os estudantes chegarão à conclusão de que os três ângulos correspondentes desses triângulos são congruentes; logo, os triângulos são semelhantes. Com base nessa informação, eles devem escrever a proporção $\frac{8}{AA'} = \frac{10}{7,5}$ para obter $AA' = 6$. Para determinar o valor de $y$, basta escrever a proporção $\frac{10}{8} = \frac{y}{10}$, obtendo $y = 12,5$.

MODERNA

## Teorema de Pitágoras

Neste tópico os estudantes aprendem outro teorema, decorrente da semelhança de triângulos, que é de fundamental importância para a resolução de diferentes problemas. Peça a eles que pesquisem a Escola Pitagórica e a importância do teorema de Pitágoras, seja no campo da Matemática ou em outros campos, como o da construção civil, por exemplo. Depois, peça que apresentem o resultado de suas pesquisas aos outros colegas. Isso não só contextualizará o conteúdo como também fará com que os estudantes valorizem o resultado apresentado pelo teorema.

# Teorema de Pitágoras

O filósofo e matemático grego Pitágoras nasceu na ilha grega de Samos, por volta de 572 a.C. Fundou a famosa Escola Pitagórica, em Crotona, a qual serviu de centro de estudos de Filosofia, Ciências Naturais e Matemática.

A Escola Pitagórica era reservada a poucos; os estudos eram comunitários, e o conhecimento produzido era creditado ao mestre. Por isso, várias descobertas foram atribuídas a Pitágoras, embora não se saiba ao certo se realmente foram realizadas por ele ou por outros membros do grupo.

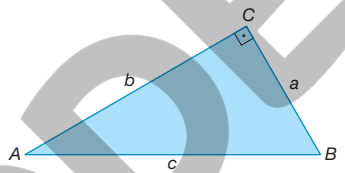
Pitágoras é lembrado até hoje, principalmente pelo teorema que leva seu nome e estabelece uma relação entre as medidas do comprimento dos lados de um triângulo retângulo.

KADAGAN/SHUTERSTOCK



Estátua de Pitágoras, localizada na cidade de Pythagorio, Ilha de Samos, Grécia. Foto de 2023.

Considere o triângulo retângulo representado a seguir.




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Em qualquer triângulo retângulo, o maior lado é chamado de **hipotenusa**, e os lados que formam o ângulo reto são chamados de **catetos**.

Desse modo, no triângulo *ABC* apresentado anteriormente, $\overline{AB}$ é a hipotenusa e $\overline{BC}$ e $\overline{AC}$ são os catetos.

O teorema de Pitágoras diz que:

> Em um triângulo retângulo qualquer, a soma dos quadrados das medidas do comprimento dos catetos é igual ao quadrado da medida do comprimento da hipotenusa.

Assim, na figura anterior, temos:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

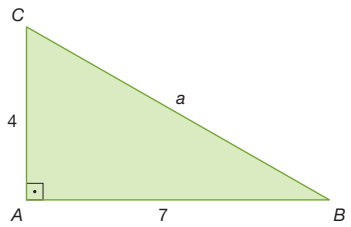


Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

Considere o exemplo a seguir.

Vamos determinar a medida do comprimento da hipotenusa no triângulo *ABC*, em que $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ são os catetos e $\overline{BC}$ é a hipotenusa.



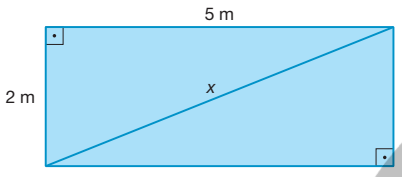

Aplicando o teorema de Pitágoras, temos:

$$a^2 = 4^2 + 7^2$$
$$a^2 = 16 + 49$$
$$a^2 = 65$$
$$a = \sqrt{65}$$
$$a \approx 8{,}06$$

Acompanhe a situação a seguir.

Um piso retangular tem largura medindo 2 m e comprimento medindo 5 m. Qual é a medida do comprimento da diagonal desse piso?

Observe a representação do piso.




Ao traçar a diagonal de um retângulo, obtemos dois triângulos retângulos, como mostra a figura.

Assim, para determinar a medida do comprimento de sua diagonal, que indicamos por *x*, aplicamos o teorema de Pitágoras.

$$2^2 + 5^2 = x^2$$
$$4 + 25 = x^2$$
$$x = \sqrt{29} \simeq 5{,}4$$

Logo, o comprimento da diagonal do piso retangular mede aproximadamente 5,4 m.

**Observação:**

A medida do comprimento de um lado de qualquer figura sempre será um número positivo.

Portanto, ao resolvermos a equação, tivemos de considerar somente a raiz positiva.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Ao trabalhar com as explicações teóricas, comente com os estudantes que o teorema de Pitágoras é uma relação entre as medidas de comprimento dos lados de qualquer triângulo retângulo e que, segundo esse teorema, a medida da área do quadrado construído sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo é igual à soma das medidas das áreas dos quadrados construídos sobre seus catetos. Essa descoberta é um legado importante para a Matemática, pois esse conceito se aplica em diversas situações, principalmente na Geometria e na Trigonometria.

MODERNA

**Demonstração do teorema de Pitágoras**

Apresentamos uma demonstração desse teorema com base na comparação de áreas de figuras geométricas. Certifique-se de que os estudantes compreenderam cada uma das etapas da demonstração e retome a explicação, se necessário.

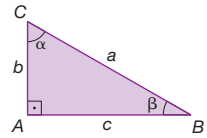
Se houver possibilidade, trabalhe esse conteúdo com os estudantes na sala de informática, caso a escola disponha de uma, pois o contato com outro suporte que não o livro pode ser bastante produtivo. A demonstração apresentada no livro é desenvolvida interativamente no *link* "Uma demonstração sem palavras do 'Teorema de Pitágoras'" (disponível em: https://www.geogebra.org/m/jmMamt5s; acesso em: 30 abr. 2024).

## Demonstração do teorema de Pitágoras

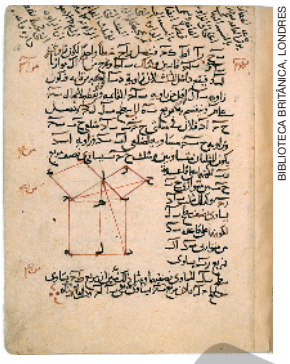
Uma das primeiras demonstrações do teorema de Pitágoras foi desenvolvida por Euclides, em sua obra *Os elementos*, por volta de 300 a.C. Além dessa, já são conhecidas mais de 350 demonstrações.

A seguir, apresentamos uma demonstração que usa a comparação de medidas de áreas de figuras geométricas.

Considere o triângulo retângulo *ABC* a seguir.




Lembre que, em um triângulo qualquer, a soma das medidas dos ângulos internos é 180°. Por isso, em um triângulo retângulo, os ângulos internos que não são retos são complementares.
No triângulo *ABC*, temos: $\alpha + \beta = 90°$



BIBLIOTECA BRITÂNICA, LONDRES

Tradução em árabe do teorema de Pitágoras, que consta na obra *Al-Jabr*, de al-Khowarizmi.

Queremos demonstrar que: $a^2 = b^2 + c^2$

Para isso, vamos analisar os quadrados *HIJK* e *QRST* construídos com a composição de triângulos congruentes ao triângulo *ABC* e os quadrados cujos comprimentos dos lados medem *a*, *b* e *c*, como mostram as figuras 1 e 2.

Observe que, na figura 1, a soma das medidas dos ângulos $H\hat{E}D$, $I\hat{E}F$ e $D\hat{E}F$ é 180°. Na figura 2, a soma das medidas dos ângulos $R\hat{N}O$, $O\hat{N}U$ e $Q\hat{N}U$ também é 180°.

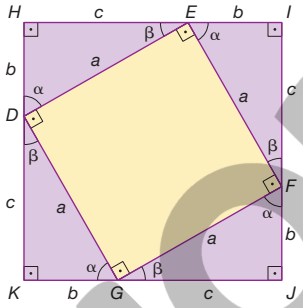



Figura 1

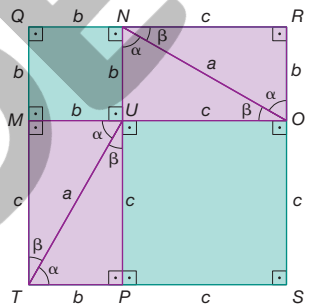



Figura 2

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Os quadrados *HIJK* e *QRST* têm a mesma medida de área, já que seus lados têm a mesma medida de comprimento $(b + c)$.

A medida da área do quadrado *HIJK* é:

$$a^2 + 4 \cdot \frac{b \cdot c}{2} \text{ (I)}$$

medida da área do quadrado *DEFG*

medida da área de cada triângulo em roxo



### Sugestão de leitura

MOREIRA, Ricardo Silva. **Teorema de Pitágoras**: algumas construções e demonstrações no GeoGebra. Disponível em: http://www2.uesb.br/ppg/profmat/wp-content/uploads/2023/06/RICARDO_SILVA_MOREIRAn.pdf. Acesso em: 15 maio 2024.

Essa dissertação aborda algumas construções e generalizações do teorema de Pitágoras no *software* GeoGebra. O trabalho também conta com demonstrações de casos de triângulos semelhantes, buscando auxiliar os professores a realizarem o trabalho em sala de aula de modo dinâmico e criativo.

A medida da área do quadrado *QRST* é:

$$b^2 + c^2 + 4 \cdot \frac{b \cdot c}{2} \quad \text{(II)}$$

- $b^2 + c^2$: medida da área do quadrado *QNUM*
- $4 \cdot \frac{b \cdot c}{2}$: medida da área de cada triângulo em roxo (4 triângulos) / medida da área do quadrado *UOSP*

Como as medidas das áreas dos quadrados *HIJK* e *QRST* são iguais, igualamos I e II:

$$a^2 + 4 \cdot \frac{b \cdot c}{2} = b^2 + c^2 + 4 \cdot \frac{b \cdot c}{2}$$

Subtraindo $4 \cdot \frac{b \cdot c}{2}$ dos dois membros, obtemos:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Portanto, demonstramos que, em um triângulo retângulo qualquer, a soma dos quadrados das medidas dos comprimentos dos catetos é igual ao quadrado da medida do comprimento da hipotenusa.

## Aplicações do teorema de Pitágoras

Na construção civil, é comum construir paredes que formam ângulos retos. Quando isso acontece, dizemos que as paredes estão em esquadro.



JUNIOR ROZZO/ACERVO DA EDITORA

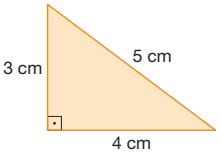
Pessoa verificando com um esquadro se o ângulo formado entre as paredes é reto.



JUNIOR ROZZO/ACERVO DA EDITORA

Esquadro feito com barras de ferro posicionado entre as duas fiadas de tijolos para garantir que as paredes a serem construídas formem um ângulo com abertura medindo 90° entre si.

Para garantir que as paredes estejam em esquadro, é comum montar um esquadro de madeira ou de ferro que servirá de guia para a construção. Esse esquadro se parece com um triângulo retângulo que é semelhante ao triângulo retângulo de lados medindo 3 cm, 4 cm e 5 cm de comprimento, representado na figura.




LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

Segundo o teorema de Pitágoras, em todo triângulo retângulo, o quadrado da medida do comprimento da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas do comprimento dos catetos. Logo, para esse triângulo, temos:

$$5^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow 25 = 9 + 16 \Rightarrow 25 = 25$$



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

### Aplicações do teorema de Pitágoras

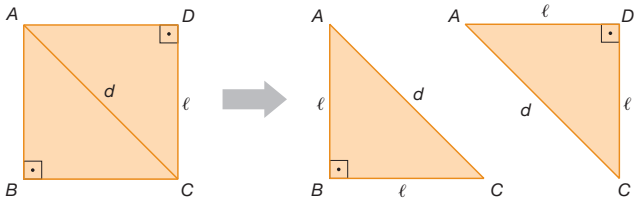
Se julgar conveniente, comente com os estudantes que, em janeiro de 2022, um tuíte de um influenciador digital famoso provocou reflexões sobre para que serve o teorema de Pitágoras, pois ele alega que, aos 34 anos, ainda não aplicou esse teorema que aprendeu na escola. Questione os estudantes sobre essa fala, se concordam ou não, se já fizeram uso desse teorema ou se conhecem alguém que faz e onde aplica esse conhecimento. Deixe que compartilhem com os colegas suas opiniões e experiências e reflita com eles sobre a importância da Matemática e suas descobertas para o avanço do conhecimento da humanidade e da tecnologia.

São apresentadas a medida do comprimento da diagonal de um quadrado e a medida do comprimento da altura de um triângulo, mas esses conceitos podem ser ampliados para outras figuras planas, como o retângulo, o losango e o triângulo isósceles. É importante estimular os estudantes a não memorizar que, em um quadrado, cujo comprimento do lado mede $\ell$, a medida do comprimento da diagonal é $\ell\sqrt{2}$ e que, em um triângulo equilátero, cujo comprimento do lado mede $\ell$, a medida do comprimento da altura é $\ell\frac{\sqrt{3}}{2}$. A intenção é que os estudantes compreendam como essas sentenças matemáticas podem ser deduzidas a partir do teorema de Pitágoras.

## Medida do comprimento da diagonal de um quadrado

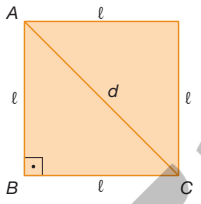
Considere um quadrado *ABCD* cujo comprimento do lado mede $\ell$ e o da diagonal mede *d*.

Note que a diagonal $\overline{AC}$ divide o quadrado *ABCD* em dois triângulos retângulos congruentes: $\triangle ABC$ e $\triangle ADC$.




Aplicando o teorema de Pitágoras ao $\triangle ABC$, temos:

$$d^2 = \ell^2 + \ell^2 \Rightarrow d^2 = 2\ell^2 \Rightarrow d = \sqrt{2\ell^2} \Rightarrow d = \ell\sqrt{2}$$



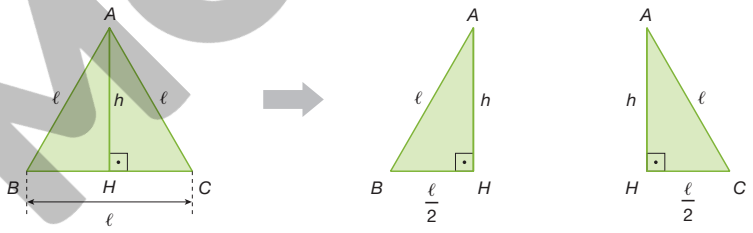

Assim:

> Em um quadrado de lado de medida de comprimento $\ell$, a medida do comprimento da diagonal é $\ell\sqrt{2}$.

## Medida do comprimento da altura de um triângulo equilátero

Considere um triângulo equilátero *ABC* cujo comprimento do lado mede $\ell$ e o da altura mede *h*.

Note que a altura $\overline{AH}$ divide o $\triangle ABC$ equilátero em dois triângulos retângulos congruentes: $\triangle ABH$ e $\triangle ACH$.




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA



248

Aplicando o teorema de Pitágoras no $\triangle ABH$, temos:

$$h^2 + \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \ell^2 \Leftrightarrow h^2 = \ell^2 - \frac{\ell^2}{4} \Leftrightarrow h^2 = \frac{3\ell^2}{4} \Leftrightarrow h = \sqrt{\frac{3\ell^2}{4}} = \ell\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Assim:

Em um triângulo equilátero de lado de medida de comprimento $\ell$, a altura mede $\ell\frac{\sqrt{3}}{2}$ de comprimento.

## O papiro matemático Cairo

O chamado papiro matemático Cairo foi desenterrado em 1938 e investigado em 1962. O papiro, que data de 300 a.C. aproximadamente, contém 40 problemas de matemática, 9 dos quais lidam exclusivamente com o teorema de Pitágoras e mostra que os egípcios dessa época não só sabiam que o triangulo 3, 4, 5 é retângulo, mas que também acontecia o mesmo para os triângulos 5, 12, 13 e 20, 21, 29. [...]

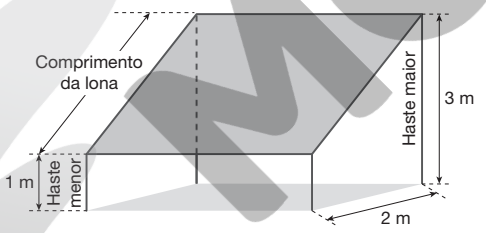
EVES, Howard. **Introdução à história da Matemática**. Campinas, SP: Unicamp, 2004. p. 87.

Cada uma das trincas de números que apareceram no texto anterior satisfaz a sentença do teorema de Pitágoras e por esta razão, são chamadas de **terno pitagórico**. Que outros ternos pitagóricos você conhece? Converse com o professor e os colegas.

**Boxe:** Exemplos de resposta: (8, 15, 17), (7, 24, 25) etc.

## Atividade resolvida

**(Encceja EM 2020)** O dono de um restaurante deseja instalar um toldo para cobrir uma região plana retangular de seu estabelecimento. Esse toldo consiste numa lona, apoiada por quatro hastes perpendiculares ao chão: duas com 3 m e duas com 1 m cada. A distância entre uma haste menor e uma maior é igual a 2 m, conforme ilustrado na figura.




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

### Atividade resolvida

A atividade resolvida aborda uma situação do dia a dia para cuja resolução se aplica o teorema de Pitágoras. Para trabalhá-la, primeiramente, organize os estudantes em duplas ou em trios e solicite que a resolvam sem as explicações apresentadas no livro. Quando terminarem de resolver, pergunte qual alternativa eles julgam ser a correta e quais estratégias usaram na resolução.

### O papiro matemático Cairo

O texto aborda os ternos pitagóricos ou triplas pitagóricas, que são medidas que representam, respectivamente, as medidas do comprimento dos catetos e da hipotenusa de um triângulo retângulo. Pergunte aos estudantes se o terno 5, 12 e 13 é pitagórico e deixe que eles apliquem o teorema de Pitágoras para conferirem. Assim, eles devem calcular:

$(13)^2 = (5)^2 + (12)^2$

$169 = 25 + 144$

$169 = 169$

Portanto, o terno 5, 12 e 13 é pitagórico.

Em seguida, com o auxílio de uma calculadora, solicite a eles que verifiquem se os triângulos 20, 23, 29 e 12, 35, 37 são ternos pitagóricos. Espera-se que, após os cálculos, eles respondam que o triângulo 20, 23, 29 não é retângulo e portanto não é terno pitagórico, e que o triângulo 12, 35, 37 é retângulo, portanto é terno pitagórico.

Se julgar necessário, comente que, na construção civil, muitos pedreiros estabelecem procedimentos informais para a determinação de ângulos retos a partir das triplas ou do próprio teorema de Pitágoras. Pergunte aos estudantes se conhecem outras formas de obtê-los.

MODERNA

Junto aos estudantes, analise a estratégia de resolução do livro e pergunte se coincide com a estratégia usada por eles. Durante a resolução, analise se estão conseguindo aplicar corretamente a fórmula do teorema de Pitágoras e se realizam os cálculos corretamente, verificando seu nível de compreensão e fazendo as intervenções necessárias, a fim de esclarecer possíveis dúvidas.

O fabricante escolhido por ele apresenta quatro possibilidades de comprimento de lona, listadas no quadro.

| Tipo | Comprimento (m) |
|---|---|
| I | 2,30 |
| II | 2,90 |
| III | 3,20 |
| IV | 3,70 |

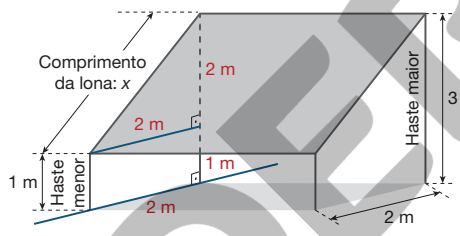
O dono do restaurante decide comprar a lona de menor comprimento que seja capaz de atender suas necessidades.

A lona que ele comprará é a do tipo:

**a.** I. **b.** II. **c.** III. **d.** IV.

### Resolução

Como as hastes são perpendiculares ao chão, elas formam com o chão um ângulo cuja abertura mede 90°. Assim, podemos traçar o esquema a seguir.




Indicando a medida, em metro, do comprimento da lona por $x$ e aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo indicado no esquema, temos:

$$x^2 = 2^2 + 2^2 \Rightarrow x^2 = 4 + 4 \Rightarrow x^2 = 8$$

Como $x$ é uma medida, então $x \geqslant 0$. Assim: $x = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

Como $\sqrt{2} \simeq 1{,}41$, temos que a medida, em metro, do comprimento da lona é aproximadamente igual a 2,82 m, pois: $x = 2 \cdot 1{,}41 = 2{,}82$.

Considerando as possibilidades de medida do comprimento de lona do quadro, verificamos que somente as lonas dos tipos II, III e IV atendem o dono do restaurante; porém, como ele quer a lona de menor medida de comprimento possível, ele deverá comprar a lona do tipo II. Portanto, a alternativa **b** é a correta.



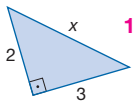
ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA
Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

## Atividades

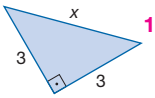
**17** Determine a medida do comprimento $x$ indicada em cada triângulo.

**a.**



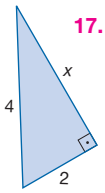

**17. a.** $\sqrt{13}$

**c.**



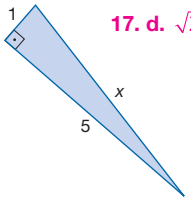

**17. c.** $3\sqrt{2}$

**b.**




**17. b.** $2\sqrt{3}$

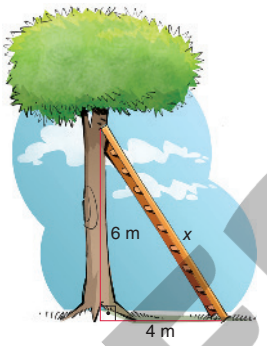
**d.**




**17. d.** $\sqrt{26}$

**18** Uma escada está apoiada no tronco de uma árvore, conforme o esquema. Qual é a medida do comprimento $x$, em metro, dessa escada?

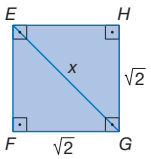
**18.** $2\sqrt{13}$ m




ILUSTRAÇÕES: MAURO SOUZA/ARQUIVO DA EDITORA

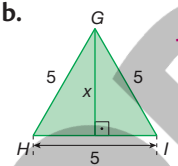
**19** Determine a medida do comprimento $x$ indicada em cada figura.

**a.**




**19. a.** 2

**b.**




**19. b.** $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

**20** Responda às questões a seguir.

**a.** Qual é a medida do comprimento da diagonal de um quadrado cujo comprimento do lado mede 5 cm? **20. a.** $5\sqrt{2}$ cm

**b.** Qual é a medida do comprimento da diagonal de um quadrado cujo perímetro mede 16 cm? **20. b.** $4\sqrt{2}$ cm

**c.** Qual é a medida do comprimento da altura de um triângulo equilátero cujo perímetro mede 24 cm? **20. c.** $4\sqrt{3}$ cm

**d.** Qual é a medida do comprimento do lado de um triângulo equilátero cujo comprimento da altura mede $7\sqrt{3}$ cm? **20. d.** 14 cm

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



### Atividades

Durante a realização das atividades, circule pela sala, pois é uma boa oportunidade para acompanhar e observar como os estudantes estão em relação aos conceitos estudados neste capítulo, não esquecendo que, no dia a dia da sala de aula, também é preciso e essencial acompanhar a aprendizagem dos estudantes, de modo contínuo.

É importante também valorizar os interesses individuais dos estudantes da Educação de Jovens e Adultos, as suas especificidades e o ritmo de aprendizagem de cada um, assim como estar atento às diferenças na forma de aprender e buscar abordagens de ensino que se adaptem a essa realidade, de modo que todos consigam avançar no processo de aprendizagem.

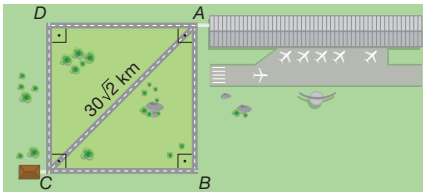
MODERNA

Na **atividade 21**, os estudantes precisam identificar que o atalho que liga o aeroporto à residência corresponde à diagonal de um quadrado, cuja medida foi dada. Assim, deverão aplicar o teorema de Pitágoras para calcular quantos metros essa pessoa terá de percorrer se deseja ir do aeroporto à residência passando pelo ponto *B*. Nessa atividade, eles precisam articular os conhecimentos relativos às propriedades de um quadrado e ao teorema de Pitágoras.

Na **atividade 22**, incentive os estudantes a primeiro representar a situação no caderno por meio de um esquema. Se possível, relembre com eles os pontos cardeais.

**23.** $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{3}, z = 2$ e $w = \sqrt{5}$

**21** Analise o esquema a seguir.

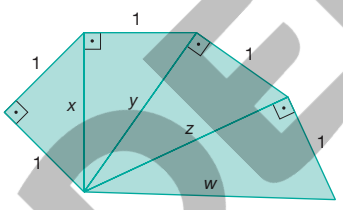



Uma pessoa está no ponto *A*, que representa o aeroporto da cidade, e pretende ir até o ponto *C*, onde fica sua residência.

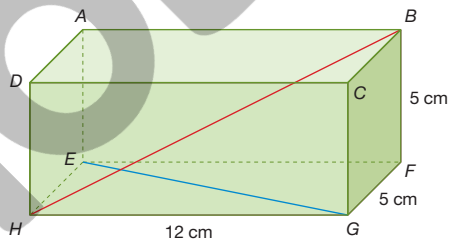
Sabendo que a representação dessas vias forma um quadrado *ABCD*, quantos metros de comprimento essa pessoa terá de percorrer para chegar até sua casa, se ela tiver que passar pelo ponto *B*? **21.** 60.000 m

**22** Uma pessoa está participando de uma caça ao tesouro com um mapa de instruções e uma bússola. Ao chegar à última instrução, ela deu 120 passos para oeste, mas deveria ter dado 50 passos para o norte. Ao perceber o erro, em vez de voltar e recomeçar, ela pensou que poderia economizar alguns passos se soubesse a direção exata do tesouro a partir daquele ponto. Se pudesse ir direto ao tesouro, quantos passos a menos essa pessoa daria? **22.** 40 passos.

**23** Determine as medidas dos comprimentos *x*, *y*, *z* e *w* indicadas na figura.




**24** Considere o paralelepípedo representado a seguir.




Com base na ilustração, determine as medidas do comprimento dos segmentos $\overline{EG}$ e $\overline{BH}$.

**24.** $EG = 13$ cm e $BH = \sqrt{194}$ cm.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

MODERNA

# Analisar dados de gráficos para tirar conclusões

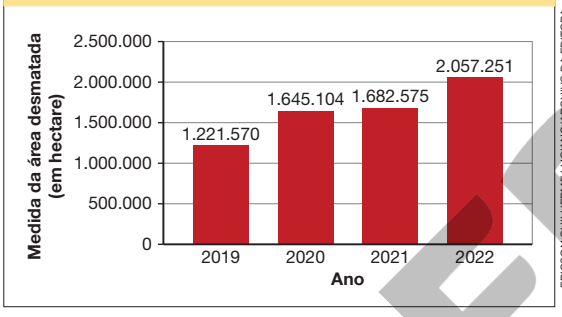
ODS 13 ODS 15

Para interpretar um gráfico, é importante analisar todos os seus elementos: título, identificações dos eixos, fonte e legenda (quando houver). O título descreve o conteúdo do gráfico. As identificações dos eixos ajudam a entender quais variáveis estão sendo representadas. A fonte, por sua vez, fornece informações sobre quando e como os dados foram coletados. Já a legenda indica o significado das cores ou de outros elementos presentes em um gráfico. Além disso, devemos analisar e comparar os dados apresentados para estabelecer correlações entre as variáveis ou identificar tendências.

Também podemos ir além dos dados apresentados explicitamente para tirar conclusões.

Analise o gráfico que mostra a evolução do desmatamento no Brasil de 2019 a 2022.

**Evolução do desmatamento no Brasil de 2019 a 2022**




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

**Fonte:** elaborado com base em MAPBIOMAS. **Relatório Anual do Desmatamento no Brasil (RAD) 2022**. São Paulo: MapBiomas, 2023. p. 34. Disponível em: https://storage.googleapis.com/alerta-public/dashboard/rad/2022/RAD_2022.pdf. Acesso em: 19 fev. 2024.

Com base neste gráfico, podemos tirar algumas conclusões como:

**Conclusão 1:** "Em 2022, o desmatamento foi cerca de 22,3% maior do que em 2021."

**Conclusão 2:** "A medida da área desmatada em 2022 ficou acima da média do período analisado."

Note que a taxa percentual e a média mencionadas nas conclusões anteriores não são apresentadas explicitamente no gráfico.

Outro caminho para tirar conclusões que vão além dos dados apresentados, é conhecer o contexto em que eles foram coletados. Condições climáticas e ambientais, mudanças políticas, cenário econômico etc., são alguns dos fatores que podem influenciar os resultados apresentados em um gráfico.

## Atividades

**1** Responda às questões com base no gráfico. Depois, compartilhe as respostas com o professor e os colegas.

**a.** Que outras conclusões podemos tirar?

**b.** Com base no gráfico, podemos afirmar que a medida da área desmatada em 2023 foi maior do que em 2022? Por quê?

**1. b.** Não, porque os dados apresentados no gráfico são insuficientes para tirar tal conclusão.

**1. a.** Espera-se que os estudantes tirem algumas conclusões como: "Em média, foram desmatados 1.651.625 hectares por ano no período analisado."; "A medida da área desmatada em 2019, ficou abaixo da média no período analisado."



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Ao trabalhar com a **atividade 1**, abra uma roda de conversa e permita que os estudantes comentem atitudes que são necessárias para evitar o desmatamento e recuperar áreas que já foram desmatadas. Eles podem dizer que é necessário reduzir o uso de materiais descartáveis, como papéis, canudos, guardanapos, e também adquirir móveis feitos com madeira de reflorestamento. Essas atitudes, por si mesmas, não são suficientes, pois é necessário repensar todo o sistema de produção, reduzir o uso e reciclar matéria-prima, entre outras ações; porém, as ações individuais também são importantes e necessárias para que as grandes empresas e as políticas públicas caminhem para um desenvolvimento sustentável.

## Tratamento da informação

A linguagem matemática se faz presente em muitas situações do cotidiano. Os gráficos são recursos utilizados para apresentar visualmente dados de determinado assunto. Sendo assim, os estudantes são capacitados a ler, interpretar, analisar dados expressos por meio de gráficos e tirar conclusões.

Antes de propor as atividades, retome com eles os elementos deste gráfico, perguntando qual é o título, quais são as variáveis apresentadas, quando os dados foram coletados, qual é a fonte de pesquisa. Durante essa conversa, observe se ficaram claros esses elementos ou se persiste alguma dúvida, esclarecendo, caso seja necessário.

Ao conduzir as interpretações do gráfico, pergunte se lembram qual é a medida de 1 hectare. Verifique se eles respondem que 1 hectare corresponde a 10 mil metros quadrados. Portanto, em 2019, por exemplo, a medida da área desmatada foi, aproximadamente, 12.215.700.000 $m^2$. Para que seja possível fazer uma comparação, diga a eles que o estádio do Maracanã tem, aproximadamente, 160.000 $m^2$. Portanto, 12.215.700.000 : 160 000 = = 76,348, ou seja, em 2019, uma medida de área equivalente a 76 estádios do Maracanã, aproximadamente, foi desmatada.

O assunto abordado contribui para o desenvolvimento do TCT Educação Ambiental, do **ODS 13** (Ação contra a mudança global do clima) e do **ODS 15** (Vida terrestre), ao conscientizar as pessoas sobre o desmatamento, as condições climáticas e ambientais etc.

Na **atividade 2**, chame a atenção dos estudantes para o fato de que a produção de plástico no mundo está representada em milhões de toneladas e, por isso, a quantidade indicada no gráfico, em cada ano, deve ser multiplicada por 1.000.000.

Na **atividade 3**, os estudantes deverão pesquisar a quantidade de plástico reciclado no Brasil. Ao realizar a pesquisa em conjunto com os colegas, eles exercitam a empatia e o diálogo, agindo coletivamente pautados em princípios éticos e democráticos.

## TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

**1. c.** Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes levantem hipóteses e mencionem fatores como condições climáticas e ambientais, políticas ambientais frágeis, expansão agrícola etc.

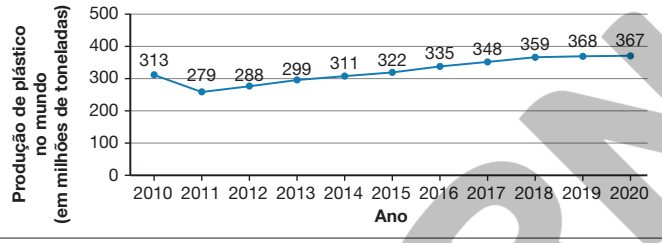
**c.** Em sua opinião, o que pode ter influenciado a evolução do desmatamento no Brasil de 2019 a 2022?

**d.** Reflita sobre suas atitudes perante o meio ambiente em que vive. De que maneiras você poderia colaborar com o bem-estar do meio ambiente? **1. d.** Resposta pessoal.

**2** Observe o gráfico a seguir que mostra a evolução da produção mundial de plástico de 2010 a 2020. **2. a.** 2011 e 2020.

**2. c.** Sim; 2021: 390 milhões de toneladas; 2022: 400 milhões de toneladas; de acordo com os dados obtidos da dissertação de mestrado **Corais e poluição por plástico**: o desafio da economia circular na China e Indonésia.

**Evolução da produção de plástico no mundo de 2010 a 2020**




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

**Fonte:** elaborado com base em CARVALHO, Cátia M. B. de. **Corais e poluição por plástico**: o desafio da economia circular na China e Indonésia. 2022. 70 f. Dissertação (Mestrado em Economia e Gestão do Ambiente) – Faculdade de Economia, Universidade do Porto, Porto, 2022. p. 26. Disponível em: https://repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/144432/2/586228.pdf. Acesso em: 20 fev. 2024.

**2. d.** Exemplos de resposta: polui os mares e oceanos, prejudicando a vida marinha; polui o solo porque a decomposição do plástico é lenta; substâncias químicas presentes em alguns tipos de plástico podem contaminar alimentos e bebidas etc.

Agora, responda:

**a.** Em quais anos a produção mundial de plástico foi menor do que o ano anterior?

**b.** Com base no gráfico, podemos afirmar que a produção mundial de plástico em 2021 foi maior que em 2020? Por quê? **2. b.** Não, porque os dados apresentados no gráfico são insuficientes para tirar tal conclusão.

**c.** Pesquise a produção de plástico nos anos de 2021 e 2022. Elas foram maiores do que 2020?

**d.** Como o consumo excessivo de produtos plásticos afeta o meio ambiente e a saúde humana? Converse com o professor e os colegas. **3. b.** Respostas pessoais.

**e.** Você conhece alguma alternativa sustentável ao plástico? Se sim, qual?

**3** Reúna-se com os colegas de grupo, pesquisem dados sobre a quantidade de plástico reciclado no Brasil por ano, reflitam sobre esses dados e construam um gráfico de barras ou de linha com eles. Depois, procurem responder às questões a seguir.

**a.** O que é possível concluir por meio do gráfico construído? **3. a.** Resposta pessoal.

**b.** Qual é a média, a moda, a mediana e a amplitude total do conjunto de dados que levaram à construção do gráfico? O que é possível concluir com base nessas medidas?

**c.** O propósito inicial da pesquisa foi alcançado? Por quê? **3. c.** Respostas pessoais.

**2. e.** Resposta pessoal. Os estudantes podem citar plásticos biodegradáveis (que se decompõem mais rapidamente), bioplásticos (feitos com fontes renováveis como amido de milho, cana-de-açúcar etc), troca de canudinhos de plástico por canudos feitos de bambu ou palha etc.

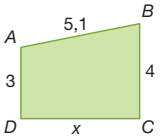
Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

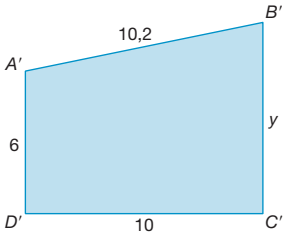
**2.** Espera-se que os estudantes respondam que não. Considere, por exemplo, um retângulo cujos lados medem 3 cm, 3 cm, 1 cm e 1 cm de comprimento e um quadrado cuja medida do comprimento do lado é igual a 2 cm. Ambos têm a mesma medida de perímetro (8 cm), os respectivos ângulos internos são congruentes (90°), porém são figuras distintas.

## ATIVIDADES FINAIS DO CAPÍTULO 8

**1** Supondo que os quadriláteros a seguir sejam semelhantes, determine as medidas dos comprimentos $x$ e $y$ indicadas, em centímetro, e a razão entre a medida do perímetro do quadrilátero menor e a do perímetro do quadrilátero maior.

**1.** $x = 5$ cm, $y = 8$ cm. A razão é $\frac{1}{2}$.

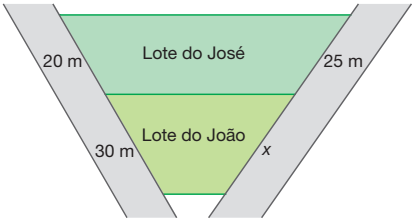



LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

**2** Duas figuras têm a mesma medida de perímetro e todos os respectivos ângulos internos congruentes. É possível afirmar que essas figuras são semelhantes? Converse com o professor e os colegas sobre isso.

**3** José e João compraram cada qual um lote de um terreno com formato de trapézio, conforme esquema a seguir. **3.** 67,5 m




LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

João pretende fechar os lados não paralelos do terreno com uma tela até decidir fazer sua casa. Quantos metros de comprimento de tela ele terá de comprar?

**4** Uma pessoa tirou cópia ampliada de uma imagem que mede 8 cm de largura por 6 cm de comprimento. Qual é a medida do comprimento da imagem ampliada, se a ampliação ficou com 15 cm de largura? **4.** 11,25 cm

**5** Duas figuras têm perímetros medindo 10 cm e 20 cm, e todos os ângulos internos correspondentes são congruentes.

**a.** Dê um exemplo de duas figuras que sejam semelhantes e que satisfaçam essas condições. **5. a.** Dois retângulos, um com lados com medidas de comprimento de 2 cm e 3 cm, e outro com lados com medidas de comprimento de 4 e 6 cm.

**b.** Dê um exemplo de duas figuras que não sejam semelhantes, mas que satisfaçam essas condições. **5. b.** Um retângulo com lados com medidas de comprimento de 2 cm e 3 cm, e um quadrado com lados com medidas do comprimento de 5 cm.

**c.** O que você mudaria na descrição das duas figuras, para que elas sejam sempre semelhantes. **5. c.** Exemplo de resposta: Acrescentar a informação de que as medidas de comprimento dos lados correspondentes são proporcionais.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

## Atividades finais do Capítulo 8

Aproveite as atividades desta seção, nas quais os estudantes têm de aplicar os conceitos apresentados no capítulo, para avaliar as dificuldades nos conteúdos abordados. Instigue-os a fazer um esboço de cada situação descrita e a organizar as informações que são dadas em cada uma das atividades. Isso não só auxiliará na organização do raciocínio dos estudantes como também permitirá que eles tenham um panorama geral do problema e do objetivo a ser atingido. Incentive o trabalho coletivo e o diálogo e retome algum conceito sobre o qual eles ainda tenham dúvida.

MODERNA

Na **atividade 6**, é trabalhado o conceito de escala, importante para ler e interpretar plantas baixas. Ao realizar a atividade, verifique os conhecimentos prévios dos estudantes, pois é possível que alguns deles já tenham contato com esse conceito de maneira informal.

**ATIVIDADES FINAIS DO CAPÍTULO 8**

**7.** $45^2 = 36^2 + 27^2$; logo, a diagonal dividiu o campo em dois triângulos retângulos, e as linhas laterais são perpendiculares às linhas de fundo.

**6** Uma pessoa estava estudando a planta baixa de um apartamento e verificou que um dos quartos, de piso retangular, media 7,5 cm de largura e 10 cm de comprimento. Sabendo que essa planta baixa foi elaborada com uma escala em que cada 2,5 cm na planta corresponde a 1 m na realidade, determine as medidas da largura e do comprimento reais do piso desse quarto. **6.** 3 m de largura e 4 m de comprimento.

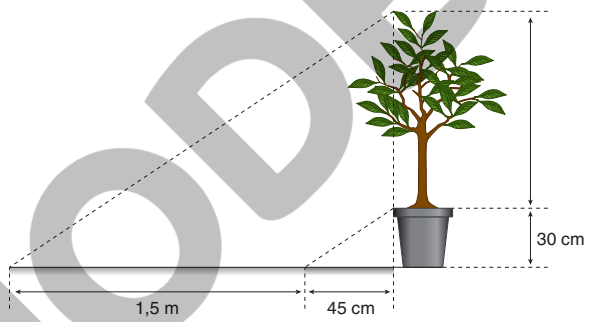
**7** Um campo de futebol foi representado na areia da praia, traçando duas linhas laterais que medem 36 m de comprimento e duas linhas de fundo com 27 m de medida de comprimento. Para confirmar que o campo era retangular, uma pessoa afirmou que o comprimento da diagonal deveria medir 45 m. Explique como a pessoa chegou a essa conclusão.

**8** Para saber o tamanho de uma televisão, você deve medir o comprimento da diagonal do aparelho e transformar a medida obtida para polegada. Sabendo que uma polegada corresponde a 2,54 cm, utilize uma calculadora para responder.

**a.** De quantas polegadas é um televisor que tem aproximadamente 70 cm de medida de largura e 44 cm de medida de altura? **8. a.** 32 polegadas.

**b.** Um televisor de 40 polegadas tem 90 cm de medida de largura. Qual é a medida da altura desse televisor? **8. b.** Aproximadamente 47 cm.

**9** Em um vaso que mede 30 cm de altura há uma planta. Em certo momento do dia, o comprimento da sombra projetada por ela mede 1,5 m e o do vaso, 45 cm. Quanto mede a altura da parte dessa planta que fica para fora do vaso? **9.** 1 m




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

**10** Um grupo de amigos quer fazer um campo de futebol em um terreno do bairro. Para determinar as medidas do comprimento e da largura do campo, pegaram a fotografia de um campo e mediram: 26,5 cm de comprimento por 17 cm de largura. Com isso, eles definiram a medida da largura do campo: 48 m. Qual deverá ser a medida do comprimento desse campo para que a proporção com a fotografia seja mantida?

**10.** Aproximadamente 74,8 m.



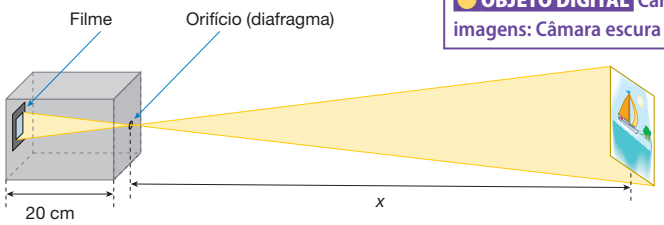
## Sugestão de leitura

MARQUES, Sofia Cardoso. **A descoberta do teorema de Pitágoras**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

Nesse livro a autora mostra caminhos, personagens e assuntos relacionados à Geometria, nos quais se aplicam práticas referentes ao teorema de Pitágoras, e ainda contextualiza esse teorema em algumas civilizações antigas, como Egito e Grécia.

**11** Podemos construir uma câmera fotográfica rudimentar inserindo um filme fotográfico em uma caixa de sapatos com um pequeno orifício, chamado de diafragma, em uma de suas faces.

**OBJETO DIGITAL** Carrossel de imagens: Câmara escura de orifício




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Quando a luz entra pelo orifício, uma imagem invertida é produzida sobre o filme.

**a.** Suponha que você queira fotografar um quadro cujas medidas são 32 cm de largura por 40 cm de altura usando essa câmera improvisada, com medida da profundidade de 20 cm de comprimento. Qual deve ser a medida da distância *x* entre a câmera e o quadro, para que seja produzida uma imagem que mede 8 cm de largura por 10 cm de altura? **11. a.** 80 cm

**b.** Se a imagem produzida medisse 5 cm de altura por 4 cm de largura, a que medida de distância do quadro a câmera deveria ficar? **11. b.** 1,6 m

**12** Uma alpinista verificou que às 14 horas uma árvore com 5 m de altura faz uma sombra de 4 m de comprimento no solo, enquanto a montanha faz uma sombra de 30 m de comprimento. Qual é a medida da altura da montanha? **12.** 37,5 m

**13** Suponha que alguém tenha lhe pedido que fizesse três cópias das fotografias A e B em dimensões diferentes. A fotografia A mede 5 cm de largura e 8 cm de comprimento, e a fotografia B, 5 cm de largura e 6 cm de comprimento.

Usando a calculadora, determine a porcentagem que você deverá usar para ampliar ou reduzir cada fotografia. Considere as determinações apresentadas a seguir.

- Da fotografia A, fazer cópias com a seguintes medidas:
  - **a.** 3,15 cm de largura e 5,04 cm de comprimento; **13. a.** 63%
  - **b.** 10,7 cm de largura e 17,12 cm de comprimento; **13. b.** 214%
  - **c.** 6,35 cm de largura e 14 cm de comprimento. **13. c.** Não é possível, mantendo a proporcionalidade.
- Da fotografia B, fazer cópias com a seguintes medidas:
  - **d.** 6,35 cm de largura e 7,62 cm de comprimento; **13. d.** 127%
  - **e.** 3 cm de largura e 4 cm de comprimento; **13. e.** Não é possível, mantendo a proporcionalidade.
  - **f.** 1,15 cm de largura e 1,38 cm de comprimento. **13. f.** 23%

257

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

## Carrossel de imagens: Câmara escura de orifício

Este carrossel de imagens apresenta algumas curiosidades sobre a câmara escura de orifício, desde seu funcionamento inicial, que foi a base para as câmaras fotográficas modernas, até as câmaras digitais dos celulares. Se julgar oportuno, incentive a turma a pesquisar a evolução da máquina fotográfica, ampliando o TCT Ciência e Tecnologia.

Na **atividade 13**, é interessante discutir com os estudantes a ideia da máquina fotocopiadora, que reproduz imagens cujas cópias sempre nos dão figuras semelhantes, sejam reduções, sejam ampliações. A atividade trata de duas fotografias, A e B, que serão reduzidas ou ampliadas. Dadas as medidas das dimensões, os estudantes devem calcular a taxa de porcentagem, que deverá ser usada para obter a nova fotografia. Eles deverão perceber que, nos dois casos, um para a fotografia A e outro para a fotografia B, não há proporcionalidade entre as medidas, e que, por isso, não será possível fazer ampliação ou redução com as medidas indicadas.

MODERNA

## Mundo digital

O objetivo desta seção é promover uma reflexão sobre o conceito de bolha informacional, visando a que o estudante tome consciência de que isso permeia seu cotidiano, compreenda como e por que ocorre e, principalmente, reflita sobre problemáticas relacionadas ao tema e sobre a criação de estratégias para romper com tais questões.

Inicialmente, incentive os estudantes a relatar experiências relacionadas ao uso de plataformas digitais e sobre o fato de receberem sugestões de conteúdos semelhantes ao que já consomem.

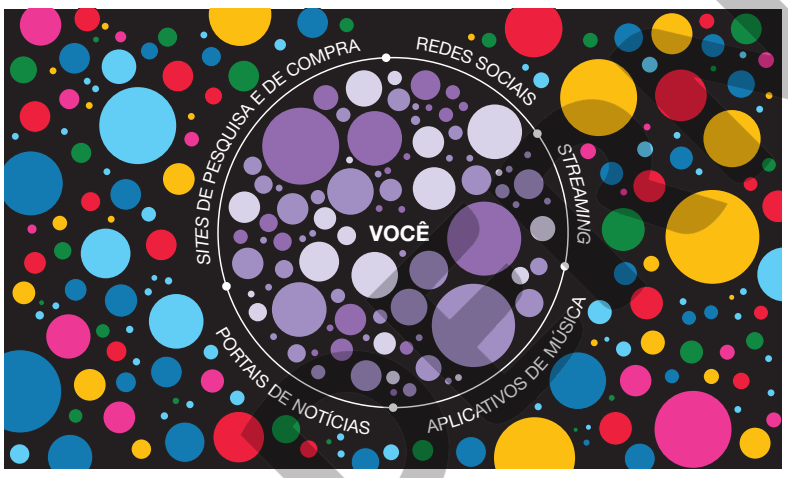
MUNDO DIGITAL

# É tudo interessante?

Se você utiliza alguma rede social, algum aplicativo de música ou mesmo segue canais de vídeos na internet, já deve ter percebido que as plataformas digitais fazem boas sugestões para você: uma nova música que você vai gostar, um vídeo sobre um conteúdo que te interessa, as fotografias daquelas pessoas sobre as quais você quer saber mais.

Especialmente em um dia de cansaço, é relaxante ter esses conteúdos agradáveis na palma da mão. Afinal, as plataformas digitais são capazes de gerar um conteúdo personalizado para você, uma "curadoria" de informações.

Você já se perguntou como isso acontece? Por que isso é interessante para as plataformas digitais? O que se ganha com isso? E, principalmente, quais são os riscos dessa interação? Faz parte desse fenômeno a chamada **bolha informacional**.




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Esquema representando o fenômeno da bolha informacional. Ao consumir apenas informações que nos agradam, perdemos a oportunidade de acessar a diversidade que é o mundo.

### Bolha informacional/bolha de informação

Ambiente, especialmente online, em que as pessoas são expostas apenas a informações e opiniões que confirmam aquilo em que já acreditavam. A bolha informacional é um viés construído pelos algoritmos a partir de nossos hábitos e pesquisas na internet.

BOLHA informacional/bolha de informação. *In*: GLOSSÁRIO. [*S. l.*]: **Educamídia**. Disponível em: https://educamidia.org.br/glossario. Acesso em: 15 fev. 2024.

É o **algoritmo** das plataformas digitais que permite a elas indicarem conteúdos similares aos que você costuma acessar. Algoritmo é uma sequência finita de instruções bem definidas e não ambíguas. Ou seja, as plataformas são programadas para conhecerem as preferências do usuário por meio das curtidas, das buscas realizadas, da medida do tempo dedicado a determinados conteúdos... e, com base nessas informações, sugerir mais conteúdos similares. Com isso, a plataforma consegue ter a atenção do usuário por mais tempo, gerando retorno financeiro para ela.

### Sair da bolha não é assim tão simples

[...] "A internet dos algoritmos vem mudando o modo como a sociedade consome informação e a sua percepção do mundo. Isso tem um papel positivo e prático em tempos de abundância informativa na rede, mas seus efeitos também preocupam", explica. "Ao criar algoritmos que selecionam, refinam e personalizam buscas de acordo com seu histórico de navegação, no caso do Google, ou que escolhem o conteúdo que deve ser mostrado ou não na sua *timeline*, a exemplo do Facebook, essas plataformas orientam e mediam o fluxo informativo na rede".

Os algoritmos melhoram a experiência do usuário, mas é preciso manter em mente que seu principal objetivo é econômico, como coloca Fernanda. "Vale a máxima 'Se você não está pagando por um produto, então o produto é você'. O algoritmo do Facebook prioriza o *feed* de notícias de familiares e amigos nas *timelines*. Marcas e veículos de comunicação precisam pagar mais para entregar conteúdo ao seu público-alvo. É um modelo de negócio, e não há problemas nisso. Mas é essencial que esse jogo de forças esteja muito claro para o usuário". [...]

MELO, Aline. Sair da bolha não é assim tão simples. **Jornal do Campus**, São Paulo, 13 set. 2017. Disponível em: https://www.jornaldocampus.usp.br/index.php/2017/09/sair-da-bolha-nao-e-assim-tao-simples/. Acesso em: 15 fev. 2024.

As bolhas informacionais apresentam sérios riscos ao comportamento humano e às relações sociais. O conhecimento adquirido dentro de uma bolha é limitado e pode distorcer a visão do mundo e de sua complexidade.

A falta de variedade de informações transmite a sensação de que o mundo é simples e isso influencia a tomada de decisões, pois contribui para que ocorra um **viés de confirmação**. Isto é, a opinião da pessoa fica enviesada e tendenciosa, uma bolha informacional funciona confirmando tudo aquilo que uma pessoa já acredita, mas que não é, necessariamente, a realidade.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Questione se já ouviram o termo "sair da bolha" para expressar a mudança de perspectiva sobre algum assunto. Proponha que assistam ao vídeo Bolha informacional – Me explica, Vai! – EducaMidia (disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=rMFI5hDgxMU; acesso em: 30 abr. 2024), o qual ilustra e define o conceito de bolha informacional.

Ao seguir com a leitura do texto, explore com mais exemplos o significado do termo "algoritmo", muito presente na Matemática (por exemplo, algoritmo da adição, da divisão...). Após a leitura do texto dessa página, é oportuno realizar rodas de conversa para que os estudantes reflitam sobre as possíveis problemáticas envolvidas na restrição do acesso à informação. Pode-se, inclusive, sugerir que eles busquem e leiam o texto na íntegra.

Continuando a leitura do texto, enfatize os problemas ligados à restrição de informação que ocorre nas bolhas de informação. Ao citar o termo "viés de confirmação", explique melhor o significado, mencionando que esse é um tipo de viés cognitivo. Um viés cognitivo, também chamado de tendência cognitiva, é um padrão de pensamento que afeta a capacidade de julgamento de uma pessoa, levando a uma percepção distorcida da realidade, a um julgamento pouco acurado e a uma interpretação ilógica. Um dos tipos mais emblemáticos desses vieses é o viés de confirmação: uma tendência de buscar e interpretar informações que confirmem aquilo em que se acredita.

A partir dos textos complementares, conclua o estudo buscando conhecer outros tipos de vieses cognitivos, o que auxilia no desenvolvimento da criticidade.

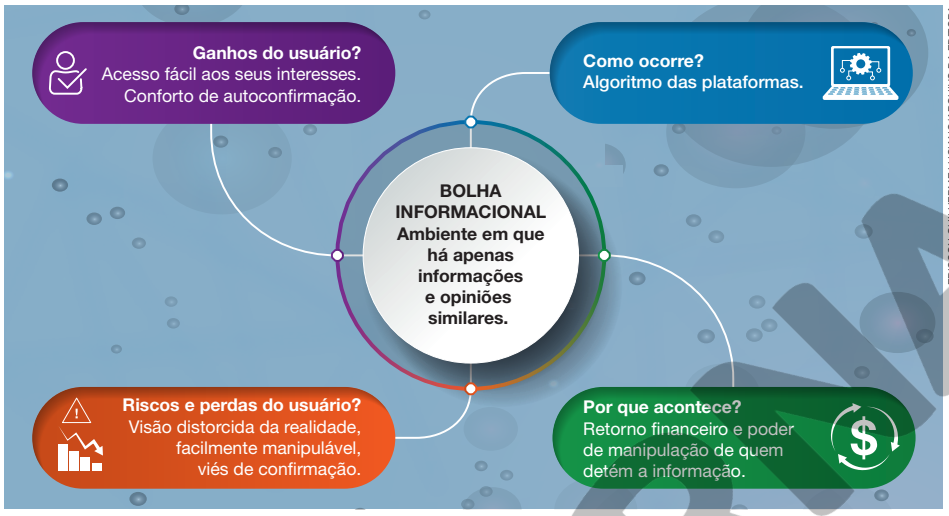
Explore as questões com os estudantes, promovendo uma roda de conversa, de modo a sistematizar as ideias debatidas. Por fim, auxilie-os a elaborar o conteúdo, que pode ser em etapas (pesquisa, escrita e produção). Se possível, aborde diferentes maneiras de realizar a "campanha de conscientização" da escola, agendando momentos para a apresentação coletiva.

**MUNDO DIGITAL**

**1.** Resposta pessoal. Exemplos de resposta: Buscar compreender outros pontos de vista, ser flexível e aberto ao diálogo com o diferente, buscar diversidade de informações, acessar fontes confiáveis e não se limitar às informações recebidas em redes sociais. Estar consciente de existência da bolha também é importante.

**2.** Resposta pessoal. Possibilidade: Problemática é limitar a visão de mundo. Exemplo, polarização de ideias e impossibilidade de diálogo.

O infográfico a seguir resume as ideias relacionadas às bolhas informacionais.




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Ter consciência das bolhas informacionais presentes no cotidiano possibilita criar estratégias para lidar com elas. Questionar o que se acredita e buscar ampliar o conhecimento de mundo pode não ser confortável, mas é essencial para descobrir a complexidade do mundo, para desenvolver habilidades críticas e reflexivas e para viver a realidade.

Junte-se a dois ou três colegas para trocar ideias e impressões sobre os questionamentos a seguir e realizar a atividade.

**1** Você já se percebeu em uma "bolha informacional"? Reflita a respeito das informações que você consome e de possíveis estratégias para ter acesso à diversidade de informações.

**2** Bolhas informacionais também acontecem fora das plataformas digitais. Converse com seus colegas sobre como isso ocorre e as problemáticas envolvidas. Cite exemplos. Se necessário, pesquise a respeito.

**3** Elaborem um vídeo para ser divulgado na escola e na internet. O objetivo desse material é estimular as pessoas a "saírem da bolha". Mostre os problemas de não conviver com o diferente e de restringir o olhar sobre o mundo. Vocês podem criar um vídeo ou mesmo uma cena teatral para apresentar na escola, explicando o que é a bolha informacional, seus riscos e especulando maneiras de "furar a bolha".

**3.** Auxiliar os estudantes a organizarem esta atividade em etapas.

Primeiramente, é necessário pesquisar e discutir as possíveis estratégias para sair ou furar as bolhas. Depois, é necessário escolher a forma da apresentação e elaborar um roteiro de como se deseja organizar e transmitir a mensagem. Por fim, elabora-se o produto e as maneiras de divulgá-lo.



## Sugestão de leitura

GUZZO, Guilherme Branbatt; LIMA, Valderez Marina do Rosário. O exercício do pensamento crítico em face dos vieses cognitivos. **Repositório Institucional PUCRS**, Rio Grande do Sul, 2018. Disponível em: http://hdl.handle.net/10923/15072. Acesso em: 30 abr. 2024.

Escrito para educadores que desejam refletir sobre o desenvolvimento do pensamento crítico na sala de aula; para isso, recomenda-se a leitura do artigo na íntegra. Trechos do artigo podem ser trabalhados na sala de aula.

# AVALIAÇÃO DO CAPÍTULO 8

## Revisando o conteúdo

Para organizar o conteúdo estudado, podemos utilizar algumas ferramentas de revisão. Para este capítulo, apresentamos uma lista com alguns dos principais assuntos estudados. Leia atentamente essa lista e anote as dúvidas que ainda persistirem.

- Duas figuras são **semelhantes** quando as medidas de comprimento de quaisquer segmentos correspondentes nas duas figuras são proporcionais e as medidas das aberturas dos ângulos correspondentes são iguais.
- **Teorema de Tales:** se um feixe de retas paralelas é cortado por duas retas transversais, as medidas de comprimento dos segmentos determinados sobre a primeira transversal são proporcionais às medidas de comprimento dos segmentos correspondentes determinados sobre a segunda transversal.

**a.** Entre os conteúdos estudados, você identificou algum que já aplicou em seu cotidiano? Esse conhecimento foi aplicado em quais situações? **a.** Respostas pessoais.

**b.** Como você pode usar o aprendizado adquirido no dia a dia? **b.** Resposta pessoal.

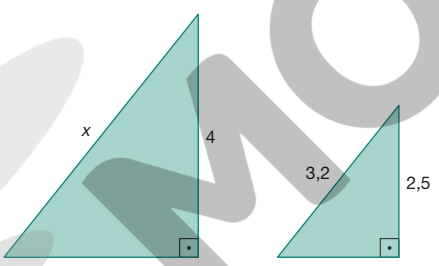
**c.** Você teve dúvida em algum conteúdo estudado? Ela foi solucionada? Retome esses conteúdos e, se necessário, procure esclarecer sua dúvida com o professor ou algum colega. **c.** Respostas pessoais.

**d.** Agora, faça no caderno uma lista com os principais conteúdos relacionados à semelhança de triângulos e ao teorema de Pitágoras. **d.** Resposta pessoal.

**e.** Compare a lista que você elaborou com a de outros colegas. Há diferenças? Percebeu alguma coisa que possa complementar sua lista? **e.** Respostas pessoais.

## Aplicando seus conhecimentos

**1** Qual é a medida de comprimento $x$ sabendo que os triângulos são semelhantes? **1.** Alternativa **a**.




ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

**a.** 5,12 **b.** 2 **c.** 3,125 **d.** 6,4



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

## Avaliação do Capítulo 8

### Revisando o conteúdo

Agora, os estudantes vão colocar em prática o que aprenderam neste capítulo. Incentive-os a organizar seus aprendizados criando ferramentas de estudo como lista, mapa conceitual, entre outros, destacando os conceitos que julgarem importantes. Nesta seção, a organização do conteúdo foi em formato de lista, mas é indicado que cada estudante crie sua própria ferramenta para revisar o conteúdo levando em consideração seu conhecimento prévio.

### Aplicando seus conhecimentos

É fundamental não focar apenas a verificação das respostas, atentando principalmente para o desenvolvimento do raciocínio da turma. Por isso, acompanhe a resolução das atividades para observar como o conhecimento prévio dos estudantes, combinado com os aprendizados escolares, influenciou as estratégias empregadas.

Na **atividade 1** é possível verificar se os estudantes compreenderam o conceito de semelhança de triângulos. Nela, os estudantes devem mobilizar conhecimentos sobre semelhança de triângulos retângulos. Para calcular a medida desconhecida, podem fazer $\frac{x}{4} = \frac{3,2}{2,5}$.

MODERNA

Na **atividade 2**, espera-se que os estudantes identifiquem a relação entre as medidas dos lados correspondentes dos retângulos.

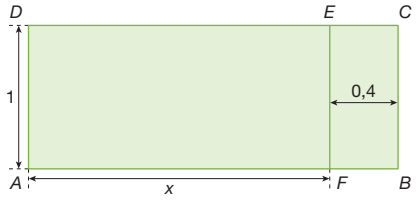
A **atividade 3** é a aplicação do teorema de Tales. Verifique se algum estudante apresenta dificuldade em identificar o teorema e, se for o caso, retome o conteúdo com a turma.

Para resolver a **atividade 4**, os estudantes precisam reconhecer que os triângulos *ABC* e *EDC* são semelhantes pelo caso ângulo-ângulo (AA), pois ambos apresentam um ângulo reto e um ângulo comum no ponto *C*.

A **atividade 5** retoma o conceito de triângulos semelhantes, como também sua classificação. Espera-se que os estudantes não tenham dificuldades em lembrar o que são triângulos isósceles, escaleno, equilátero e retângulo.

## AVALIAÇÃO DO CAPÍTULO 8

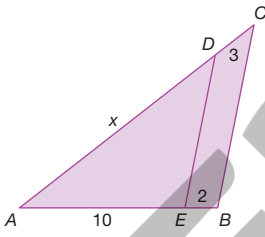
**2** Considere a figura a seguir.




Se os retângulos *ABCD* e *BCEF* são semelhantes e $AD = 1$, $AF = x$ e $FB = 0{,}4$, então a medida de comprimento *x* vale: **2.** Alternativa **d**.

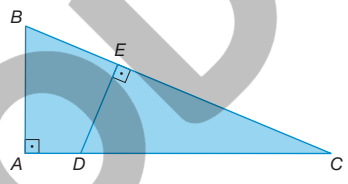
**a.** 1. **b.** 1,8. **c.** 2,5. **d.** 2,1.

**3** Qual é a medida de comprimento *x*, sabendo que $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$? **3.** Alternativa **b**.




**a.** 0,6 **b.** 15 **c.** 6 **d.** 30

**4** O triângulo *ABC* representado a seguir é retângulo em *A*. Sabe-se que $AB = 5$, $AC = 12$, $BC = 13$ e $AD = 2$. Qual é a medida do comprimento aproximada de $\overline{DE}$? **4.** Alternativa **c**.




**a.** 6,5 **b.** 4,6 **c.** 3,8 **d.** 5,4

**5** Qual das afirmações a seguir é a correta? **5.** Alternativa **c**.

**a.** Dois triângulos isósceles são sempre semelhantes.

**b.** Dois triângulos retângulos são sempre semelhantes.

**c.** Dois triângulos equiláteros são sempre semelhantes.

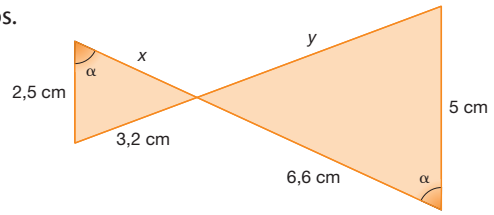
**d.** Dois triângulos escalenos nunca serão semelhantes.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

ILUSTRAÇÕES: ORAPICICART/ARQUIVO DA EDITORA

**6** Considere os triângulos representados.

As medidas de comprimento $x$ e $y$ são respectivamente: **6.** Alternativa **c**.




**a.** 6,4 cm e 3,3 cm.

**b.** 3,2 cm e 6,6 cm.

**c.** 3,3 cm e 6,4 cm.

**d.** 13,2 cm e 26,4 cm.

**7** O comprimento de uma escada mede 4 m e tem uma de suas extremidades apoiada no topo de um muro. A outra extremidade dista 2,4 m da base do muro. Qual é a medida da altura do muro? **7.** Alternativa **b**.

**a.** 3,7 m **b.** 3,2 m **c.** 10,24 m **d.** 1,6 m

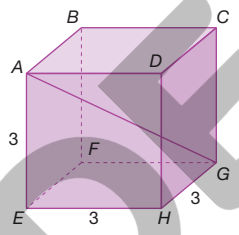
**8** A diagonal do retângulo $ABCD$ mede 8 cm de comprimento e $BC = 6$ cm. Qual é a medida do comprimento de $\overline{DC}$? **8.** Alternativa **d**.

**a.** 12 cm **b.** 10 cm **c.** 28 cm **d.** $2\sqrt{7}$ cm

**9** A medida do comprimento de $\overline{AG}$ é: **9.** Alternativa **a**.

**a.** $3\sqrt{3}$. **c.** 27.

**b.** $3\sqrt{2}$. **d.** 18.




Se você teve dificuldade em alguma atividade, consulte este quadro e verifique o que precisa estudar novamente para auxiliá-lo na resolução dessa atividade.

**Tópicos deste capítulo abordados nas atividades**

| Atividades | Tópicos relacionados |
|---|---|
| 1, 2, 3, 4, 5 e 6 | Figuras semelhantes |
| 3 | Teorema de Tales |
| 1, 3, 4, 5 e 6 | Triângulos semelhantes |
| 7, 8 e 9 | Teorema de Pitágoras |

ILUSTRAÇÕES: ORARICART/ARQUIVO DA EDITORA

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



Na **atividade 6**, os estudantes devem identificar na figura a presença de dois triângulos semelhantes. Para facilitar a identificação das medidas de comprimento dos lados correspondentes, sugira a eles que desenhem os triângulos e depois marquem os ângulos correspondentes congruentes, de modo a facilitar a visualização dos lados opostos a cada ângulo e, consequentemente, a correspondência com os lados no outro triângulo.

O objetivo da **atividade 7** é verificar, além da aplicação do teorema de Pitágoras, a compreensão e interpretação do enunciado. Se julgar necessário, peça aos estudantes que esbocem no caderno os segmentos que representariam a escada, o muro e a distância entre eles. Espera-se que, com o desenho, eles identifiquem um triângulo retângulo.

Na **atividade 8** é possível verificar se os estudantes conseguem resolver um problema para determinar a medida de comprimento de um dos lados de um retângulo, aplicando o teorema de Pitágoras, com os dados fornecidos no enunciado e sem o apoio da figura.

A **atividade 9** estimula a habilidade espacial ao pedir aos estudantes que determinem a medida do comprimento do segmento $\overline{AG}$. Eles devem perceber que o segmento $\overline{AG}$ é uma das diagonais do cubo e também a hipotenusa do triângulo retângulo $AEG$. A medida do comprimento do cateto $\overline{AE}$ está indicada na figura. Então, é preciso calcular a medida do comprimento do cateto $\overline{EG}$, que é a mesma medida do comprimento da diagonal do quadrado $EFGH$. Em seguida, basta aplicar o teorema de Pitágoras: $(AG)^2 = (AE)^2 + (EG)^2$

Ao final das atividades, oriente-os a retomar os tópicos em que tiveram mais dúvidas e a refazer as atividades nas quais tiveram mais dificuldades. Após isso, se eles continuarem com dúvidas, permita que conversem com os colegas e, circulando pela sala, auxilie-os a revisar os assuntos deste capítulo. Além disso, aproveite este momento para valorizar o esforço deles e para incentivá-los a continuar estudando mesmo diante das dificuldades.

## Orientações para a Prática integradora

Esta seção apresenta a magnitude do problema da produção de lixo no Brasil e no mundo e seus impactos ambientais, mesmo quando a coleta é feita corretamente. Além disso, expõe práticas de sustentabilidade, como os 5 Rs (repensar, recusar, reduzir, reutilizar e reciclar), para diminuir o impacto na natureza causado pelo descarte irregular do lixo.

São propostas aos estudantes diversas práticas integradoras contextualizadas ao tema abordado, como produção de textos, atividades em grupos, pesquisas, produção de alimentos, confecção de produto utilizando material reciclável, elaboração de um boletim dos 5 Rs, além da divulgação das atividades realizadas. Esses processos de ensino e aprendizagem contemplam a diversidade de perfis dos estudantes da Educação de Jovens e Adultos, incentivando a que reflitam sobre o tema de maneira crítica e significativa, sendo capazes de analisar os problemas sociais, tomando decisões conscientes e responsáveis, possibilitando o desenvolvimento de agir com autonomia.

# PRÁTICA INTEGRADORA

## Para onde vai o lixo?

ODS 11 ODS 12 ODS 13 ODS 14 ODS 15

Imagine uma montanha com 85,2 milhões de carros populares empilhados. Enfileirados eles dariam a volta no planeta 7,6 vezes. Esse é o volume de lixo que os brasileiros geraram [em 2022, segundo o Panorama dos Resíduos Sólidos do Brasil 2022], levantamento realizado pela Associação Brasileira de Empresas de Limpeza Pública e Resíduos Especiais (Abrelpe).

Em 2022, produzimos 81,8 milhões de toneladas de resíduos nas áreas urbanas, o que representa 224 mil toneladas diárias. Cada pessoa gerou [...] mais de um quilo de lixo por dia.

LIXO de brasileiros em 2022 equivale a 85 milhões de carros populares. **Exame**, São Paulo, 22 fev. 2023. Disponível em: https://exame.com/ciencia/lixo-de-brasileiros-em-2022-equivale-a-85-milhoes-de-carros-populares/. Acesso em: 19 fev. 2024.

É muito lixo produzido em um ano! No entanto, nem todos esses resíduos são coletados. Conforme o Panorama dos Resíduos Sólidos do Brasil 2022, cerca de 76,1 milhões de toneladas foram coletadas em 2022, representando uma cobertura de coleta de 93% do lixo produzido.

Os resíduos não coletados geralmente são descartados pela população em vias públicas, córregos e rios, o que pode impedir o escoamento da água da chuva e causar enchentes na região. Além disso, grande parte do lixo não coletado costuma ser jogada no mar pelas pessoas ou pelas indústrias afetando diretamente a fauna marinha. Os animais podem ficar presos nos resíduos ou até ingeri-los confundindo-os com alimentos, o que pode levá-los à morte.

IMAGEM CEDIDA PELA FUNDAÇÃO PROJETO TAMAR



Todas as espécies de tartarugas marinhas encontradas no Brasil estão sendo ameaçadas por atividades humanas, como o despejo de lixo no mar.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

Os resíduos jogados no mar, principalmente os plásticos, podem ser transportados pelos ventos e pelas correntes oceânicas até se concentrarem em áreas em que ficam aprisionados, conhecidas como ilhas de lixo. Os plásticos levam centenas de anos para se decompor. Ao longo do tempo, eles se fragmentam em pedaços cada vez menores, os microplásticos, que podem medir até 5 mm de diâmetro.

**OBJETO DIGITAL**
Infográfico: Microplástico



CAROLINE POWER PHOTOGRAPHY

Mar de plásticos e isopor, uma grande ilha de lixo flutuando à deriva pelo Mar do Caribe em uma parte do Golfo de Honduras, com aproximadamente 7 quilômetros de medida de comprimento e 100 metros de medida de largura em alguns pontos. Foto de 2018.

Porém, não é apenas com o lixo não coletado que temos que nos preocupar. Agora, vamos analisar o que ocorre com os resíduos coletados.

## O lixo coletado

No Brasil, os principais destinos do lixo coletado são aterros sanitários, lixões ou aterros controlados. Confira a diferenciação deles a seguir.

- Os **aterros sanitários** buscam minimizar os impactos na natureza e os danos à saúde pública com uma estrutura formada por sistemas de impermeabilização, coleta e drenagem do **chorume** e captação e queima controlada dos gases liberados pelo lixo em decomposição.
- Os **lixões** são depósitos de lixo a céu aberto sem qualquer técnica para proteção da natureza ou da saúde pública, de modo que o chorume pode contaminar o solo e os lençóis freáticos, e os gases da decomposição do lixo são liberados para o ambiente.
- Os **aterros controlados** são lixões em que há o cuidado de cobrir os resíduos com terra após cada jornada, não havendo controle do chorume ou dos gases produzidos na decomposição do lixo.

**Chorume:** líquido escuro que é gerado pela decomposição da matéria orgânica do lixo.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

### Infográfico: Microplástico

Este infográfico complementa o tema trabalhado nesta seção ao mostrar alguns pontos sobre o uso e o descarte do plástico e os problemas que ele causa na vida marinha. Comente que os plásticos levam centenas de anos para se decompor e, durante esse tempo, eles se fragmentam em pedaços menores, contaminando a atmosfera, o solo e os oceanos.

Leia o texto com os estudantes e, sempre que necessário, questione-os sobre as informações ali presentes. Espera-se que eles expressem suas opiniões, mas é preciso estar atento aos comentários maldosos que possam ocorrer entre os estudantes, conversando com eles com o intuito de orientá-los a evitar brincadeiras e comentários que caracterizem *bullying* e enfatizando a importância de valorizar a diversidade, propondo que suas atitudes sejam de empatia, cooperação e solidariedade.

MODERNA

O texto fornece informações que abordam o destino do lixo, sugerindo alternativas para diminuir seus impactos ao meio ambiente, levando os estudantes a se conscientizarem e agirem em prol da natureza, contemplando o TCT Educação Ambiental. Além disso, incentiva o consumo sustentável, a redução do desperdício, a coleta seletiva, a conservação das águas, a implementação de serviços que colaborem com os cuidados com a natureza, ações que contribuem para que o **ODS 11** (Cidades e comunidades sustentáveis), o **ODS 12** (Consumo e produção responsáveis), o **ODS 13** (Ação contra a mudança global do clima), o **ODS 14** (Vida na água) e o **ODS 15** (Vida terrestre) sejam desenvolvidos, e contempla-se também o TCT Educação para o Consumo.

**PRÁTICA INTEGRADORA**

No Panorama dos Resíduos Sólidos do Brasil 2022, identificou-se que 61% dos resíduos sólidos coletados em 2022 foi para aterros sanitários, enquanto 39% do lixo coletado foi para locais de disposição inadequada, como lixões e aterros controlados.



ADRIANO KIRIHARA/PULSAR IMAGENS

Vista de drone do aterro sanitário de Presidente Prudente (SP). Foto de 2022.



LUCIANA WHITAKER/PULSAR IMAGENS

Lixão localizado em Valença do Piauí (PI). Foto de 2022.

Os aterros sanitários são preparados para receber o lixo e restringem o acesso da população, enquanto os lixões não têm qualquer preparo para o lixo e podem ser facilmente acessados por pessoas e animais.

## Uma alternativa

Todos os locais de descarte do lixo causam impactos ao meio ambiente, até mesmo os aterros sanitários, então é necessário utilizar uma solução que afete a natureza o mínimo possível. Nesse sentido, destacam-se os 5 Rs da Sustentabilidade: repensar, recusar, reduzir, reutilizar e reciclar.

- Repensar: refletir acerca dos hábitos de consumo.
- Recusar: evitar produtos descartáveis ou de empresas sem compromisso com o meio ambiente.
- Reduzir: diminuir o uso de descartáveis e o desperdício de alimentos.
- Reutilizar: reusar sacolas plásticas, isopor, copos descartáveis, garrafas retornáveis e embalagens.
- Reciclar: transformar papéis, plásticos, vidros e alumínio em novos produtos.

A seguir, você vai se reunir em grupo com alguns colegas para realizar as atividades propostas. Para facilitar a comunicação, criem um grupo com a turma toda em um aplicativo de mensagens.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODELO

**2. a.** A resposta depende do ano em que a atividade for realizada.

**1** De acordo com os textos, respondam:

**1. b.** 5,7 milhões de toneladas.

**a.** Considerando que um carro popular tem medida de massa equivalente a 1 tonelada e que, em 2022, havia cerca de 203,1 milhões de habitantes no país, segundo o Censo 2022, aproximadamente quantos quilogramas de lixo foram produzidos por pessoa nesse ano no Brasil? **1. a.** 419 kg por pessoa.

**b.** Em 2022, quantas toneladas de lixo produzido no país não foram coletadas?

**2** O Plano Nacional de Resíduos Sólidos (Planares) estabeleceu que até 2024 não deveriam existir mais lixões e aterros controlados no Brasil. Para responder às questões a seguir, se necessário, busquem mais informações na internet.

**a.** Ainda existem lixões e aterros controlados no país?

**b.** No município em que você mora, onde é feito o descarte do lixo: aterros sanitários, lixões, aterros controlados ou outros locais? **2. b.** Resposta pessoal.

**3** Para reduzir o desperdício de alimentos, é possível aproveitar partes de frutas, verduras ou legumes que costumam ser descartadas. Por exemplo, quando comemos banana, costumamos descartar sua casca, mas ela pode ser usada em bolos, farofas ou até como substituta da carne. Além disso, se não quiser usar essa casca em receitas, ela pode ser colocada em uma composteira, onde virará adubo.

Escolham frutas, verduras e legumes do seu consumo cotidiano e pesquisem como aproveitá-los 100%, inclusive em receitas. Produzam os alimentos e, em caso de dúvidas sobre os processos de preparação, peçam ajuda à turma no aplicativo de mensagens. Em seguida, compartilhem as fotografias das receitas prontas nesse aplicativo, ou até mesmo nas redes sociais. **3.** Resposta pessoal.

**4** A reutilização de produtos e embalagens provavelmente já é feita por vocês, por exemplo, ao reusar sacolas plásticas de mercado nas lixeiras de onde moram. No entanto, essas sacolas podem virar até artesanato, como objetos de decoração, tapetes, bolsas, cestas, acessórios, entre outros.

Escolham um produto ou uma embalagem que costuma virar lixo onde vocês moram e pesquisem como reutilizar isso para virar arte ou brinquedo. Depois, produzam esse reúso e compartilhem o passo a passo desse processo nas suas redes sociais. **4.** Resposta pessoal.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

Ao abordar o consumo das cascas dos alimentos, seus benefícios e como podem impactar a saúde, é desenvolvido um trabalho relacionado ao TCT Educação Alimentar e Nutricional. Aproveite e ressalte outros benefícios que a alimentação saudável traz – além de evitar doenças, reduz dores no corpo, melhora a qualidade do sono, fortalece o sistema imunológico, aumenta o bem-estar físico e mental, entre outros. Complemente o trabalho com esta seção e convide um profissional especializado em alimentação, como um nutricionista ou um nutrólogo, para ir até a escola e conversar com os estudantes sobre os benefícios do consumo das cascas dos alimentos.

Na **atividade 4**, é possível desenvolver um trabalho com o professor do componente curricular Arte. Desse modo conte com o auxílio desse professor para orientar os estudantes no processo de escolha do produto ou embalagem para a confecção da arte ou brinquedo.

Para responder ao **item a** da **atividade 1**, primeiro é necessário compreender as informações fornecidas no texto e no enunciado. Pelo texto, 85,2 milhões de carros populares empilhados representam o volume do lixo que os brasileiros geraram em 2022. Em seguida, é citado que só nas áreas urbanas foram produzidos 81,8 milhões de toneladas de resíduos. Agora, pelo enunciado, a medida da massa de um carro popular é equivalente a 1 tonelada e, em 2022, a população brasileira era de aproximadamente 203,1 milhões de habitantes. Assim, se um carro popular equivale a 1 tonelada, então 85,2 milhões de carros populares equivalem a 85,2 milhões de toneladas, sendo que 1 tonelada é igual a 1.000 kg. Assim:

$$85.200.000.000 : 203.100.000 = 419$$

Portanto, foram produzidos, aproximadamente, 419 kg de lixo por pessoa no Brasil em 2022.

No **item b** da **atividade 1**, os dados fornecidos no texto estão em milhões de toneladas, então:

$$81{,}8 - 76{,}1 = 5{,}7$$

Não foram coletados 5,7 milhões de toneladas de lixo.

A **atividade 3** pode ser realizada em parceria com o professor de Ciências, pois ele pode auxiliá-los na pesquisa para aproveitamento de 100% de frutas, verduras e legumes e sobre informações nutricionais dos alimentos, em relação a se são ricos em fibras, vitaminas e minerais, auxiliando no bom funcionamento dos intestinos e evitando doenças.

## PRÁTICA INTEGRADORA

**5** O Panorama dos Resíduos Sólidos do Brasil 2022 indica que, em 2021, cerca de 75% dos municípios brasileiros apresentavam alguma iniciativa de coleta seletiva, que faz o recolhimento dos resíduos e a separação entre o lixo que será descartado e o que será encaminhado para o manejo adequado, incluindo a reciclagem.

**a.** Existe coleta seletiva no município onde vocês moram? Se sim, quem faz esse processo? **5. a.** Respostas pessoais.

**b.** A etapa de triagem dos resíduos separa os materiais que serão reciclados.

Como podemos facilitar o trabalho da triagem ao descartar o lixo?

**c.** Existem produtos que precisam de um descarte especial para não contaminarem o meio ambiente, não podendo ser enviados para a coleta seletiva.

Escolham uma entre as opções de produtos a seguir e pesquisem como e onde deve ser feito o descarte correto para: **5. c.** Resposta pessoal.

- medicamentos;
- lâmpadas fluorescentes;
- óleo de cozinha utilizado;
- eletrodomésticos;
- pilhas e celulares;
- baterias automotivas.

**5. b.** Resposta possível: Podemos facilitar o trabalho da triagem ao limpar embalagens tirando restos de comida ou outros materiais orgânicos delas, ao separar o lixo de acordo com sua composição, ao embalar bem objetos de vidro para evitar acidentes.

**6** Com seu grupo, reúnam as informações obtidas – referentes a aproveitamento de 100% dos alimentos, reúso de produtos e embalagens para virar arte ou brinquedo, como descartar o lixo para ser reciclado e produtos que contaminam o meio ambiente – e elaborem um boletim dos 5 Rs para ser divulgado às demais turmas e à comunidade escolar. Se for possível, imprimam algumas cópias do boletim e afixem em locais de grande circulação de pessoas na escola. O boletim também pode ser compartilhado nas suas redes sociais e nas da escola na forma de textos, imagens, vídeos etc. **6.** Resposta pessoal.

**7** Para finalizar, reúnam-se em uma roda de conversa e avaliem os trabalhos realizados por vocês e pelos colegas expondo o que aprenderam com o trabalho e o que poderia ser melhorado. **7.** Resposta pessoal.

268

Reprodução proibida. Art.184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

Ao trabalhar com a **atividade 5**, comente que no Brasil, a cada ano, vem aumentando a quantidade de municípios que praticam a coleta seletiva, porém essa quantidade ainda é insuficiente para atender a demanda do lixo que é produzido. Ressalte a relevância desse tipo de coleta, pois possibilita que o processo de reciclagem seja feito, evita que o lixo seja descartado na natureza e, ainda, contribui com os coletores desses materiais, ou seja, pessoas que trabalham com a reciclagem. Caso seja possível, organize com os estudantes uma visita ao serviço público de limpeza do município onde moram, ou às cooperativas de reciclagem que fazem a coleta seletiva, a fim de conferirem todas as etapas desse processo. Aproveite o contexto para abordar o TCT Trabalho. Converse com os estudantes sobre os profissionais que recolhem, selecionam e vendem materiais recicláveis. Leve-os a refletir sobre o importante papel que esses profissionais desempenham, pois realizam um trabalho de utilidade pública e, ainda, contribuem com os cuidados com o meio ambiente.

Aproveitando o contexto da **atividade 6**, uma sugestão é desenvolver um trabalho integrador com os componentes curriculares Língua Portuguesa, Ciências e Arte para a confecção do boletim dos 5 Rs. O professor de Língua Portuguesa pode ser responsável por auxiliar os estudantes na produção do texto desse trabalho, orientando-os para que escrevam todas as informações necessárias. O professor de Ciências pode auxiliá-los com as informações sobre o aproveitamento integral dos alimentos, como fazer o descarte correto do lixo e de produtos que contaminam o meio ambiente. Conte com o professor de Arte para orientar os estudantes com as informações sobre produtos e embalagens que podem virar arte ou brinquedo.

A **atividade 7** propõe que, em um outro momento, os estudantes se reúnam e, em uma roda de conversa, avaliem os trabalhos realizados. Por meio dessa avaliação, propicie um momento de reflexão individual sobre as habilidades que desenvolveram durante a participação nas atividades desta seção.

## Avaliação diagnóstica 1

**1.** R$ 30,00

**2.** R$ 48,00

**3.** 12 m

**4. a.** Aproximadamente 16,49 litros.

**4. b.** Aproximadamente 20,02 litros.

**4. c.** Aproximadamente R$72,87; aproximadamente R$ 92,02.

**5.** Alternativa **c**.

**6.** Alternativa **a**.

**7. a.** 96.800 m²

**7. b.** 42.350 m²

**7. c.** No mínimo 24.200 m².

**8. a.** 68°

**8. b.** 136°; resposta pessoal.

**8. c.** Triângulo retângulo, pois a medida de abertura de um de seus ângulos internos é igual a 90°.

**9. a.** Ruas associadas a retas paralelas: rua Pará e rua Roraima. Ruas associadas a retas concorrentes: rua Amazonas e rua Pará, rua Amazonas e rua Roraima, rua Tocantins e rua Pará, rua Tocantins e rua Roraima.

**9. b.** Sim; rua Tocantins e rua Pará, rua Tocantins e rua Roraima.

**10.** Alternativa **d**.

**11.** 18 km

**12. a.** Não, pois o preço unitário é diferente em cada *kit*.

**12. b.** O *kit* de oito canetas.

**13. a.** Falsa. Ao duplicar a medida do comprimento dos lados de um quadrado, quadruplica-se a medida de sua área.

**13. b.** Verdadeira.

**13. c.** Verdadeira.

**13. d.** Verdadeira.

**14.** Alternativa **a**.

**15.** R$ 32,50

**16.** Saldo negativo de R$ 517,90.

**17. a.** 14

**17. b.** −11,96

**17. c.** 3,94

**18. a.** Falsa. O quadro mostra que o time que marcou mais gols foi o Atlético-GO.

**18. b.** Verdadeira.

**18. c.** Verdadeira.

**18. d.** Falsa. A diferença entre o saldo de gols do ABC e o do Londrina foi de 4 gols, pois $-23 - (-27) = 4$.

**19. a.** $\frac{3}{7}$

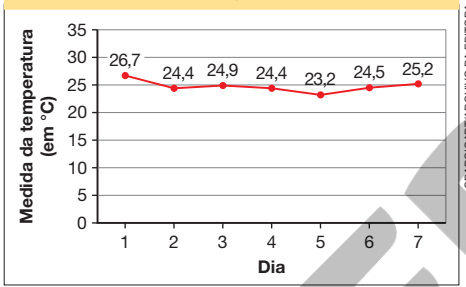
**19. b.** $\frac{4}{7}$

**20.** $\frac{1}{2}$

**21.** $\frac{80}{200}$

**22.** Exemplo de resposta:

**Medida de temperatura máxima em Sorriso (MT) em janeiro de 2024**




ORAPRONOBIS/ARQUIVO DA EDITORA

**Fonte:** INSTITUTO NACIONAL DE METEOROLOGIA. **Dados Históricos Anuais**. Disponível em: https://portal.inmet.gov.br/dadoshistoricos. Acesso em: 28 fev. 2024.

**23. a.** Verdadeira.

**23. b.** Verdadeira.

**23. c.** Verdadeira.

**23. d.** Falsa. Em 2022 o número de inscritos foi maior que em 2021.

## Unidade 1 – Brasil em foco

**1.** 14 milhões de pessoas.

**2.** Resposta pessoal.

**3.** Respostas pessoais.

**4.** Resposta pessoal.

## Capítulo 1 – Equações do 1º grau

### Atividades

**1. a.** $10 + 2x$, em que $x$ representa a distância percorrida, em quilômetro.

**1. b.** R$ 47,00



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

**2.**

**Cálculo do valor numérico**

| | $x + 1$ | $2x + 4$ | $x^2 + 1$ |
|---|---|---|---|
| $x = 5$ | $5 + 1 = 6$ | $2 \cdot 5 + 4 = 14$ | $5^2 + 1 = 26$ |
| $x = 10$ | $10 + 1 = 11$ | $2 \cdot 10 + 4 = 24$ | $10^2 + 1 = 101$ |
| $x = 2{,}5$ | $2{,}5 + 1 = 3{,}5$ | $2 \cdot 2{,}5 + 4 = 9$ | $2{,}5^2 + 1 = 7{,}25$ |
| $x = 0{,}3$ | $0{,}3 + 1 = 1{,}3$ | $2 \cdot 0{,}3 + 4 = 4{,}6$ | $0{,}3^2 + 1 = 1{,}9$ |

**3. a.** $2x$; $3x$ **3. b.** R$ 30,00

**4. a.** $5 + x$. Sim, pois $5 + 10 = 15$, e esse é o valor máximo.

**4. b.** R$ 8,00

**4. c.** R$ 15,00

**5. a.** $2.500x$

**5. b.** 12.500 parafusos.

**5. c.** 20.000 parafusos.

**5. d.** 2.000 parafusos.

**6. a.** 70,5 **6. b.** 10

**7.** 4 cm

**8.** 4 cm e 8 cm

**9. a.** 7

**9. b.** Não, $(-7)^2$ também é 49.

**9. c.** Não, pois não existe medida de comprimento negativa.

**10. a.** João: $1.800 + x$; Dora: $2.500 + x$

**10. b.** Resposta possível: $1.800 + x + 2.500 + x + x = 25.000$

**10. c.** A raiz dessa equação é $x = 6.900$.

**10. d.** João: R$ 8.700; Dora: R$ 9.400.

**11. a.** Respostas possíveis: $3x = 15$ e $3x - 20 = -5$

**11. b.** Respostas possíveis: $5x = 25$ e $5x - 25 = 0$

**11. c.** Respostas possíveis: $-2x = 3$ e $2x - 1 = 6x + 5$

**11. d.** Respostas possíveis: $-3x - 3 = 6$ e $-3x = 9$

**12. a.** $x + 200$

**12. b.** $x + x + 200 = 2.000$

**12. c.** R$ 900,00

**12. d.** R$ 1.100,00

**13. a.** 750 turistas. **13. b.** 20%

**14.** 15 e 5 gols.

**15.** 18, 19 e 20

**16.** R$ 48.000,00

**17.** Aproximadamente 6.960 m.

**18. a.** Negativo, pois o dobro do número é adicionado a 123 para obter 54.

**18. b.** $-34{,}5$

**19.** 4.096 senhas.

**20. a.** 24 placas. **20. b.** 26.000 placas.

**21. a.** 10.000 maneiras.

**21. b.** Resposta pessoal.

**21. c.** 17.576.000 maneiras.

**21. d.** Resposta pessoal.

**22. a.** 60

**22. b.** 48

**22. c.** Usando os algarismos 1, 3, 5, 7 e 9 formaríamos mais números, porque com os algarismos 0, 2, 4, 6 e 8 eliminaríamos os números que tivessem o zero na casa das centenas.

**23. a.** 10 números.

**23. b.** 032; 132; 232; 332; 432; 532; 632; 732; 832 e 932.

**23. c.** $\frac{1}{100}$

**23. d.** 100 números.

**23. e.** $\frac{1}{10}$

**23. f.** Raquel.

**24. a.** 6789, 6798, 6897, 6879, 6978, 6987, 7689, 7698, 7869, 7896, 7968, 7986, 8679, 8697, 8769, 8796, 8967, 8976, 9678, 9687, 9768, 9786, 9867, 9876

**24. b.** $\frac{1}{24}$; sim

**24. c.** 8967 e 8976

**24. d.** Não, pois só há duas possibilidades: 8967 e 8976.

### Atividades finais do capítulo 1

**1. a.** 37

**1. b.** 26,4 cm

**1. c.** Resposta pessoal.

**1. d.** Resposta pessoal.

**2. a.** 188 cm **2. b.** 300 cm

**3. a.** $V = x - 20$, sendo $V$ o valor pago.

**3. b.** R$ 370,00

**4. a.** $12x$ **4. b.** 5 cm



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

5. 203

6. 35 kg

7. **a.** A raiz da equação $x + 2x = 21$ é o número 7.

7. **b.** A raiz de uma equação também é raiz de todas as equações equivalentes a ela.

7. **c.** Correta.

7. **d.** O número $-4$ é raiz da equação $x + 4 = 0$.

7. **e.** Resposta pessoal.

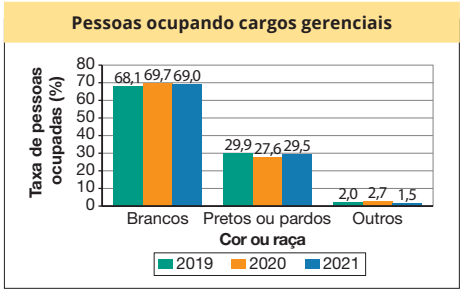
8. As respostas dependerão do número de estudantes e do número de homens e mulheres na sala.

### Tratamento da informação

1. Exemplo de gráfico; resposta pessoal.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

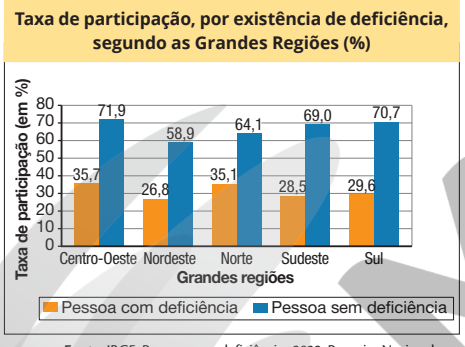
ORARGICART/ARQUIVO DA EDITORA




**Fonte:** elaborado com base em IBGE. Desigualdades sociais por cor ou raça no Brasil. **IBGE**, 2022. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/populacao/25844-desigualdadessociais-por-cor-ou-raca.html?5&t5resultados. Acesso em: 8 fev. 2024.

2. **a.** Exemplo de resposta:

ORARGICART/ARQUIVO DA EDITORA




**Fonte:** IBGE. Pessoas com deficiências 2022: Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua. **IBGE**, 2023. Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv102013_informativo.pdf. Acesso em: 9 abr. 2024.

2. **b.** Resposta pessoal.

3. **a.** R$ 489,17

3. **b.** O salário médio dos homens estava acima do salário médio dos brasileiros, enquanto o salário médio das mulheres era inferior ao salário médio dos brasileiros em 2021.

4. Respostas pessoais.

### Mundo digital

1. Resposta pessoal.

2. Resposta pessoal.

3. Resposta pessoal.

4. Resposta pessoal.

### Avaliação do capítulo 1

1. Alternativa **c**.

2. Alternativa **d**.

3. Alternativa **b**.

4. Alternativa **a**.

5. Alternativa **d**.

6. Alternativa **b**.

7. Alternativa **c**.

8. Alternativa **a**.

9. Alternativa **d**.

## Capítulo 2 – Números reais

### Atividades

1. **a.** Resposta possível: $n + 1$, com $n$ sendo um número inteiro maior ou igual a $-3$.

1. **b.** Resposta possível: $244 - 10n$, com $n$ sendo um número natural.

1. **c.** Resposta possível: $30 - 6n$, com $n$ sendo um número natural.

1. **d.** Resposta possível: $-300 + 100n$, com $n$ sendo um número natural.

2. 410, 411 e 412

3. **a.** 1,5

3. **b.** 0,111...

3. **c.** 0,333...

3. **d.** 0,75



MODERNA

271

**3.** São decimais exatos: 1,5 e 0,75. São dízimas periódicas: 0,111... e 0,333...

**4.** $-1{,}4; -\frac{3}{4}; \frac{8}{7}; \frac{4}{3}$ e 1,91666...

**5. a.** 8

**5. b.** 4

**5. c.** 3

**5. d.** 56

**5. e.** 421

**5. f.** 1.647

**6. a.** 0,111...

**6. b.** 0,222...

**6. c.** 0,333...

**6. d.** 0,444...

**6. e.** 0,555...

**6. f.** 0,666...

**6. g.** 0,777...

**6. h.** 0,888...

**7. a.** O período igual a 3.

**7. b.** O período igual a 6.

**7. c.** 10 : 3 = 3,333.... e 11 : 3 = 3,666...

**7. d.** 2ª linha, 6ª coluna.

**8. a.** $\frac{52}{3}$

**8. b.** $\frac{124}{99}$

**8. c.** $\frac{145}{999}$

**8. d.** $\frac{119}{45}$

**8. e.** $\frac{56}{495}$

**8. f.** $\frac{2.876}{225}$

**9. a.** $\frac{2}{9} + \frac{5}{9} - \frac{7}{9} = 0$

**9. b.** $\frac{8}{9} : \frac{51}{9} = \frac{8}{51}$

**9. c.** $\frac{11}{6} \cdot \frac{29}{55} = \frac{29}{30}$

**10.** 1, 4, 9 e 16. As raízes quadradas desses números são números racionais.

**11. a.** 1 e 2.

**11. b.** 2 e 3.

**11. c.** 3 e 4.

**11. d.** 8 e 9.

**11. e.** 10 e 11.

**11. f.** 15 e 16.

**12. a.** 5,47 cm

**12. b.** Irracional.

**13. a.** 14,444 cm

**13. b.** 23,55 m

**13. c.** 10 m

**14. a.** 188,4 cm

**14. b.** Aproximadamente 530 voltas.

**15. a.** $\frac{32}{4}$

**15. b.** $-27$ e $\frac{32}{4}$

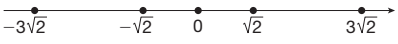
**15. c.** $-27, \frac{3}{5}, \frac{32}{4}$, 1,353535...

**15. d.** $-\sqrt{2}$ e $\pi$

**15. e.** $-\sqrt{2}$ e $\pi$

**15. f.** $-27, \frac{3}{5}, \frac{32}{4}$, 1,353535...

**16.**




**17.** A – III, B – II, C – IV, D – I, E – V

**18. a.** 0,65

**18. b.** 1,37

**18. c.** 2,56

**18. d.** 3,14

**18. e.** 5,66

**19.** Respostas pessoais.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA



272

**20. a.** $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{4}$

**20. b.** $\frac{5}{(1+3+5+7+9)}$, $\frac{6}{(1+3+5+7+9+11)}$ e $\frac{7}{(1+3+5+7+9+11+13)}$

**20. c.** $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$ e $\frac{1}{7}$

**21. a.** 5

**21. b.** 6

**21. c.** $-12$

**21. d.** 7

**21. e.** $-9$

**21. f.** 2

**21. g.** $-3$

**21. h.** 0,1

**21. i.** $\frac{1}{2}$

**21. j.** $\frac{1}{2}$

**22. a.** 1,41 e 1,42

**22. b.** 1,73 e 1,74

**22. c.** 2,23 e 2,24

**22. d.** 2,64 e 2,65

**22. e.** 3,16 e 3,17

**22. f.** 4,47 e 4,48

**23. a.** $\simeq$ 8,06. Está entre 8 e 9.

**23. b.** $\simeq$ 7,07. Está entre 7 e 8.

**23. c.** $\simeq$ 10,25. Está entre 10 e 11.

**24. a.** Meio amargo e ao leite, respectivamente.

**24. b.** 44 clientes.

**24. c.** $\frac{34}{200}$

**24. d.** 108°

**25.** Aproximadamente 80 pessoas. Resposta pessoal.

### Tratamento de informação

**1.** Respostas pessoais.

**2. a.** Calculando a razão entre o número de mortes de cada setor e o número total de mortes e, depois, representando em porcentagem.

**2. b.** Travesti e mulher transexual. O setor circular correspondente a esse grupo representa 58,24% do círculo, logo, representa mais da metade do círculo. Como a abertura do ângulo central correspondente ao círculo completo mede 360°, concluímos que esse setor tem ângulo central medindo mais que 180°, a metade de 360°.

**3.** Respostas pessoais.

### Atividades finais do capítulo 2

**1. A.** $-12$

**1. B.** 391

**1. C.** $-60$

**1. D.** $-79$

**1. E.** 28

**1. F.** $-570$

**1. a.** B e E.

**1. b.** Todas.

**2. a.** Falsa.

**2. b.** Falsa.

**2. c.** Verdadeira.

**3. a.** real

**3. b.** real

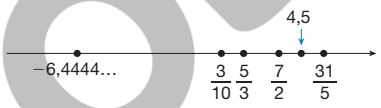
**3. c.** racional ou real

**3. d.** inteiro, racional ou real

**4. a.** 13 m

**4. b.** 120°

**5.** $-6{,}4444\ldots$, $\frac{3}{10}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{2}$, 4,5 e $\frac{31}{5}$.




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

### Educação financeira

**1.** Respostas pessoais.

**2. a.** Não, porque mesmo tendo atingido a medida do tempo mínimo de contribuição, sua pontuação era de 87 pontos.

**2. b.** Sim, porque ele atingiu a medida do tempo mínimo de contribuição e sua pontuação era de 102 pontos.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

273

3. Respostas pessoais. Os estudantes podem responder que essas pessoas continuam trabalhando porque consideram que o valor recebido pela aposentadoria é insuficiente para atender às suas necessidades ou porque essas pessoas querem se sentir produtivas nesta fase da vida.

### Avaliação do capítulo 2

1. Alternativa **d**.
2. Alternativa **a**.
3. Alternativa **a**.
4. Alternativa **b**.
5. Alternativa **c**.
6. Alternativa **b**.
7. Alternativa **a**.
8. Alternativa **d**.

## Unidade 2 – Sociedade em movimento

1. Resposta pessoal.
2. Resposta pessoal.
3. Resposta pessoal.
4. Respostas pessoais.
5. Aproximadamente 677 cidadãos.

## Capítulo 3 – Grandezas e regra de três

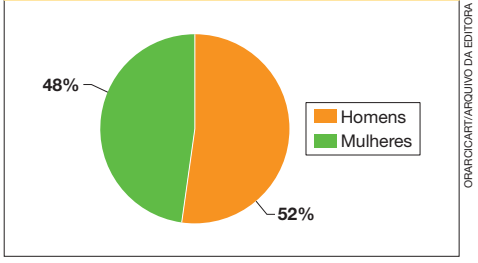
### Atividades

1. Massa; Volume; Temperatura; Velocidade; Comprimento.
2. Respostas possíveis: Tempo (relógio, calendário), capacidade (copo medidor), pressão (barômetro) etc.
3. Não, pois $\frac{220}{4}$ é diferente de $\frac{220}{3}$.
4. Situações apresentadas nos itens **a**, **b** e **d**.
5. 31
6. 440 camisetas.
7. Resposta pessoal.
8. **a.** Sim.
8. **b.** Sim, ao dobrar a medida do comprimento do lado do quadrado, dobramos também a medida de seu perímetro.
9. Resposta possível: As grandezas não são diretamente proporcionais, pois: $\frac{60}{1} = \frac{120}{2} \neq \frac{30}{3} \neq \frac{90}{1{,}5}$.
10. **a.** Aumenta.
10. **b.** Inversamente proporcional.
11. **a.** Porque a razão entre a medida da distância percorrida e a quantidade de combustível consumida é sempre a mesma: $\frac{20}{2} = \frac{25}{2{,}5} = \frac{35}{3{,}5} = 10$.
11. **b.** 10 litros.
12. 30 s ou 0,5 min
13. $x = 12$; $y = 20$; $z = 28$
14. **a.** Jurandir: R$ 3.400,00; Verônica: R$ 3.000,00.
14. **b.** Jurandir: R$ 10.625,00; Verônica: R$ 9.375,00.
15. $x = 9$ e $y = 25$.
16. 55 cm
17. 60 minutos.
18. 4.800 candidatos.
19. R$ 4.500,00
20. $x = 12$ e $y = 10$.
21. 3 horas.
22. 28 litros de água por minuto.
23. R$ 11.740,00
24. 22,5 cm
25. 70 metros.
26. 400 kg
27. **a.** 20.000 automóveis.
27. **b.** Resposta pessoal.

### Tratamento da informação

1.

**Distribuição da população de Borá (SP) em 2022, por sexo**




ORARO/CART/ARQUIVO DA EDITORA

**Fonte:** elaborado com base em IBGE. **Censo demográfico 2022**. Rio de Janeiro: IBGE, 2022.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA



274

**2. a.** Verdadeira, pois a abertura do ângulo correspondente a esse setor mede 90°.

**2. b.** Falsa.

**2. c.** Verdadeira, pois o setor correspondente equivale a menos de $\frac{1}{4}$ do círculo.

**2. d.** Falsa.

**3.** Respostas possíveis: Enfermagem: 45%, Mecânica: 25%, Secretariado: 10%, Informática: 15% e Logística: 5%.

### Atividades finais do capítulo 3

**1. a.** $x = 76$ e $y = 10$

**1. b.** 456 kWh

**1. c.** R$ 20,14

**2. a.** 18 dias.

**2. b.** 150 pulseiras.

**2. c.** 36 dias.

**3.** 5 pintores.

**4.** Aproximadamente 11.850.000 estudantes.

**5.** 15 litros de tinta branca e 6 litros de tinta azul.

**6. a.** As grandezas são diretamente proporcionais. Resposta pessoal.

**6. b.** $y = 100$

**7. a.** R$ 280,28

**7. b.** R$ 4,90

**8. a.** Resposta pessoal.

**8. b.** Resposta possível: Não, pois, se assim fosse, o gráfico seria uma reta.

**8. c.** Sim, pois esse aumento foi de 109.962.000 habitantes.

**8. d.** A resposta dependerá do número de habitantes referente ao ano em que a atividade for realizada.

**9. a.** 575 mil litros de água.

**9. b.** Resposta possível: O óleo pode ser armazenado e levado a pontos de coleta presentes no município.

### Educação financeira

**1.** Aproximadamente 3,9% da população.

**2. a.** Respostas pessoais.

**2. b.** Resposta pessoal.

### Avaliação do capítulo 3

**1.** Alternativa **c**.

**2.** Alternativa **b**.

**3.** Alternativa **d**.

**4.** Alternativa **c**.

**5.** Alternativa **b**.

**6.** Alternativa **c**.

**7.** Alternativa **b**.

**8.** Alternativa **c**.

**9.** Alternativa **b**.

## Capítulo 4 – Sólidos geométricos e volumes

### Atividades

**1. a.** Resposta possível:

| Nome do poliedro | Número de vértices | Número de faces | Número de arestas |
|---|---|---|---|
| Tetraedro | 4 | 4 | 6 |
| Cubo | 8 | 6 | 12 |
| Hexaedro | 8 | 6 | 12 |
| Pentaedro | 5 | 5 | 8 |
| Dodecaedro | 20 | 12 | 30 |

**1. b.** Total de vértices + total de faces = total de arestas + 2

**2. a.** Prismas: III e IV. Pirâmides: II e V.

**2. b.** Resposta pessoal.

**2. c.** Sim, os poliedros I e VI.

**3. a.** Paralelepípedo.

**3. b.** Pirâmide de base triangular ou tetraedro.

**4.** $3m^3$

**5.** 216 L

**6. a.** 1.728 $cm^3$

**6. b.** 12 cm

**7.** Embalagens A e B, pois só podem comportar menos de 1 litro de suco.

**8.** 6 caminhões-tanque.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

275

**9. a.** 25.000 L

**9. b.** R$ 88,00

**9. c.** A residência que consumiu 25 $m^3$ pagará R$ 36,00. A residência que consumiu 37 $m^3$ pagará R$ 70,40.

**10. a.** 0,75 $cm^2$

**10. b.** 1,875 $cm^3$

**10. c.** Resposta possível: paralelepípedo de dimensões $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm, $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm e 2,5 cm.

**11.** $3\sqrt{3}$ $cm^3$

**12.** Resposta pessoal.

**13. a.** Maior medida de volume: cilindro C (tem mesma medida de altura de B, mas com medida da área da base maior); menor medida de volume: cilindro A (tem base de mesma medida de área da base de B, mas com altura de menor medida).

**13. b.** Cilindro A: 37,68 $cm^3$; cilindro B: 62,8 $cm^3$; cilindro C: 141,3 $cm^3$.

**14. a.** 169,56 $m^3$

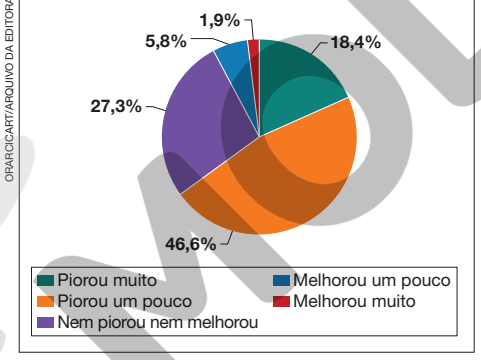
**14. b.** 169.560 L

## Tratamento da informação

**1. a.** No primeiro semestre de 2020.

**1. b.**

**Percepção sobre a saúde mental durante o distanciamento social, primeiro semestre de 2020**

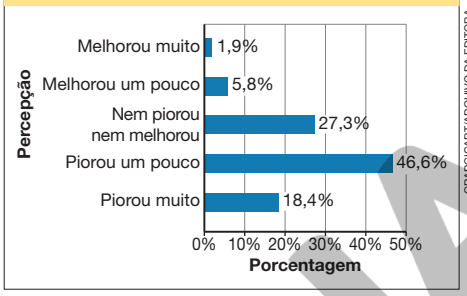



ORARGICART/ARQUIVO DA EDITORA

**Fonte:** elaborado com base em CALEGARO, Vitor C. **Primeira etapa**: relatório de pesquisa. Covid psiq, 5 jun. 2020. Disponível em: https://www.covidpsiq.org/resultados. Acesso em: 2 maio 2024.

**1. c.**

**Percepção sobre a saúde mental durante o distanciamento social, primeiro semestre de 2020**




ORARGICART/ARQUIVO DA EDITORA

**Fonte:** elaborado com base em CALEGARO, Vitor C. **Primeira etapa**: relatório de pesquisa. Covid psiq, 5 jun. 2020. Disponível em: https://www.covidpsiq.org/resultados. Acesso em: 2 maio 2024.

**2.** Resposta pessoal.

## Atividades finais do capítulo 4

**1. a.** Cone.

**1. b.** Pirâmide de base triangular.

**1. c.** Prisma de base pentagonal.

**1. d.** Pirâmide de base quadrada.

**2. a.** 153,86 $cm^2$

**2. b.** 78,5 $cm^2$

**2. c.** 28,26 $cm^2$

**2. d.** 50,24 $cm^2$

**3. a.** 5 cm

**3. b.** $\sqrt{3}$ $cm^2$

**3. c.** $5\sqrt{3}$ $cm^3$

**4.** 90.000 L

**5. a.** 11 cm

**5. b.** 1.331 $cm^3$

**6. a.** 9 recipientes.

**6. b.** Recipiente 1: 100 $cm^3$; Recipiente 2: 300 $cm^3$; Recipiente 3: 300 $cm^3$.

**7.** 304 $cm^3$

**8.** 125,6 $cm^3$. Resposta pessoal.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

### Mundo digital

1. Respostas pessoais.
2. Resposta pessoal.
3. Resposta pessoal.

### Avaliação do capítulo 4

1. Alternativa **c**.
2. Alternativa **d**.
3. Alternativa **b**.
4. Alternativa **d**.
5. Alternativa **c**.
6. Alternativa **a**.
7. Alternativa **c**.
8. Alternativa **a**.

## Prática integradora – Mudanças climáticas

1. Mudanças climáticas são as alterações nos padrões de clima e de medida de temperatura causadas pelo ser humano direta ou indiretamente. Aquecimento global é o aumento da medida da temperatura superficial média do planeta Terra.

2. **a.** Resposta pessoal.

2. **b.** Resposta pessoal.

3. **a.** 85,5%

3. **b.** Resposta pessoal.

3. **c.** Respostas pessoais.

4. Resposta pessoal.

5. Resposta pessoal.

6. Resposta pessoal.

7. Resposta pessoal.

## Avaliação diagnóstica 2

1. **a.** Ainda falta pagar R$ 900,00.

1. **b.** Ela vai pagar R$ 1.320,00.

2. O valor de cada prestação é R$ 301,75.

3. Ele pode utilizar 6 embalagens com 10 trufas ou 10 embalagens com 6 trufas.

4. **a.** Verdadeiro, pois: $\frac{3}{5} > \frac{1}{5}$.

4. **b.** Verdadeiro, pois: $\frac{1}{3} < \frac{2}{3}$.

4. **c.** Falso, pois: $\frac{2}{3} > \frac{1}{2}$.

4. **d.** Verdadeiro, pois: $\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$.

5. 840 internautas estavam satisfeitos.

6. **a.** A renda mensal é de R$ 3.500,00.

6. **b.** 30%

6. **c.** 16%

7. 30 kg

8. 10,2 kg

9. **a.** 4 km

9. **b.** 8 voltas.

10. As retas são concorrentes.

11. Alternativa **c**.

12. 12 m

13. **a.** 48 m²

13. **b.** 192 peças

13. **c.** R$ 3.744,00

14. **a.** 6,3 m²

15. **a.** $y = 250 + 50 \cdot (x - 23)$, se $x > 23$; $y = 250$, se $x \leqslant 23$.

15. **b.** R$ 450,00

16. **a.** $y = 14x$

16. **b.** 40 vestidos.

17. Alternativa **c**.

18. 12 cm

19. 5 cm

20. **a.** Verdadeiro, pois o número representado pelo ponto *B* é maior que 2, enquanto o representado pelo ponto *A* é menor que 1, assim 1,7 fica entre os dois.

20. **b.** Falso, pois $2\sqrt{3}$ é aproximadamente 3,4, então é menor que o número representado pelo ponto *C*.

20. **c.** Verdadeiro, pois $-1{,}7$ é menor que o número representado pelo ponto *D*.

20. **d.** Falso, pois $3\sqrt{3}$ é aproximadamente 5,1, que é maior que o número representado pelo ponto *E*.

21. O que pagou a menor parte receberá R$ 180.000,00, e o outro, R$ 240.000,00.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

**22.** 7,5 kg

**23.** Alternativa **b**.

**24.** 75.000 $cm^3$

**25.** 1,5 L

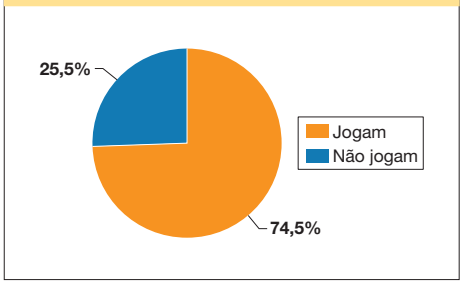
**26.** 30.240 senhas.

**27. a.** 60%

**27. b.** 40%

**28.** Exemplo de resposta:

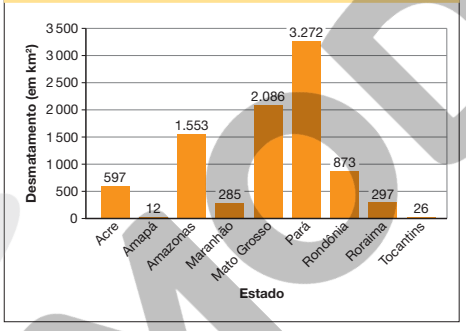
**Pessoas que costumam jogar jogos eletrônicos**




**Fonte:** elaborado com base na 9ª edição da pesquisa Game Brasil, divulgada em 2022.

**29.** Exemplo de resposta:

**Estimativa de desmatamento da Amazônia Legal em 2023**




**Fonte:** elaborado com base em ESTIMATIVA de desmatamento na Amazônia Legal para 2023 é de 9.001 $km^2$. **Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais**, São José dos Campos, 20 out. 2023. Disponível em: https://www.gov.br/inpe/pt-br/assuntos/ultimas-noticias/estimativa-de-desmatamento-na-amazonia-legal-para-2023-e-de-9-001-km2/2023_1020_Nota_tecnica_Estimativa_Taxa_2023_SEI.pdf. Acesso em: 26 fev. 2024.

## Unidade 3 – Trabalho e tecnologia

**1.** Resposta pessoal.

**2.** Respostas pessoais.

**3.** Respostas pessoais.

**4.** 60%

## Capítulo 5 – Matemática Financeira e Estatística

### Atividades

**1. a.** Na loja A.

**1. b.** Resposta pessoal.

**2. a.** R$ 37,50

**2. b.** Resposta pessoal.

**3. a.** R$ 150,00

**4.** 0,5%

**5. a.** Aproximadamente 30%.

**5. b.** Não, porque Alice perdeu aproximadamente 1,27%.

**6. a.** R$ 1.920,00

**6. b.** R$ 1.632,00

**7. a.** Cerca de R$ 1.331,48.

**7. b.** Cerca de R$ 32,48.

**8.** R$ 81,92

**9.** R$ 540,00

**10. a.** 0,9%

**10. b.** R$ 5.540,00

**11.** R$ 700,00

**12.** 9 meses.

**13.** Aproximadamente R$ 10.772,83.

**14. a.** Aproximadamente R$ 547,45.

**14. b.** Aproximadamente R$ 133,33.

**15. a.** R$ 238.200,00

**15. b.** R$ 118.200,00

**16.** A **opção 2** é a mais vantajosa. Na **opção 1**, o valor da parcela excederá o valor máximo de R$ 1.600,00 que o consumidor pode pagar; na **opção 2**, o valor da parcela será de aproximadamente R$ 1.561,00 e ele pagará aproximadamente R$ 16.197,12 de juro. Na **opção 3**, o valor da parcela será de aproximadamente R$ 1.359,00, porém ele pagará aproximadamente R$ 25.218,94 de juro.

ILUSTRAÇÕES: ORPARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



278

**17.** A opção de fazer um empréstimo pessoal era a mais adequada, pois a pessoa pagaria uma parcela de aproximadamente R$ 218,66 e juro de R$ 93,29. No caso do financiamento pela operadora, ela pagaria aproximadamente R$ 318,05 de juro e uma parcela de R$ 131,81.

**18. a.** Menor.

**18. b.** R$ 3.353,61. Menor que o ponto médio.

**18. c.** R$ 3.500,00. Resposta pessoal.

**19. a.** Resposta pessoal.

**19. b.** Respostas pessoais.

**19. c.** Sim. A moda, nesse caso, corresponderá à barra mais alta.

**20. a.** 2022 e 2024.

**20. b.** 2020

**20. c.** Exemplos de resposta: que a maior queda ocorreu entre os anos 2019 e 2020; que entre os anos 2022 e 2024 o lucro das empresas permaneceu praticamente constante etc.

**20. d.** Aproximadamente de 3,9 bilhões de reais.

**21. a.** Time A: Aproximadamente 2 metros. Time B: Aproximadamente 1,99 metro.

**21. b.** Time A: 2,11 m (moda); 2,02 m (mediana). Time B: 1,90 m e 1,94 m (bimodal); 1,96 m (mediana).

**21. c.** Sim, pois a média das medidas de altura dos jogadores do time A é maior que a do time B.

**22. a.** Aproximadamente 360 minutos.

**22. b.** 360 minutos.

**22. c.** 359 min – 359 min – 360 min – 360 min – 360 min – 360 min – 360 min – 360 min – 361 min – 361 min – 362 min – 362 min; mediana: 360 minutos.

**22. d.** 3 minutos; não, pois 3 minutos correspondem a aproximadamente 0,8% de 360 min.

**22. e.** Sim, pois todas as medidas estão bem próximas de 360 minutos, ou seja, 6 horas.

**23. a.** R$ 1.217,80

**23. b.** 2021: aprox. 5,3%; 2022: aprox. 10,2%; 2023: aprox. 8,9%; 2024: aprox. 7,0%.

**23. c.** 2022

**24.** 42 anos.

**25. a.** 1.350 ouvintes.

**25. b.** Adolescentes: aproximadamente 6,96. Adultos: aproximadamente 7,88.

**25. c.** Adolescentes: 5. Adultos: 10.

**25. d.** Resposta pessoal.

### Tratamento da informação

**1.** Qualitativa; quantitativa.

**2.** III – A, I – B e II – C.

**3.** Respostas pessoais.

### Atividades finais do capítulo 5

**1. a.** R$ 1.138,50

**1. b.** 10 anos.

**1. c.** Aproximadamente R$ 1.173,00.

**2. a.** R$ 192,00

**2. b.** R$ 1.792,00

**2. c.** R$ 96,00

**3. a.** Na 1ª opção, aproximadamente R$ 5.654,16.

**3. b.** Resposta possível: o sistema de juro simples será mais vantajoso no uso em pagamento de dívidas e o de juro composto, no recebimento de créditos.

**4.** 420 telespectadores.

**5. a.** Resposta pessoal.

**5. b.** 80%

**6. a.** Média: 6.820 horas; moda: 7.000 horas; mediana: 6.900 horas; amplitude total: 500.

**6. b.** Sim, pois a média foi de 6.820 horas.

**7. a.** Plano semestral: R$ 360,00; plano trimestral: R$ 420,00; plano mensal: R$ 480,00.

**7. b.** Aproximadamente 14,29%.

**7. c.** Aproximadamente 33,33%.

**8. a.** Sim.

**8. b.** Resposta possível: o juro está embutido no valor do produto, caso contrário, não seria oferecido desconto para pagamento à vista.

**9.** Aproximadamente R$ 3,45.

**10.** Afirmações dos itens **a**, **c** e **e**.

**11.** Resposta pessoal.

### Educação financeira

**1. a.** Respostas pessoais.

**1. b.** Respostas pessoais.

**2.** 58%

**3. a.** Respostas pessoais.

**3. b.** Respostas pessoais.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

279

### Avaliação do capítulo 5

1. Alternativa **b**.
2. Alternativa **a**.
3. Alternativa **d**.
4. Alternativa **c**.
5. Alternativa **d**.
6. Alternativa **b**.

## Capítulo 6 – Equações

### Atividades

**1. a.** $z + y = 3{,}5$

**1. b.** $x + y = 300$

**2. a.** Sim.

**2. b.** Sim.

**2. c.** Não.

**2. d.** Não.

**3.** $x = 8{,}4$

**4.** Alternativa **c**.

**5.** Respostas possíveis: $x + y = 0$ ou $x - y = 0$

**6. a.** $\left(3, \frac{1}{3}\right)$

**6. b.** $\left(\frac{1}{3}, 3\right)$

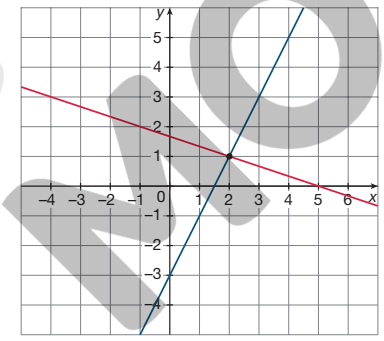
**6. c.** $(7, -2)$

**7.** 29 crianças e 19 adultos.

**8.** 35 questões.

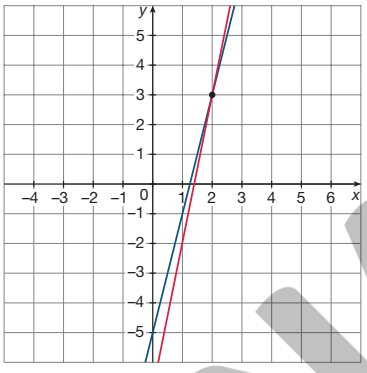
**9.** 60 cm²

**10. a.** Exemplo de resposta:

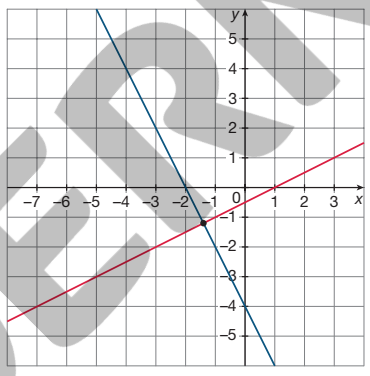


ORÁRCICART/ARQUIVO DA EDITORA

**10. b.** Exemplo de resposta:



**10. c.** Exemplo de resposta:



**11.** Gasolina: R$ 100,00; etanol: R$ 70,00.

**12.** 17 extintores e 12 saídas de emergência.

**13. a.** Resposta pessoal.

**13. b.** Resposta pessoal.

**13. c.** 36 estudantes.

**14. a.** Resposta pessoal.

**14. b.** $a = 20$, $b = 0$ e $c = -80$

**15. a.** Que a equação $20x^2 - 80 = 0$ é incompleta, pois $b = 0$.

**15. b.** $20x^2 + 0x - 80 = 0$

**16. a.** A: $x^2 = 625$; B: $x^2 = 1.000$; C: $(x + 1)^2 = 400$; D: $(x + 2)^2 = 900$

**16. b.** A: $x = 25$ cm; B: $x = 10\sqrt{10}$ cm; C: $x = 19$ dm; D: $x = 28$ km

ILUSTRAÇÕES: ORÁRCICART/ARQUIVO DA EDITORA

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



280

**17. a.** $-5$ e 5

**17. b.** 0 e 2

**17. c.** $-10$ e 10

**17. d.** $-2$ e 2

**17. e.** 0 e $-25$

**17. f.** 0 e $-100$

**18.** 25 cm

**19. a.** $x^2 = 16$

**19. b.** $2x^2 = 8$

**19. c.** $x^2 + 9 = 0$

**19. d.** $x^2 = 3x$

**20. a.** 9.604

**20. b.** Resposta possível: $(100 + 8)^2$; 11.664

**21. a.** $x^2 + 10x + 25$

**21. b.** $4 + 32x + 64x^2$

**21. c.** $4x^2 - 28x + 49$

**21. d.** $81 - 72x + 16x^2$

**22. a.** Ele pode escrevê-las da seguinte forma: $(20 + 15) \cdot (20 - 15)$

**22. b.** 187.500

**23.** $x = -5$ ou $x = 5$. Resposta pessoal.

**24. a.** $(x + 2)^2 = 0$

**24. b.** Duas raízes iguais a $-2$.

**25. a.** $a = 13$ cm e $b = 10$ cm.

**25. b.** 130 cm²

**25. c.** $(a + b)^2$ ou $a^2 + 2ab + b^2$; medida de área = 529 cm²

**26.** Medida do comprimento: 2 m; medida da altura: 1,2 m.

**27. a.** Resposta pessoal.

**27. b.** Porque, ao "arrumar" a equação, apareceram dois fatores iguais a $(x - 2)$ na multiplicação.

**27. c.** Substituir $x$ por 2 na equação e verificar se a igualdade se mantém.

**27. d.** Resposta pessoal.

**28.** 8

**29.** 14 m e 16 m

**30.** Medida do comprimento: 60 cm; medida da largura: 20 cm.

**31. a.** A medida do comprimento do lado de cada quadrado que representa uma sala.

**31. b.** $6x^2 + 14x - 220 = 0$

**31. c.** 5 e $-\frac{22}{3}$

**31. d.** Não, pois $x$ é uma medida de comprimento e, por isso, deve ser positiva.

**31. e.** A medida da área ocupada pelas seis salas é 150 m².

**32.** Resposta possível: as equações do tipo $ax^2 + bx = 0$, com $a \neq 0$ e $b$ real, apresentam sempre duas raízes diferentes, sendo uma delas igual a zero. As equações do tipo $ax^2 = 0$, com $a \neq 0$, apresentam sempre duas raízes reais e iguais a zero. As equações do tipo $ax^2 + c = 0$, com $a \neq 0$ e $c$ real, apresentam duas raízes reais diferentes e opostas ou não têm raízes reais.

### Tratamento da informação

**1.** Resposta pessoal.

**2.** Resposta pessoal.

### Atividades finais do capítulo 6

**1. a.** Resposta possível: (1,1)

**1. b.** Resposta possível: (1,0)

**1. c.** Resposta possível: (1,0)

**1. d.** Resposta possível: (1,0)

**2. a.** $x = -2$

**2. b.** $y = 8{,}8$

**3.** Alternativa **d**.

**4.** O vencedor obteve 646 votos, e o outro candidato, 501 votos.

**5. a.** $-7$ e 5

**5. b.** 1 e 2

**5. c.** $-7$

**5. d.** 2 e $-2$

**5. e.** 0 e $-2$

**5. f.** 0 e 2

**6. a.** $9x^2 - 2x + 1$

**6. b.** $-5x^2 + 5y^2$

**6. c.** $-24a^2 - 14ab + b^2$

**6. d.** $-y^2 + 2y + 21$

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA



MODERNA

281

### Mundo digital

1. Respostas pessoais.
2. Resposta possível: são sistemas computacionais que têm competências semelhantes às humanas, como o raciocínio e a aprendizagem. Por exemplo, o ChatGPT.
3. Resposta pessoal.

### Avaliação do capítulo 6

1. Alternativa **b**.
2. Alternativa **c**.
3. Alternativa **b**.
4. Alternativa **d**.
5. Alternativa **c**.
6. Alternativa **b**.
7. Alternativa **d**.

## Unidade 4 – Desenvolvimento e sustentabilidade

1. Respostas pessoais.
2. Resposta pessoal.
3. Aproximadamente 4,46 bilhões de reais.
4. **a.** Respostas pessoais.
4. **b.** Resposta pessoal.

## Capítulo 7 – Funções

### Atividades

1.

**Relação entre a quantidade de sacas de feijão-carioca e o valor a pagar**

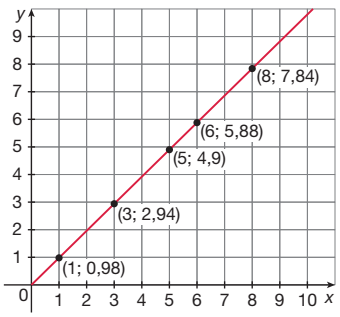
| Quantidade de sacas | Valor a pagar (em R$) |
|---|---|
| 1 | 270 |
| 2 | 540 |
| 10 | 2.700 |
| 100 | 27.000 |
| 200 | 54.000 |

1. **a.** $y = 270x$, em que $y$ é o valor a ser pago e $x$ é a quantidade de sacas de feijão-carioca.
1. **b.** R$ 27.000,00
2. **a.** Falsa.
2. **b.** Verdadeira.
2. **c.** Verdadeira.
3. **a.** Resposta possível: $f(x) = 150 \cdot x$, em que $f(x)$ é o valor recebido (em R$) e $x$ é a quantidade de dias trabalhados.
3. **b.** R$ 2.100,00
3. **c.** 30 dias.
4. **a.** $\frac{26}{23}$
4. **b.** 2
4. **c.** $\frac{3}{2}$
4. **d.** $-3$
5. **a.** Resposta pessoal.
5. **b.**

**Relação entre a medida da massa de garrafas PET e o preço total pago**

| Medida da massa (em kg) | Preço (em R$) |
|---|---|
| 1 | 0,98 |
| 3 | 2,94 |
| 5 | 4,90 |
| 6 | 5,88 |
| 8 | 7,84 |

5. **c.** Resposta possível: $f(x) = 0{,}98x$, em que $f(x)$ é o preço pago (em R$) e $x$ é a medida da massa de garrafas PET (em kg).
5. **d.**




ORARCICART/ARQUIVO DA EDITORA

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

**6. a.** Sim, pois a grandeza tempo pode assumir qualquer valor real.

**7.** Gráfico do item **a**.

**8. a.** 1,5 cm

**8. b.** 40º dia.

**8. c.** Sim; $a = \frac{1}{4}t$ em que $a$ é a medida da altura da planta (em cm) e $t$ é a medida do tempo (em dias).

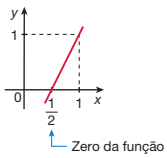
**9. a.** Sim.

**9. b.** Crescente.

**10. a.** $x = -\frac{1}{2}$

**10. b.** O zero da função será um único número, em que $x = -\frac{b}{a}$, com $a \neq 0$.

**10. c.**




O zero da função é a abscissa do ponto em que a reta intersecta o eixo $x$.

**11.** A–II, B–III, C–I

**12. a.** Prejuízo de R$ 2.820,00.

**12. b.** 501 produtos.

**13. a.** R$ 54,99 e R$ 79,99, respectivamente.

**13. b.** 2 GB

**13. c.** $v(q) = 54{,}99 + 5q$, em que $v(q)$ é o valor da conta e $q$ é a quantidade excedente de GB.

## Tratamento da informação

**1. a.** Resposta pessoal.

**1. b.** Resposta pessoal.

**2. a.** Resposta pessoal.

**2. b.** Resposta pessoal.

**2. c.** Resposta pessoal.

## Atividades finais do capítulo 7

**1. a.** $L_x(x) = 1x - 0{,}75x$

**1. b.** $L_f(x) = 1{,}2x - 0{,}85x$

**1. c.** Com a cultura de feijão.

**2. a.** Prejuízo de R$ 1.125,00.

**2. b.** $L(x) = 375x - 2.250$

**2. c.** 6 estantes.

**3. a.** 18 panfletos.

**3. b.** $n = 18 \cdot t$

**3. c.** 540 panfletos.

**3. d.** Não, pois em 15 minutos ele poderá imprimir, no máximo, 270 panfletos.

**4. a.** $s_A(x) = 1.500 + 0{,}02x$; $s_B(x) = 0{,}05x$

**4. b.** R$ 50.000,00

**5. a.** $y = -10 + 2x$

**5. b.** 4 horas.

**6. a.** Resposta pessoal.

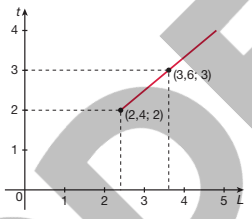
**6. b.** Resposta possível: $t(L) = \frac{5}{6}L$, em que $L \geq 2{,}4$

**6. c.** 2 s

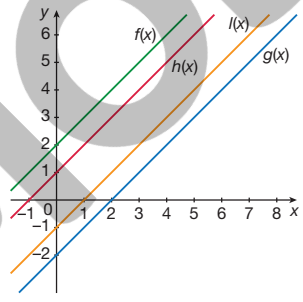
**6. d.** Resposta possível:

**Relação entre $L$ e $t(L)$**

| $L$ | $t(L)$ |
|---|---|
| 2,4 | 2 |
| 3,6 | 3 |




**7.** Exemplo de resposta:




**8.** $y = x$

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.
ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA
ILUSTRAÇÕES: ORAPICICART/ARQUIVO DA EDITORA
MODERNA



283

**9. a.** Verdadeira.
**9. b.** Falsa.
**9. c.** Falsa.
**9. d.** Verdadeira.
**9. e.** Verdadeira.
**10. a.** Resposta pessoal.
**10. b.** Resposta pessoal.

### Educação financeira

**1.** Resposta depende do valor do salário mínimo da época em que esta atividade for trabalhada.
**2.** Resposta pessoal.

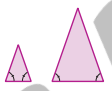
### Avaliação do capítulo 7

**1.** Alternativa **d**.
**2.** Alternativa **d**.
**3.** Alternativa **a**.
**4.** Alternativa **b**.
**5.** Alternativa **d**.
**6.** Alternativa **c**.
**7.** Alternativa **c**.
**8.** Alternativa **c**.

## Capítulo 8 – Geometria

### Atividades

**1. a.** Resposta pessoal.
**1. b.** $\frac{AB}{HE} = \frac{2}{3}; \frac{BC}{EF} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}; \frac{CD}{FG} = \frac{2}{3}; \frac{DA}{GH} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
**1. c.** Sim, todos os ângulos medem 90°.
**2. a.** Sim.
**2. b.** Não.
**3. a.** 2,5 m
**3. b.** 3,2 cm
**3. c.** 0,016
**4. a.** 7,5 cm
**4. b.** 1,5
**4. c.** 1,5
**4. d.** A razão de semelhança é a mesma.
**5.** 6,25 cm
**6. a.** 11,25
**6. b.** 9,25
**7.** 6
**8. a.** $x \simeq 26{,}5$ m, $y \simeq 25{,}5$ m, $w \simeq 32{,}1$ m
**8. b.** Aproximadamente 98,9 m.
**9. a.** 45°
**9. b.** Sim.
**9. c.** Caso AA: se dois triângulos têm dois ângulos correspondentes congruentes, então eles são semelhantes.
**10.** Resposta possível:

Triângulos isósceles semelhantes 

Triângulos isósceles que não são semelhantes: 

**11.** Os triângulos são semelhantes. Resposta pessoal.
**12.** Resposta pessoal.
**13.** Resposta pessoal.
**14.** $x = 12$ e $y = 16$
**15.** Aproximadamente 2,70 m.
**16. a.** 6 km
**16. b.** 12,5 km
**17. a.** $\sqrt{13}$
**17. b.** $2\sqrt{3}$
**17. c.** $3\sqrt{2}$
**17. d.** $\sqrt{26}$
**18.** $2\sqrt{13}$ m
**19. a.** 2
**19. b.** $\frac{5\sqrt{3}}{2}$
**20. a.** $5\sqrt{2}$ cm
**20. b.** $4\sqrt{2}$ cm
**20. c.** $4\sqrt{3}$ cm
**20. d.** 14 cm
**21.** 60.000 m
**22.** 40 passos.
**23.** $x = \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3}$, $z = 2$ e $w = \sqrt{5}$
**24.** $EG = 13$ cm; $BH = \sqrt{194}$ cm.

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA
Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA



284

### Tratamento da informação

**1. a.** Resposta pessoal.

**1. b.** Não, porque os dados apresentados no gráfico são insuficientes para tirar tal conclusão.

**1. c.** Resposta pessoal.

**1. d.** Resposta pessoal.

**2. a.** 2011 e 2020.

**2. b.** Não, porque os dados apresentados no gráfico são insuficientes para tirar tal conclusão.

**2. c.** Sim; 2021: 390 milhões de toneladas; 2022: 400 milhões de toneladas; de acordo com os dados obtidos da dissertação de mestrado **Corais e poluição por plástico**: o desafio da economia circular na China e Indonésia.

**2. d.** Exemplos de resposta: polui os mares e oceanos, prejudicando a vida marinha; polui o solo porque a decomposição do plástico é lenta; substâncias químicas presentes em alguns tipos de plástico podem contaminar alimentos e bebidas etc.

**2. e.** Resposta pessoal.

**3. a.** Resposta pessoal.

**3. b.** Respostas pessoais.

**3. c.** Respostas pessoais.

### Atividades finais do capítulo 8

**1.** $x = 5$ cm, $y = 8$ cm. A razão é $\frac{1}{2}$.

**2.** Não é possível.

**3.** 67,5 m

**4.** 11,25 cm

**5. a.** Resposta possível: Dois retângulos, um com lados com medida de comprimento de 2 cm e 3 cm, e outro com lados com medida de comprimento de 4 e 6 cm.

**5. b.** Resposta possível: Um retângulo com lados com medida de comprimento de 2 cm e 3 cm, e um quadrado com lados com medida de comprimento de 5 cm.

**5. c.** Resposta possível: Acrescentar a informação de que as medidas de comprimento dos lados correspondentes são proporcionais.

**6.** 3 m de largura e 4 m de comprimento.

**7. a.** $45^2 = 36^2 + 27^2$; logo, a diagonal dividiu o campo em dois triângulos retângulos, e as linhas laterais são perpendiculares às linhas de fundo.

**8. a.** 32 polegadas.

**8. b.** Aproximadamente 47 cm.

**9.** 1 m

**10.** Aproximadamente 74,8 m.

**11. a.** 80 cm

**11. b.** 1,6 m

**12.** 37,5 m

**13. a.** 63%

**13. b.** 214%

**13. c.** Não é possível, mantendo a proporcionalidade.

**13. d.** 127%

**13. e.** Não é possível, mantendo a proporcionalidade.

**13. f.** 23%

### Mundo digital

**1.** Resposta pessoal.

**2.** Resposta pessoal.

**3.** Resposta pessoal.

### Avaliação do capítulo 8

**1.** Alternativa **a**.

**2.** Alternativa **d**.

**3.** Alternativa **b**.

**4.** Alternativa **c**.

**5.** Alternativa **c**.

**6.** Alternativa **c**.

**7.** Alternativa **b**.

**8.** Alternativa **d**.

**9.** Alternativa **a**.

### Prática integradora – Para onde vai o lixo?

**1. a.** 419 kg por pessoa.

**1. b.** 5,7 milhões de toneladas.

**2. a.** A resposta depende do ano em que a atividade for realizada.

**2. b.** Resposta pessoal.

**3.** Resposta pessoal.

**4.** Resposta pessoal.

**5. a.** Respostas pessoais.

**5. b.** Resposta possível: Podemos facilitar o trabalho da triagem ao limpar embalagens tirando restos de comida ou outros materiais orgânicos delas, ao separar o lixo de acordo com sua composição, ao embalar bem objetos de vidro para evitar acidentes.

**5. c.** Resposta pessoal.

**6.** Resposta pessoal.

**7.** Resposta pessoal.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

285

# SUGESTÕES DE AMPLIAÇÃO

## A Rainha das Ciências: um Passeio Histórico Pelo Maravilhoso Mundo da Matemática

**Gilberto Geraldo Garbi. São Paulo: Livraria da Física, 2016.**

Esse livro é um relato de quatro mil anos de história da Matemática e apresenta uma diversidade de recursos: biografias, fatos históricos, quantidades impressionantes. O livro também traz, em um capítulo especial, mulheres importantes na história da Matemática, como Hipácia, Madame du Châtelet, Sophie Germain, Sofia Kovalevskaya e Amalie Emmy Noether, fazendo uma discussão sobre a importância do papel das mulheres no desenvolvimento das ciências.

## Educação financeira: um guia de valor

**Flávia Aidar, Januária Cristina Alves (coordenação). Editora Moderna, 2016.**

Para que serve o dinheiro? Qual é a sua importância em nossa vida? O que o modo como lidamos com ele tem a ver com as escolhas que fazemos? Essas e outras questões norteiam o livro, que pretende ser um guia para que a educação financeira saia da teoria e entre, de verdade, em nosso cotidiano.

## Isto não é um livro de Matemática

**Anna Weltman. Publifolha, 2016.**

A autora mistura arte e matemática em propostas criativas que desafiam o leitor. Traz mais de 30 atividades diferentes, que alternam formas geométricas, mandalas, quebra-cabeças, espirais, entre outros.

## O fantástico mundo dos números: a Matemática do zero ao infinito

**Ian Stewart. Rio de Janeiro: Zahar, 2016.**

Nesse livro, o autor mostra como os números integrados à história da humanidade. Cada capítulo aborda um número, seguindo a ordem cronológica de seu surgimento na história da humanidade: 1, 2, 3, 4, ...; pi; $\sqrt{2}$; e 43.252.003.274.489.856.000, que é o número de maneiras possíveis de rearranjar um cubo mágico.

## Olha o sanduíche

**M³ Matemática Multimídia (Série: Matemática na Escola). Disponível em: https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1144. Acesso em: 7 maio 2024.**

O vídeo narra a história de uma garota que resolve iniciar vendas de sanduíche e, não tendo sucesso, recorre ao tio para que ele possa avaliar a eficiência da sua pesquisa de mercado. Nessa avaliação, ficará claro como a falta de conhecimento estatístico básico pode levar dados corretos a conclusões erradas.

## O homem que viu o infinito (filme)

**Direção: Matt Brown. Produção: Edward Pressman, Jim Young, Joe Thomas. Londres: Warner Bros. Pictures, 2016. (104 min).**

Esse filme conta a história de Srinivasa Ramanujan, matemático indiano e uma das maiores mentes matemáticas do século XX, mostrando seu relacionamento único com a matemática, desenvolvido em sua infância pobre, até sua morte prematura aos 32 anos.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

286

# TRANSCRIÇÕES DOS ÁUDIOS

## Unidade 1

### Capítulo 2: Números reais

***Podcast*: Uma breve história do pi (página 55)**

[Locutor]: Uma breve história do pi

[♪ trilha musical ♪]

[Locutor]: Bem-vindos ao nosso *podcast* Uma breve história do pi. Vamos conhecer um pouco mais sobre o pi.

[Locutor]: Quando nossos antepassados começaram a observar o mundo ao seu redor com maior atenção, acabaram fazendo algumas relações entre objetos da natureza e objetos estudados em Matemática, como as formas geométricas.

[Locutor]: Quando jogamos uma pedra num lago, vemos que se formam ondulações semelhantes a várias circunferências de diferentes tamanhos e com um centro em comum.

[Locutor]: Enfim, além de notarmos alguns padrões na natureza e de fazermos essas relações com círculos e circunferências, em um momento da nossa existência resolvemos estudar esses objetos.

[Locutor]: No caso da circunferência, que é a figura geométrica formada por todos os pontos de um plano que estão à mesma distância de um ponto fixo desse plano, nós nos perguntamos:

[Locutor]: Será que existe alguma relação entre o comprimento da circunferência e o seu diâmetro?

[Locutor]: Temos conhecimento, por meio de registros históricos, de que civilizações antigas, como a egípcia, por exemplo, já sabiam que o quociente entre a medida do comprimento da circunferência e a medida do seu diâmetro era constante.

[Locutor]: O mais impressionante é que, qualquer que fosse o tamanho da circunferência, o quociente era sempre o mesmo, uma constante muito próxima de 3.

[Locutor]: Por volta de 287 a.C., nascia em Siracusa, na atual Sicília, região da Itália, um dos maiores matemáticos de todos os tempos, chamado Arquimedes.

[Locutor]: Ele foi o primeiro a encontrar, matematicamente, um número muito próximo de pi, algo entre 223/71 e 22/7.

[Locutor]: No final do século V, o chinês Tsu Ch'ung-Chih chegou a um valor ainda mais preciso que o de Arquimedes, um número próximo a 3,1415926.

[Locutor]: Mais tarde, percebeu-se que o número pi não é racional, porque tem infinitas casas decimais e não tem parte periódica.

[Locutor]: Mais de 1.500 anos depois, em 2010, com a ajuda de um computador, um engenheiro japonês conseguiu calcular o valor de pi com 5 trilhões de casas decimais!

[Locutor]: Sua máquina demorou três meses ininterruptos para efetuar o cálculo.

[Locutor]: E, hoje, você está aqui aprendendo um pouco mais sobre a história do pi.

[Locutor]: O tempo passa, e a nossa curiosidade sobre esse número permanece.

[♪ fim da trilha musical ♪]

[Locutor]: O áudio inserido neste conteúdo é da FilmMusic.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

## Unidade 2

### Capítulo 3: Grandezas e regra de três

***Podcast*: Consolidação das Leis do Trabalho (página 83)**

[Locutor]: Consolidação das Leis do Trabalho

[♪ trilha musical ♪]

[Locutor]: Olá! Você sabe quais são os seus direitos como trabalhador? No episódio de hoje do nosso *podcast*, vamos conhecer mais sobre as leis trabalhistas do Brasil.

[Locutor]: As leis trabalhistas regulam a relação entre empregados e empregadores. Dessa forma, com regras claras, ambos os lados ficam protegidos, pois cada um é consciente dos seus direitos e deveres.

[Locutor]: Em 2023, no quarto trimestre, havia 39.533.000 pessoas trabalhando informalmente.

[Locutor]: O trabalho informal é caracterizado pela falta de vínculo empregatício formal. As pessoas que trabalham informalmente, muitas vezes, exercem suas atividades por conta própria, sem local ou horário fixo de trabalho. É o caso, por exemplo, de vendedores ambulantes, cujo horário de trabalho e o rendimento variam constantemente de acordo com diversos fatores, como preço da mercadoria e a concorrência pela venda em locais com grande fluxo de pessoas.

[Locutor]: Há também profissionais autônomos dos mais diferentes ramos que trabalham por empreitada ou encomenda, negociando prazos e valores do seu trabalho com os clientes.

[Locutor]: E trabalhadores informais que são assalariados, mas não têm acesso aos direitos que um trabalhador com vínculo empregatício formal possui.

[Locutor]: E quais são esses direitos? Em 1943, foi estabelecida a Consolidação das Leis do Trabalho, a CLT, que visa regulamentar as relações de trabalho formal no campo e na cidade, e tem como um dos seus símbolos a carteira de trabalho. Esse documento tem o objetivo de registrar a jornada profissional do trabalhador.

[Locutor]: Ter um emprego com carteira assinada garante o acesso do trabalhador a direitos estabelecidos por lei, como um salário mínimo determinado pelo governo, em uma jornada máxima de 220 horas mensais, e repouso semanal de 24 horas consecutivas.

[Locutor]: Além disso, o trabalhador em regime CLT também tem direito a férias remuneradas de 30 dias após 12 meses de trabalho, e de receber um salário anual adicional, o 13º salário, que deve ser pago em até duas parcelas pelo empregador.

[Locutor]: Em uma jornada de trabalho superior a seis horas, a lei estabelece o direito do trabalhador a ter, pelo menos, uma hora dedicada a um intervalo, que pode ser usado para alimentação ou repouso.

[Locutor]: E caso o trabalhador tenha que estender a sua jornada de trabalho para além do período combinado, o empregador deve remunerá-lo pela hora extra. E essa remuneração é 50% maior em relação à hora de trabalho comum.

[Locutor]: Há também o direito ao aviso prévio, que garante que o trabalhador seja comunicado com, no mínimo, trinta dias de antecedência sobre a demissão sem justa causa. Nesse período, o trabalhador tem uma redução da jornada de trabalho para que possa buscar outra colocação profissional.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

[Locutor]: Outro benefício importante do trabalho em regime CLT é o Fundo de Garantia por Tempo de Serviço, o FGTS, que tem o objetivo de proteger financeiramente o trabalhador demitido sem justa causa. Todo mês, o empregador deve depositar o correspondente a 8% do salário do empregado em uma conta vinculada ao contrato de trabalho dele. Esse valor pode ser acessado pelo trabalhador após a demissão sem justa causa, mas também no momento da aposentadoria, na compra de uma casa própria, em situações de calamidade pública ou doenças graves.

[Locutor]: Outro recurso que auxilia o trabalhador em momento de dificuldade é o Seguro Desemprego. É um benefício que tem o objetivo de dar um salário temporário ao trabalhador dispensado sem justa causa. O seguro é pago por alguns meses de modo a permitir que o trabalhador ganhe uma renda enquanto busca nova ocupação.

[Locutor]: Em 2023, 37.973.000 trabalhadores tinham um emprego no setor privado em regime CLT.

[Locutor]: É muito importante que possamos conversar sobre os direitos dos trabalhadores e entendê-los. E lutar para que mais pessoas tenham acesso a esses direitos e estejam, assim, mais protegidas socialmente, seja de jornadas exaustivas de trabalho, seja de insegurança financeira.

[Locutor]: Até a próxima!

[♪ fim da trilha musical ♪]

[Locutor]: O áudio inserido neste conteúdo é da FilmMusic.

## Unidade 3

### Capítulo 5: Matemática Financeira e Estatística

***Podcast*: Finanças da família (página 149)**

[Locutor] Finanças da família

[♪ trilha musical ♪]

[Locutor]: Bem-vindos ao nosso *podcast* Finanças da família. Hoje, vamos ouvir Rodrigo e Cris conversarem sobre planejamento financeiro.

[Cris]: Rodrigo, o que está havendo com você? Parece tão tenso! Aconteceu alguma coisa?

[Rodrigo]: Poxa, Cris, sabe o que é? São as minhas finanças. A grana está curta, não chegamos nem no meio do mês e o dinheiro já está acabando.

[Cris]: Ué, Rodrigo, você não costuma fazer um planejamento? Como você controla suas despesas mensais?

[Rodrigo]: Eu vou só gastando mesmo. As contas vão chegando, e eu vou pagando...

[Cris]: Não, Rodrigo. Dessa maneira você não sabe quanto pode gastar com cada item que consome.

[Rodrigo]: Mas eu só gasto o necessário!

[Cris]: Será mesmo? Quando a gente não tem nenhum parâmetro para seguir, a tendência é se perder nas contas.

[Rodrigo]: Explique melhor. O que eu tenho que fazer? Daqui a pouco não vou conseguir pagar mais nada!

[Cris]: Se você não quiser anotar os gastos num caderno, hoje em dia, tem aplicativos de celular que podem ajudar você a fazer esse controle, e tem também planilhas eletrônicas.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

[Cris]: Neste meu aplicativo, por exemplo, eu consigo registrar todas as minhas despesas por categoria. Registro também todas as minhas entradas, o meu salário, os ganhos extras, tudo o que eu recebo. E o melhor, como carrego o celular comigo, anoto os valores na hora, para não correr o risco de esquecer! Você também pode monitorar suas finanças pessoais, ou até mesmo da sua família.

[Rodrigo]: Mas como eu consigo me organizar com isso, Cris?

[Cris]: Você pode pegar toda a renda familiar e separar os gastos em dois tipos: os fixos, aqueles que todo mês estarão ali – a conta de luz, água, gás, essas coisas –, e os variáveis, os que mudam mês a mês. Além de tentar economizar gastos fixos como a conta de água e de luz, você pode ajustar os gastos variáveis.

[Cris]: Observando exatamente quanto gasta, você vai saber também quanto sobrará. E sabendo quanto sobrará, poderá se planejar. Você vai saber, por exemplo, se neste mês vai sobrar dinheiro para comprar um ventilador novo ou para guardar mesmo. Nunca se sabe o dia de amanhã. É sempre bom ter uma economia para alguma emergência, não é?

[Rodrigo]: Entendi, Cris. Mas isso não vai resolver meu problema. Desconfio que, quando eu anotar tudo, vou perceber que, na verdade, meus gastos são maiores que os meus rendimentos. É como eu digo. O dinheiro não sobra, falta.

[Cris]: Tudo bem, vamos pensar, então. A vantagem de categorizar as despesas é justamente saber se seus gastos estão equilibrados. Será que o percentual de sua renda gasto com cada coisa é o mais adequado?

[Rodrigo]: Percentual? Como assim?

[Cris]: Na verdade, isso é uma questão pessoal. Mas a gente pode ter uma noção do quanto normalmente se gasta com cada item. Vi em uma pesquisa do IBGE que, no Brasil, as famílias gastam por volta de 20% do salário com alimentação. Já os gastos com habitação giram em torno de 35% do valor da renda familiar. Ou seja, se você tem uma renda familiar de R$ 2.000,00, o esperado é que gaste por volta de R$ 400,00 com alimentação e uns R$ 700,00 com despesas de habitação, que incluem água, luz, gás, internet, entre outros. Então, se você está gastando muito mais do que isso, seu orçamento vai ficar apertado e você vai ter que economizar em outras coisas, como diversão e tudo o mais.

[Rodrigo]: Entendi. Espere, vou fazer umas contas aqui.

[som de calculadora]

[Rodrigo]: Veja, Cris. Parece que na minha casa a gente gasta 15% da renda com alimentação.

[Cris]: Então seus gastos com alimentação estão abaixo da média. E quanto à diversão, qual é o cenário?

[Rodrigo]: Ih... diversão deu uns 35%.

[Cris]: Bingo! Basta, então, equilibrar suas despesas, de forma que se sinta mais confortável no final do mês. Isso já deve resolver esse aperto que você diz que passa.

[Rodrigo]: Mas, espera aí! Você está dizendo que eu devo parar de me divertir? É isso mesmo?

[Cris]: Não é bem assim. O que eu quero dizer é que, anotando tudo, você vai ter uma ideia dos gastos e, com isso, vai conseguir se planejar melhor. Desse jeito, você poderá se divertir sem perder o sono, não é mesmo?

[♪ fim da trilha musical ♪]

[Locutor]: Todos os áudios inseridos neste conteúdo são da Freesound e da FilmMusic.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

## Unidade 3

### Capítulo 6: Equações

***Podcast*: A fórmula é de Bhaskara? (página 190)**

[Locutora]: A fórmula é de Bhaskara?

[♪ trilha musical ♪]

[Locutora]: Bem-vindos ao nosso *podcast*. Hoje, vamos falar sobre um matemático de quem você provavelmente já ouviu falar: Bhaskara. Esse nome é familiar?

[Locutora]: Caso não seja, só para você saber, quando alguém precisa resolver problemas com equações quadráticas, geralmente acaba usando uma fórmula que, popularmente, aqui no Brasil, é conhecida como fórmula de Bhaskara.

[Locutora]: Tá. Mas quem é esse moço? E por que damos o nome dele para tal fórmula?

[Locutora]: Bhaskara nasceu na Índia e foi um dos mais importantes matemáticos do século XII. Também foi diretor do maior centro de pesquisas astronômicas e matemáticas da Índia na época: o Observatório de Ujjain. Dentre os livros que escreveu, dois ficaram famosos: Lilavati e Bijaganita. O livro Bijaganita trata de álgebra e possui muitos problemas sobre equações lineares e quadráticas.

[Locutora]: Diferentemente dos dias atuais, em que costumamos resolver equações por meio de letras e números, antigamente, os problemas, as regras e as soluções eram escritas com palavras. As fórmulas só apareceram muito tempo depois, por volta de 1.600 anos depois de Cristo.

[Locutora]: Só como curiosidade, no livro Lilavati, do Bhaskara, existem problemas que foram enunciados de uma forma bem peculiar, com linguagem poética. Isso mesmo! Veja um exemplo.

[Locutora]: "Linda donzela de olhos resplandecentes, uma vez que entendeis o método de inversão correto, dizei-me: qual é o número que, multiplicado por 3, depois acrescido de 3/4 do produto, depois dividido por 7, diminuído de 1/3 do quociente, multiplicado por si mesmo, ..." E por aí vai.

[Locutora]: É importante destacar que, antes de Bhaskara, outros povos já conheciam, estudavam e resolviam equações quadráticas.

[Locutora]: Mesopotâmicos, por volta de 1.700 anos antes de Cristo, já conheciam problemas com equações quadráticas. Os gregos, cerca de trezentos anos antes de Cristo, também lidavam com essas equações, mas as resolviam de forma diferente, utilizando métodos geométricos. Os árabes, no século IV depois de Cristo, também resolveram problemas que envolviam equações quadráticas, mas utilizavam um método chamado de "completamento de quadrados".

[som de cítara]

[Locutora]: Bhaskara, apesar de conhecer maneiras de resolver equações quadráticas, não desenvolveu o método para a resolução da equação de segundo grau e nem escreveu a fórmula como a conhecemos hoje! Mesmo porque as fórmulas surgiram mais de quatro séculos depois dele.

[Locutora]: Então, por que chamamos a fórmula para resolução da equação de segundo grau de fórmula de Bhaskara?

[Locutora]: Pois é, o Brasil é o único país do mundo que relaciona essa fórmula ao nome desse importante matemático. A origem dessa associação é incerta, mas, a partir da década de 1960, o uso do termo "fórmula de Bhaskara" passou a ser comum no Brasil. Mas saiba que Bhaskara nada tem a ver com isso.

[♪ fim da trilha musical ♪]

[Locutor]: Todos os áudios inseridos neste conteúdo são da FilmMusic e da Freesound.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS COMENTADAS


BARBOSA, Ruy Madsen. **Descobrindo padrões em mosaicos**. 3. ed. São Paulo: Atual, 2014.

A obra convida a descobrir e criar padrões, particularmente no campo da Geometria euclidiana, relativos à pavimentação de superfícies planas.

BOLTIANSKI, Vladimir G. **Figuras equivalentes e equicompostas**. São Paulo: Atual, 1996. (Coleção Matemática: Aprendendo e Ensinando).

A obra se dedica a estudar certas questões relacionadas com a equicomposição de figuras, entre elas polígonos e poliedros.

BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. **História da Matemática**. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2012.

O livro contempla desde vestígios matemáticos encontrados em culturas primitivas até as tendências mais recentes em matemática, como tópicos a respeito do teorema de Fermat, da conjectura de Poincaré, avanços em áreas como a teoria dos grupos finitos e demonstrações com o auxílio do computador.

BRACKMANN, Christian Puhlmann. **Desenvolvimento do pensamento computacional através de atividades desplugadas na Educação Básica**. 2017. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

Pesquisa acadêmica cujo intuito foi avaliar a possibilidade de desenvolver o pensamento computacional na Educação Básica exclusivamente por meio de atividades sem o uso de computadores.

BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica**. Brasília, DF: MEC/SEB/DICEI, 2013. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/docman/julho-2013-pdf/13677-diretrizes-educacao-basica-2013-pdf/file. Acesso em: 28 mar. 2024.

Documento do Ministério da Educação que define as diretrizes curriculares da Educação Básica no país.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Proposta curricular para a educação de jovens e adultos**: segundo segmento do ensino fundamental: 5ª a 8ª série: introdução. Brasília, DF: MEC/SEF, 2002. v. 3.

Documento do Ministério da Educação que define as diretrizes curriculares da educação de jovens e adultos.

BRASIL. Ministério da Saúde. Secretaria de Atenção à Saúde. Departamento de Atenção Básica. **Guia alimentar para a população brasileira**. 2. ed. Brasília, DF: Ministério da Saúde, 2014.

Guia com o objetivo de instruir a população para uma alimentação saudável e diversa.

BRASIL. Ministério da Saúde. Secretaria de Atenção Primária à Saúde. Departamento de Promoção da Saúde. **Guia de atividade física para a população brasileira**. Brasília, DF: Ministério da Saúde, 2021. Disponível em: https://bvsms.saude.gov.br/bvs/publicacoes/guia_atividade_fisica_populacao_brasileira.pdf. Acesso em: 9 fev. 2024.

Guia com sugestões e recomendações de atividades físicas para diversas faixas etárias, frisando a importância delas para a saúde.




Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

292

BRASIL. Ministério da Saúde. Saúde do Idoso. **Boletim Temático da Biblioteca do Ministério da Saúde**, Brasília, DF, v. 2, n. 10, out. 2022.

Boletim com informações sobre problemas de saúde que costumam afetar a população idosa e como se cuidar para manter boa saúde.

BRASIL. Ministério do Meio Ambiente. Ministério da Educação. Instituto Brasileiro de Defesa do Consumidor. **Consumo sustentável**: Manual de educação. Brasília, DF: Consumers International/MMA/MEC/Idec, 2005. 160 p.

Documento que busca conscientizar a população sobre sustentabilidade sob diversos eixos, tratando da água, dos alimentos, da biodiversidade, da energia, do lixo produzido e da publicidade.

CAZORLA, Irene Maurício; SANTANA, Eurivalda Ribeiro dos Santos. **Tratamento da informação para o Ensino Fundamental e Médio**. Itabuna; Ilhéus: Via Litterarum, 2006.

A obra traz orientações para o ensino de Estatística, por meio de exemplos concretos, envolvendo situações problemáticas contextualizadas, interessantes e familiares, que ajudam a desenvolver as competências dos estudantes nos conceitos estatísticos.

CENTURION, Marília. **Conteúdo e metodologia da Matemática**: números e operações. 2. ed. São Paulo: Scipione, 1995.

A obra baseia-se na ideia de que o estudante constrói o próprio conhecimento por meio de suas ações e problematizações.

COMPANHIA NACIONAL DE ABASTECIMENTO (CONAB). **Perspectivas para a agropecuária**. Brasília, DF: Conab, 2023/2024. v. 11. Disponível em: https://www.conab.gov.br/perspectivas-para-a-agropecuaria. Acesso em: 18 maio 2024.

Nesse documento, a Conab apresenta uma análise macroeconômica por meio de dados e previsões para a safra dos principais produtos agropecuários.

CONFEDERAÇÃO NACIONAL DOS TRABALHADORES RURAIS AGRICULTORES E AGRICULTORAS FAMILIARES (CONTAG). **Anuário Estatístico da Agricultura Familiar**: 2023. Brasília, DF: Contag, 2023. Disponível em: https://ww2.contag.org.br/documentos/pdf/17916-696048-anuário-agricultura-2023-web-revisado.pdf. Acesso em: 18 maio 2024.

O anuário traz informações sobre características gerais da população rural, características gerais dos(as) produtores(as) e estabelecimentos, trabalho e rendimento, educação do campo, previdência pública rural, saúde, terceira idade e pessoas idosas rurais, juventude rural, mulheres rurais, LGBTQIAP+ rurais, meio ambiente, reforma agrária, política agrícola e organização sindical.

COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert P. **As ideias da Álgebra**. São Paulo: Atual, 1994.

A obra apresenta artigos relacionados a diferentes temáticas que envolvem o ensino de Álgebra, como equações, expressões, resolução de problemas e uso da calculadora.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



293

DAVID, Maria Manuela M. S.; FONSECA, Maria da Conceição F. R. Sobre o conceito de número racional e a representação fracionária. **Presença Pedagógica**, Belo Horizonte, v. 3, n. 14, mar./abr. 1997.

O artigo traz uma abordagem diferenciada para o estudo de números racionais, provendo o professor de elementos para compreender como o estudante assimila esse conteúdo e possibilitando que ele perceba a intencionalidade na dinâmica da produção do conhecimento matemático.

DUARTE, Newton. **O ensino de Matemática na educação de adultos**. São Paulo: Cortez, 2009.

A obra procura mostrar que o ensino de matemática contribui para as transformações sociais através da socialização do conteúdo matemático e da dimensão política que é intrínseca a essa socialização. Trata-se da dimensão política contida na própria relação entre o conteúdo matemático e a forma de sua transmissão-assimilação.

DEPARTAMENTO INTERSINDICAL DE ESTATÍSTICA E ESTUDOS SOCIOECONÔMICOS (DIEESE). **Aumento do salário mínimo, produtividade, inflação, desemprego e informalidade**: quebrando alguns mitos. Nota especial 2. [2023]. Disponível em: https://www.dieese.org.br/outraspublicacoes/2023/notaEspecialSM_2_042023.html. Acesso em: 10 jan. 2024.

Publicação do DIEESE trazendo dados sobre a evolução do salário mínimo, inflação, PIB *per capita* e desemprego no período de 2003 a 2019, junto de uma análise do que levou a cada aumento ou diminuição.

DOMINGUES, Hygino H. **Fundamentos de Aritmética**. 3. ed. São Carlos: EdUFSC, 2021.

Esse livro é uma introdução à teoria dos números e aborda a divisibilidade relacionada aos números naturais e aos números inteiros, apresentando aspectos da análise matemática a fim de trabalhar a teoria da representação decimal dos números reais.

EVES, Howard. **Introdução à história da Matemática**. 5. ed. Campinas, SP: EdUnicamp, 2011.

O livro é organizado de maneira cronológica e apresenta uma abordagem da história dos números, de diferentes sistemas de numeração, entre outras temáticas da história da Matemática até o século XX.

FONSECA, Maria da Conceição F. R. **Educação matemática de jovens e adultos**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

A obra apresenta uma visão do que é a Educação de Jovens e Adultos e de que forma esta se entrelaça com a Educação Matemática. A autora traz reflexões feitas por ela e por outros educadores na área de Educação de Jovens e Adultos.



Reprodução proibida. Art.184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

FREITAS, Adriano Vargas (org.). **Questões curriculares e educação matemática na EJA**: desafios e propostas. Jundiaí: Paco, 2018.

A obra traz diferentes textos e estudos envolvendo o currículo e a educação matemática na EJA, apresentando um olhar geral sobre esse segmento de ensino e um panorama de pesquisas nesse contexto.

IFRAH, Georges. **Os números**: a história de uma grande invenção. 8. ed. São Paulo: Globo, 1996.

Obra panorâmica que apresenta a evolução do raciocínio matemático desde a Pré-História, passando por civilizações como a dos egípcios, babilônios, fenícios, gregos, romanos, hebreus, maias, chineses, hindus e árabes.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **Censo demográfico 2022**. Rio de Janeiro: IBGE, 2022. Disponível em: https://censo2022.ibge.gov.br/panorama/. Acesso em: 18 maio 2024.

O Censo demográfico 2022 foi realizado pelo IBGE para estudar a população brasileira em sua totalidade, incluindo quilombolas pela primeira vez em sua história. Os dados da pesquisa contribuem para a definição de políticas públicas até 2030.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). Desigualdades sociais por cor ou raça no Brasil. **IBGE**, 2022. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/populacao/25844-desigualdades-sociais-por-cor-ou-raca.html?5&t5resultados. Acesso em: 18 maio 2024.

Pesquisa realizada pelo IBGE com o intuito de disponibilizar uma análise centrada nas desigualdades sociais por cor ou raça.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **Pesquisa de Orçamentos Familiares**, 2018. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/saude/24786-pesquisa-de-orcamentos-familiares-2.html. Acesso em: 1º abr. 2024.

Pesquisa realizada pelo IBGE com o intuito de disponibilizar informações da composição dos orçamentos domésticos e das condições de vida da população brasileira.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **Pesquisa Nacional de Saúde 2019**. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/saude/9160-pesquisa-nacional-de-saude.html. Acesso em: 18 maio 2024.

Segunda edição de pesquisa organizada pelo IBGE, que visa trazer mais informações sobre a saúde do brasileiro, englobando acidentes, acesso à saúde e sexualidade.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua PNAD Contínua**: Pessoas com Deficiência 2022. Rio de Janeiro: IBGE, 2022. Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv102013_informativo.pdf. Acesso em: 9 jan. 2024.

Informativo da PNAD Contínua, trazendo dados sobre a população de pessoas com deficiência no Brasil.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



MODERNA

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS COMENTADAS


LIMA, Antônio Carlos Pedroso; MAGALHÃES, Marcos Nascimento. **Noções de Probabilidade e Estatística**. 3. ed. São Paulo: IME-USP, 2001.

Voltado a estudantes de cursos superiores, esse livro apresenta uma introdução à Probabilidade e à Estatística.

LIMA, Elon Lages. **Medida e forma em Geometria**: comprimento, área, volume e semelhança. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), 1991.

A obra apresenta curiosidades históricas que revelam que a determinação de áreas e volumes está entre as primeiras noções geométricas que despertaram o interesse dos seres humanos.

ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS PARA A ALIMENTAÇÃO E A AGRICULTURA (FAO). **Agricultura irrigada sustentável no Brasil**: identificação de áreas prioritárias. Brasília, DF: FAO, 2017.

Relatório que trata da agricultura no Brasil comparando-a com dados globais, especialmente com foco no uso de água para a irrigação.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

Nesse livro, é apresentada a metodologia de resolução de problemas, e são indicados alguns problemas com as soluções a fim de demonstrar a resolução.

PONTE, João Pedro; BROCADO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

A obra apresenta as investigações matemáticas em sala de aula como uma metodologia de ensino e destaca as vantagens de sua utilização, como a elaboração de conjecturas, reflexões e formalização do conhecimento matemático pelos estudantes.

RUSSELL, Michael K.; AIRASIAN, Peter W. **Avaliação em sala de aula**: conceitos e aplicações. Porto Alegre: Penso, 2014.

Os autores apresentam a avaliação como um importante elemento do processo de ensino e aprendizagem e indicam ferramentas e abordagens de avaliação relacionadas às tecnologias computacionais nas escolas.

SANTOS, Hélio Rodrigues; MOREIRA, Geraldo Eustáquio. Práticas socioetnoculturais e o ensino de Matemática em uma escola quilombola na perspectiva da Etnomatemática: Dossiê Formação de Professores que Ensinam Matemática. **Revista Eletrônica de Educação**, [*S. l.*], v. 17, p. 1-20, jan./dez. 2023. Disponível em: https://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/6248/1403. Acesso em: 18 jan. 2024.

Artigo que trata do uso da Etnomatemática em uma escola quilombola, apresentando vantagens que ela trouxe no ensino e como ela poderia ser mais utilizada.

SILVA, José Fernandes *et al*. Um estudo de unidades de medidas no contexto da comunidade quilombola de São Félix em Cantagalo – MG. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, [*S. l.*], v. 9, n.1, p. 184–217, 2016.

Trabalho de pesquisa em uma comunidade quilombola, trazendo uma experiência prática de construir unidades de medidas com base em algo presente na rotina das pessoas.




Reprodução proibida. Art.184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA


MODERNA

ISBN 978-85-16-13928-5




MODERNA